

А.А. Сапожников

**Домашняя работа
по алгебре
и началам анализа
за 11 класс**

к задачнику «Алгебра и начала анализа. Задачник
для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений
А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова,
Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская —
М.: «Мнемозина», 2001 г.»

StudyPort.ru

Глава 5. Первообразная и интеграл

§ 37. Первообразная и неопределенный интеграл

984. а) $F(x) = x^3$, $f(x) = 3x^2$, $F'(x) = 3x^2$;
б) $F(x) = x^9$, $F'(x) = 9x^8$;
в) $F(x) = x^6$, $F'(x) = 6x^5$;
г) $F(x) = x^{11}$, $F'(x) = 11x^{10}$;
985. а) $F(x) = x^2 + x^3$; $F'(x) = 2x + 3x^2$;
б) $F(x) = x^4 + x^{11}$; $F'(x) = 4x^3 + 11x^{10}$;
в) $F(x) = x^7 + x^9$; $F'(x) = 7x^6 + 9x^8$;
г) $F(x) = x^{13} + x^{19}$; $F'(x) = 13x^{12} + 19x^{18}$;
986. а) $F(x) = 3 \sin x$; $F'(x) = 3 \cos x$;
б) $F(x) = -4 \cos x$; $F'(x) = 4 \sin x$;
в) $F(x) = -9 \sin x$; $F'(x) = -9 \cos x$;
г) $F(x) = 5 \cos x$; $F'(x) = -5 \sin x$;
987. а) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$; $F(x) = \frac{1}{x} + C$;
б) $f(x) = \frac{7}{x^2}$; $F(x) = -\frac{7}{x} + C$;
988. а) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $F(x) = \sqrt{x} + C$;
б) $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$; $F(x) = 12\sqrt{x} + C$;
989. а) $f(x) = 4x^{10}$; $F(x) = \frac{4}{11}x^{11} + C$;
б) $f(x) = -3x^6$; $F(x) = -\frac{3}{7}x^7 + C$;
в) $f(x) = 5x^7$; $F(x) = \frac{5}{8}x^8 + C$;
г) $f(x) = -9x^{19}$; $F(x) = -\frac{9}{20}x^{20} + C$;

990. a) $f(x) = x^2 + x^{16}$; $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C$;
 б) $f(x) = x^9 + x^{33}$; $F(x) = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{34}}{34} + C$;
 в) $f(x) = x^{13} + x^{18}$; $F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C$;
 г) $f(x) = x + x^{14}$; $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{15}}{15} + C$;
991. a) $f(x) = -\frac{1}{x^2} + x$; $F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C$;
 б) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; $F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$;
 в) $f(x) = -\frac{1}{x^2} + x^3$; $F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C$;
 г) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$; $F(x) = \sqrt{x} + x + C$;
992. a) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$; $F(x) = x^4 - 2x^3 + C$;
 б) $f(x) = 13x^6 + 9x^4$; $F(x) = 13\frac{x^7}{7} + 9\frac{x^5}{5} + C$;
 в) $f(x) = 5x^4 - 3x^5$; $F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C$;
 г) $f(x) = 12x^{10} + 3x^7$; $F(x) = \frac{12x^{11}}{11} + \frac{3x^8}{8} + C$;
993. a) $f(x) = -3\sin x + 2\cos x$; $F(x) = 3\cos x + 2\sin x + C$;
 б) $f(x) = \frac{4}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}$; $F(x) = -4\operatorname{ctgx} - 9\operatorname{tgx} + C$;
 в) $f(x) = -4\cos x + \frac{2}{\sin^2 x}$; $F(x) = -4\sin x - 2\operatorname{ctgx} + C$;
 г) $f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$; $F(x) = 13\cos x + 5\operatorname{tgx} + C$.
994. a) $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$; $F(x) = -\frac{1}{3}\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$;

$$\text{б) } f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right); \quad F(x) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \cos(4x - 3); \quad F(x) = \frac{1}{4} \sin(4x - 3) + C;$$

$$\text{г) } f(x) = \sin\left(2 - \frac{x}{2}\right); \quad F(x) = 2 \cos\left(2 - \frac{x}{2}\right) + C.$$

$$995. \text{ а) } f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2}; \quad F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{(8x-3)^2}; \quad F(x) = -\frac{1}{8(8x-3)} + C;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2}; \quad F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C;$$

$$\text{г) } f(x) = -\frac{1}{(10x+2)^2}; \quad F(x) = \frac{1}{10(10x+2)} + C.$$

$$996. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}}; \quad F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}}; \quad F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C.$$

$$997. \text{ а) } \int 4 \sin x dx = -4 \cos x + C; \quad \text{б) } \int -\frac{9}{\cos^2 x} dx = -9 \operatorname{tg} x + C;$$

$$\text{в) } \int 6 \cos x dx = 6 \sin x + C; \quad \text{г) } \int -\frac{16}{\sin^2 x} dx = 16 \operatorname{ctg} x + C;$$

$$998. \text{ а) } \int \frac{3dx}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + C. \quad \text{б) } \int -\frac{15}{x^2} dx = \frac{15}{x} + C.$$

$$\text{в) } \int \frac{5dx}{2\sqrt{x}} = 5\sqrt{x} + C. \quad \text{г) } \int \frac{20}{x^2} dx = -\frac{20}{x} + C.$$

$$999. \text{ а) } \int (x^3 + \sin x) dx = \frac{x^4}{4} - \cos x + C.$$

$$\text{б) } \int \left(x^9 + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \frac{x^{10}}{10} + \operatorname{tg} x + C.$$

$$\text{в) } \int (x^2 + \cos x) dx = \frac{x^3}{3} + \sin x + C.$$

$$\text{г) } \int \left(x^6 + \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx = \frac{x^7}{7} - \operatorname{ctg} x + C.$$

$$1000. \text{ a) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x^2 \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^3}{3} + C.$$

$$\text{б) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x \right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C.$$

$$1001. \text{ a) } \int \left(\frac{1}{x^2} + x^3 \right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C.$$

$$\text{б) } \int \left(-\frac{1}{x^2} + x^5 \right) dx = \frac{1}{x} + \frac{x^6}{6} + C.$$

$$1002. \text{ a) } \int (2-9x)^6 dx = -\frac{(2-9x)^7}{63} + C.$$

$$\text{б) } \int (7+5x)^{13} dx = \frac{(7+5x)^{14}}{70} + C$$

$$1003. \text{ a) } y = \sin x, \quad M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{4}\right);$$

$$Y = -\cos x + C; \quad \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + C; \quad C = \frac{3}{4}; \quad Y = -\cos x + \frac{3}{4}.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad M\left(\frac{\pi}{4}; -1\right); \quad Y = \operatorname{tg} x + C; \quad -1 = 1 + C; \quad C = -2;$$

$$Y = -\operatorname{tg} x - 2.$$

$$\text{в) } y = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right); \quad Y = \sin x + C; \quad 1 = \frac{1}{2} + C; \quad C = \frac{1}{2}; \quad Y = \frac{1}{2} + \sin x.$$

$$\text{г) } y = \frac{1}{\sin^2(x/3)}, \quad M\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right); \quad Y = -3\operatorname{ctg} \frac{x}{3} + C; \quad 0 = -3 + C; \quad C = 3;$$

$$Y = -3\operatorname{ctg} \frac{x}{3} + 3.$$

$$1004. \quad v = 1 + 2t; \quad s(t) = t + t^2 + C; \quad 5 = 2 + 4 + C; \quad C = -1;$$

$$s(t) = t^2 + t - 1.$$

$$1005. \quad v = -4 \sin 3t; \quad s(t) = \frac{4}{3} \cos t + C; \quad 2 = \frac{4}{3} + C; \quad C = \frac{2}{3};$$

$$s(t) = \frac{4}{3} \cos t + \frac{2}{3}.$$

$$1006. \text{ a) } y' = x^4 - 3x^2; \quad y = \frac{x^5}{5} - x^3 + C.$$

$$\text{б) } y' = x^{12} - 8x^7 \quad ; \quad y = \frac{x^{13}}{13} - x^8 + C.$$

$$\begin{aligned} \text{1007. а) } y' &= \sin x + 1; & y &= -\cos x + x + C. \\ \text{б) } y' &= \cos x - 9; & y &= \sin x - 9x + C. \end{aligned}$$

$$\text{1008. а) } y' = \frac{13}{x^2} + x; \quad y = -\frac{13}{x} + \frac{x^2}{2} + C.$$

$$\text{б) } y' = \frac{4}{x^2} - 4x; \quad y = -\frac{4}{x} - 2x^2 + C.$$

$$\text{1009. а) } y' = \frac{-9}{x^2} + \sin x; \quad y = \frac{9}{x} - \cos x + C.$$

$$\text{б) } y' = -\frac{5}{x^2} - \cos x; \quad y = \frac{5}{x} - \sin x + C.$$

$$\begin{aligned} \text{1010. } v &= \frac{6}{\sqrt{2t+1}}; \quad s(t) = 6\sqrt{2t+1} + C; \quad s(0) = 6 + C = 3; \quad C = -3; \\ s(t) &= 6\sqrt{2t+1} - 3. \end{aligned}$$

$$\text{1011. а) } a(t) = 2(t+1)^2; \quad v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + C; \quad v(0) = \frac{2}{3} + C_1 = 1; \quad C_1 = \frac{1}{3};$$

$$v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + \frac{1}{3}; \quad s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + C_2; \quad s(0) = \frac{1}{6} + C_2 = 1; \quad C_2 = \frac{5}{6};$$

$$s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + \frac{5}{6}.$$

$$\text{1012. а) } f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad F(x) = x + C.$$

$$\text{б) } f(x) = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x; \quad F(x) = -\cos x + C.$$

$$\text{в) } f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad F(x) = \operatorname{tg} x + C.$$

$$\text{г) } f(x) = 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}; \quad F(x) = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$\text{1013. а) } g(x) = 8\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 4\sin x; \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 3\right);$$

$$G(x) = -4\cos x + C; \quad C = 3; \quad G(x) = -4\cos x + 3.$$

$$\text{б) } g(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \cos x; \quad M\left(\frac{\pi}{3}; 16\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; 16 = \frac{\sqrt{3}}{2} + C; C = 16 - \frac{\sqrt{3}}{2}; G(x) = \sin x + 16 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$b) g(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M(0; 7);$$

$$G(x) = \sin x + C; 7 = 0 + C; G(x) = \sin x + 7.$$

$$r) g(x) = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} = \cos x, \quad M\left(\frac{\pi}{2}; 15\right);$$

$$G(x) = \sin x + C; 15 = 1 + C; C = 14; G(x) = \sin x + 14.$$

$$1014. a) \int (\operatorname{tg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C.$$

$$b) \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

$$b) \int (\operatorname{ctg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$r) \int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

$$1015. a) \int \sin 2x \sin 6x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 8x) dx = -\frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{16} \sin 8x + C^*.$$

$$b) \int \sin 4x \cos 3x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 7x + \sin x) dx = -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{14} \cos 7x + C^*.$$

$$b) \int \cos 3x \cos 5x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 8x + \cos 2x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{16} \sin 8x + C.$$

$$r) \int \sin 2x \cos 8x dx = \frac{1}{2} \int (\cos 6x - \cos 10x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x - \frac{1}{10} \sin 10x \right) + C.$$

$$1016. a) \int \sin^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$b) \int \sin^4 x dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right)^2 dx = \int \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) dx =$$

$$= \int \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + C =$$

$$= \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$$

$$b) \int \cos^2 x dx = \int \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$r) \int \cos^4 x dx = \int \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \frac{3x}{8} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$$

$$1017. a) \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C.$$

$$b) \int \frac{\cos 2x dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C.$$

$$1018. a) f(x) = 2x + 3;$$

$$F(x) = x^2 + 3x + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3/2;$$

$$F(-3/2) = 9/4 - 9/2 + C = 0;$$

$$C = 9/4;$$

$$F(x) = x^2 + 3x + 9/4.$$

$$b) f(x) = 12(3x - 1)^3;$$

$$F(x) = (3x - 1)^4 + C;$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/3;$$

$$F(1/3) = C = 0;$$

$$F(x) = (3x - 1)^4.$$

$$1019. a) f(x) = 2x, \quad y = x + 2,$$

$$F(x) = x^2 + C;$$

$$y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) =$$

$$= 2xx_0 - x_0^2 + C;$$

$$2x_0 = 1;$$

$$x_0 = 1/2;$$

$$y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2;$$

$$C = \frac{9}{4};$$

$$F(x) = x^2 + \frac{9}{4}.$$

$$b) f(x) = 3x^3, \quad y = 3x + 2;$$

$$F(x) = 3/4 x^4 + C;$$

$$y = 3/4 x_0^4 + C + 3x_0^3(x - x_0) =$$

$$= 3x_0^3 x - 2 \frac{1}{4} x_0^4 + C;$$

$$3x_0^3 = 3;$$

$$x_0 = 1;$$

$$y = 3x - (9/4) + C = 3x + 2;$$

$$C = \frac{17}{4};$$

$$F(x) = \frac{3}{4} x^4 + \frac{17}{4}.$$

$$1020. y = 3 \cos 3x + 6 \sin 6x;$$

$$Y = \sin 3x - \cos 6x + C;$$

$$6 = \sin \frac{3\pi}{2} - \cos 3\pi + C;$$

$$6 = -1 + 1 + C;$$

$$C = 6;$$

$$Y = \sin 3x - \cos 6x + 6;$$

$$Y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{2} - \cos \pi + 6 = 1 + 1 + 6 = 8;$$

§ 38. Определенный интеграл

$$1021. a) \int_{\frac{2}{3}}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{\frac{2}{3}}^1 = \frac{1}{4} - \frac{16}{81 \cdot 4} = \frac{1}{4} - \frac{4}{81} = \frac{65}{324}.$$

$$\text{б)} \int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{в)} \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}.$$

$$\text{г)} \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} \Big|_4^9 = 6 - 4 = 2.$$

$$1022. \text{ а)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1. \quad \text{б)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 1 + 1 = 2.$$

$$\text{в)} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2. \quad \text{г)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$1023. \text{ а)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right)} dx = -5 \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -5 \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} + 5 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{в)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin \frac{x}{3} dx = -6 \cos \frac{x}{3} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -3 + 3\sqrt{3}.$$

$$\text{г)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx = \frac{7}{3} \operatorname{tg} 3x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = 0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}.$$

$$1024. \text{ а)} \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} \Big|_1^5 = 3 - 1 = 2.$$

$$\text{б)} \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{dx}{\sqrt{10-3x}} = -\frac{2}{3} \sqrt{10-3x} \Big|_{\frac{1}{3}}^3 = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3}.$$

$$1025. \text{ a) } \int_1^2 \frac{4x^5 - 3x^4 + x^3 - 1}{x^2} dx = \int_1^2 \left(4x^3 - 3x^2 + x - \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = 16 - 8 + 2 + \frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{2} - 1 = 9.$$

$$\text{б) } \int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx = \int_{-2}^{-1} \left(5x^4 - 4x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \left(x^5 - x^4 - \frac{2}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} =$$

$$= -1 - 1 + 2 + 32 + 16 - 1 = 47$$

$$\text{в) } \int_2^3 \frac{6x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx = \int_2^3 \left(6x^2 - 4x + 7 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(2x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{x} \right) \Big|_2^3 =$$

$$= 54 - 18 + 21 + \frac{1}{3} - 16 + 8 - 14 - \frac{1}{2} = 34\frac{5}{6}.$$

$$\text{г) } \int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left(3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^3 - 2x^2 - 7x - \frac{3}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} = -1 - 2 + 7 + 3 + 8 + 8 - 14 - \frac{3}{2} = 7,5.$$

$$1026. \text{ a) } v(t) = 3t^2 - 4t + 1; S(3) = \int_0^3 (3t^2 - 4t + 1) dt = t^3 - 2t^2 + t \Big|_0^3 = 27 - 18 + 3 = 12.$$

$$\text{б) } v(t) = \frac{1}{\sqrt{5t+1}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{5t+1}} dt = \frac{2}{5} \sqrt{5t+1} \Big|_0^3 = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \frac{6}{5}.$$

$$\text{в) } v(t) = 4t^3 - 6t^2; S(3) = \int_0^3 (4t^3 - 6t^2) dt = t^4 - 2t^3 \Big|_0^3 = 81 - 54 = 27$$

$$\text{г) } v(t) = \frac{1}{\sqrt{7t+4}}; S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$1027. \text{ a) } \rho(x) = x^2 - x - 1, l = 6; \left| \int_0^6 (x^2 - x - 1) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^6 \right| = 48.$$

$$\text{б) } \rho(x) = \frac{1}{(x+3)^2}, l = 3; \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \Big|_0^3 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{в) } \rho(x) = -x^2 + 6x, l = 2; \left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3}.$$

$$\text{г) } \rho(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}, l = 1; \left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \Big|_0^1 \right| = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

1028. а) $\int_{-2}^3 f(x)dx = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + \frac{3 \cdot 3}{2} = 10,5$ (в ответе задачника опечатка).

б) $\int_{-2}^3 f(x)dx = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 6,5$.

1029. а) $y = x^2, y = 0, x = 4; S = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{64}{3}$.

б) $y = x^3, y = 0, x = -3, x = 1;$

$S = -\int_{-3}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-3}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2}$.

в) $y = x^2, y = 0, x = -3; S = \int_{-3}^0 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9$.

г) $y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2; S = \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$.

1030. а) $y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2; S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8$.

б) $y = -x^2 + 4x, y = 0; S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$.

в) $y = 4 - x^2, y = 0; S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$.

г) $y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2; S = \int_{-2}^0 (-x^3 + 1) dx = \left(-\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_{-2}^0 = 4 + 2 = 6$.

1031. а) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2; S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$.

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9; S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4$.

в) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 4; S = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2$.

г) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = -3; S = \int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-3}^{-1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

$$1032. \text{ a) } y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}; S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$\text{б) } y = \cos 2x, y = 0, x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}; S = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{г) } y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi; S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \sqrt{2}.$$

$$1033. \text{ a) } y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \cos x\right) dx = \left(x + \frac{1}{2} \sin x\right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1$$

$$\text{б) } y = 1 - \sin 2x, y = 0, x = 0, x = \pi;$$

$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x\right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi.$$

$$\text{в) } y = 2 - 2 \sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - 2 \sin x) dx = (2x + 2 \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2.$$

$$\text{г) } y = 2 + \cos \frac{x}{2}, y = 0, x = 0, x = \frac{2\pi}{3};$$

$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left(2 + \cos \frac{x}{2}\right) dx = \left(2x + 2 \sin \frac{x}{2}\right) \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

$$1034. \text{ a) } \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4; S = 2 \cdot 8 - 4 = 12.$$

$$\text{б) } S = \frac{\pi}{2} \cdot 1 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$$\text{в) } S = 16 - \int_{-2}^2 x^2 dx = 16 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = 16 - \frac{8}{3} - \frac{8}{3} = \frac{32}{3}.$$

$$\text{г) } S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 1 + 1 = 2.$$

1035. а) $y = x, y = -0,5x + 5, x = -1, x = 3;$

$$S = \int_{-1}^3 (-0,5x + 5) dx - \int_{-1}^3 x dx = \left(-\frac{1}{4}x^2 + 5x \right) \Big|_{-1}^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^3 = -\frac{9}{4} + 15 + \frac{1}{4} + 5 - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 14.$$

б) $y = 2x, y = x - 2, x = 4;$

$$S = \int_{-2}^4 2x dx - \int_{-2}^4 (x - 2) dx = x^2 \Big|_{-2}^4 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^4 = 16 - 4 - 8 + 8 + 2 + 4 = 18.$$

в) $y = -x, y = 3 - \frac{x}{4}, x = -2, x = 1;$

$$S = \int_{-2}^1 \left(3 - \frac{x}{4} \right) dx - \int_{-2}^1 -x dx = \left(3x - \frac{x^2}{8} \right) \Big|_{-2}^1 - \left(-\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^1 = 3 - \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 = 7\frac{7}{8}.$$

г) $y = 1 - x \quad y = 3 - 2x \quad x = 0$

$$S = \int_0^2 (3 - 2x) dx - \int_0^2 (1 - x) dx = (3x - x^2) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = 6 - 4 + 2 - 2 = 2$$

1036. а) $y = 1 - x^2, y = -x - 1; 1 - x^2 = -x - 1; x^2 - x - 2 = 0; x = -1, x = 2;$

$$S = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx + \int_{-1}^2 (-1 - x) dx - \left| \int_1^2 (1 - x^2) dx \right| =$$

$$= \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(-\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-1}^2 - \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + \left| 2 + 2 - \frac{1}{2} + 1 \right| - \left| 2 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} \right| = 2 - \frac{2}{3} + 5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + 1 = 4,5.$$

б) $y = x^2 - 3x + 2, y = x - 1; x^2 - 3x + 2 = x - 1; x^2 - 4x + 3 = 0; x = 3, x = 1;$

$$S = \int_1^3 (x - 1) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_1^3 =$$

$$= \frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 - 9 + \frac{27}{2} - 6 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 = -15 + \frac{32}{2} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

в) $y = x^2 - 1, y = 2x + 2; x^2 - 1 = 2x + 2; x^2 - 2x - 3 = 0; x = 3, x = -1;$

$$S = \int_{-1}^3 (2x+2)dx - \int_{-1}^3 (x^2-1)dx = \left(x^2+2x\right)\Big|_{-1}^3 - \left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_{-1}^3 =$$

$$= 9+6-1+2-9+3-\frac{1}{3}+1 = 10\frac{2}{3}.$$

г) $y = -x^2+2x+3, y=3-x; -x^2+2x+3=3-x; -x^2+3x=0; x=0, x=3;$

$$S = \int_0^3 (-x^2+2x+3)dx - \int_0^3 (3-x)dx = \int_0^3 (-x^2+3x)dx = \left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2\right)\Big|_0^3 =$$

$$= -9 + \frac{27}{2} = 4,5$$

1037. а) $y = x^2 - 4x, y = -(x-4)^2; x^2 - 4x = -(x-4)^2; x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16;$

$2x^2 - 12x + 16 = 0; x^2 - 6x + 8 = 0; x = 2, x = 4;$

$$S = \int_2^4 (-(x-4)^2)dx - \int_2^4 (x^2 - 4x)dx = -\frac{1}{3}(x-4)^3\Big|_2^4 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2\right)\Big|_2^4 =$$

$$= 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3}.$$

б) $y = x^2 + 2x - 3, y = -x^2 + 2x + 5; 2x^2 - 8 = 0; x = \pm 2;$

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5)dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3)dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x\right)\Big|_{-2}^2 - \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x\right)\Big|_{-2}^2 =$$

$$= -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}.$$

в) $y = x^2 - 6x + 9, y = (x+1)(3-x); (x-3)^2 = (x+1)(3-x);$

$(x-3)(x-3+x+1) = 0; x = 3, x = 1;$

$$S = \int_1^3 (x+1)(3-x)dx - \int_1^3 (x-3)^2 dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x\right)\Big|_1^3 - \frac{1}{3}(x-3)^3\Big|_1^3 =$$

$$= -9 + 9 + 9 + \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}.$$

$$\Gamma) y = x^2 - 4x + 3, y = -x^2 + 6x - 5; x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5;$$

$$2x^2 - 10x + 8 = 0; x^2 - 5x + 4 = 0; x = 4, x = 1;$$

$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx = \\ &= \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 = \\ &= 2 \left(-\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = 2(28 - 21 - 2,5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9. \end{aligned}$$

$$1038. \text{ a) } y = \cos x, y = -x, x = 0; x = \frac{\pi}{2}; \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1;$$

$$S = 1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{8} + 1.$$

$$\text{б) } y = \sin 2x, y = x - \frac{\pi}{2}, x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{в) } y = \sin x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2};$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\Gamma) y = \cos \frac{x}{2}, y = x - \pi, x = 0, x = \pi;$$

$$S = \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx + \pi \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2 + \frac{\pi^2}{2}.$$

$$1039. \text{ a) } \int_{-1}^0 \frac{(x^2 - 2x)(3 - 2x)}{x - 2} dx = \int_{-1}^0 (3x - 2x^2) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{13}{6}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \int_2^3 \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 1)}{x^2 + x - 2} dx &= \int_2^3 (x - 2)(x + 1) dx = \int_2^3 (x^2 - x - 2) dx = \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 = 9 - \frac{9}{2} - 6 - \frac{8}{3} + 2 + 4 = 9 - \frac{9}{2} - \frac{8}{3} = \frac{11}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \int_2^3 \frac{(x^2 - 3x + 2)(2 + x)}{x - 1} dx &= \int_2^3 (x - 2)(x + 2) dx = \int_2^3 (x^2 - 4) dx = \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = 9 - 12 - \frac{8}{3} + 8 = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \int_{-1}^1 \frac{(9 - x^2)(x^2 - 16)}{x^2 - 7x + 12} dx &= - \int_{-1}^1 (9 + x)(4 + x) dx = \\ &= \int_{-1}^1 (-x^2 - 13x - 36) dx = \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{13x^2}{2} - 36x \right) \Big|_{-1}^1 = \\ &= -\frac{1}{3} - \frac{13}{2} - 36 - \frac{1}{3} + \frac{13}{2} - 36 = -72 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$1040. \text{ a)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos 3x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x) dx =$$

$$- \left(\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{10} - \frac{5}{10} = -0,4.$$

$$\text{б)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3}{8} \pi - \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{B)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 7x \cos 5x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos 12x + \cos 2x) dx =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} \sin 12x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Г)} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 3x dx = \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 6x \right) dx = \left(\frac{1}{2} x - \frac{1}{12} \sin 6x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

$$1041. \text{ a)} \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3 \cdot 3}{2} = -3.$$

$$\text{б)} \int_{-2}^3 f(x) dx = 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - 1 + 2 = \frac{3}{2}.$$

$$1042. \text{ a)} f(x) = \begin{cases} x^2 & -3 \leq x \leq 2; \\ 6 - x & x > 2; \end{cases}$$

$$\int_{-3}^6 f(x) dx = \int_{-3}^2 x^2 dx + \int_2^6 (6-x) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^2 + \left(6x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^6 =$$

$$= \frac{8}{3} + 9 + 36 - 18 - 12 + 2 = 17 + \frac{8}{3} = 19\frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & 0 < x \leq 1 \\ x^3 & x > 1 \end{cases};$$

$$\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx = \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx + \int_1^2 x^3 dx = 2\sqrt{x} \Big|_{\frac{1}{4}}^1 + \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = 2 - 1 + 4 - \frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}.$$

$$1043. \text{ а) } \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = 4\pi; \text{ б) } \int_{-5}^0 \sqrt{25-x^2} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{25\pi}{4}.$$

$$1044. \text{ а) } \int_0^4 \sqrt{4x-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi = 2\pi; \text{ б) } \int_{-1}^0 \sqrt{-x^2-2x} dx = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{\pi}{4}.$$

$$1045. \text{ а) } \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{45}{360} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + 1;$$

$$\text{б) } \int_{-4}^4 \sqrt{64-x^2} dx = \pi r^2 \cdot \frac{60}{360} + 4 \cdot 8 \sin 60^\circ = \frac{32}{3} \pi + 16\sqrt{3}$$

$$1046. \text{ а) } \int_{-2}^3 |x| dx = 2 \cdot \frac{2}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2} = 6,5; \text{ б) } \int_0^5 |x-1| dx = 1 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{4}{2} = 8,5.$$

$$1047. \text{ а) } y = 2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{6};$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (2 \cos 3x - 3 \sin 2x + 6) dx = \left(\frac{2}{3} \sin 3x + \frac{3}{2} \cos 2x + 6x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} =$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \pi = \pi - \frac{1}{12}.$$

$$\text{б) } y = 2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7, y = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4};$$

$$S = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (2 \sin 4x + 3 \cos 2x + 7) dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{3}{2} \sin 2x + 7x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} =$$

$$= 2 + \frac{3}{2} + \frac{35\pi}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{7\pi}{4} = 7\pi.$$

1048. а) $y = x^3, y = 10 - x, x = 0; x^3 = 10 - x; x = 2;$

$$S = \int_0^2 (10 - x) dx - \int_0^2 x^3 dx = 10x - \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 20 - 2 - 4 = 14.$$

б) $y = x^3, y = 10 - x, y = 0; S = \int_0^2 x^3 dx + \int_2^{10} (10 - x) dx = 4 + 32 = 36.$

в) $y = -x^3, y = 5 + 4x, x = 0;$

$$S = \int_{-1}^0 (5x + 4x) dx - \int_{-1}^0 (-x^3) dx = \int_{-1}^0 (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 x^3 dx =$$

$$= (5x + 2x^2) \Big|_{-1}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = 5 - 2 - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$$

г) $y = -x^3, y = 5 + 4x, y = 0; -x^3 = 5 + 4x; x = -1;$

$$\int_{-1}^{-\frac{5}{4}} (5 + 4x) dx + \int_{-1}^0 -x^3 dx = 5x + 2x^2 \Big|_{-\frac{5}{4}}^{-1} - \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 =$$

$$= -5 + 2 + \frac{25}{4} - \frac{25}{8} + \frac{1}{4} = -3 + \frac{27}{8} = \frac{3}{8}.$$

1049. а) $y = |x|, y = -|x| + 2.$ Полученная фигура будет квадратом со

стороной $\sqrt{2}$, его площадь равна 2, $S = 2.$

б) $y = |x + 1|, y = -(x - 1)^2 + 2; |x + 1| = -(x - 1)^2 + 2; x + 1 = \pm(x - 1)^2 + 2;$
 $x = 0, x = 1;$

$$S = \int_0^1 (-(x - 1)^2 + 2) dx - \int_0^1 |x + 1| dx = \left(-\frac{1}{3}(x - 1)^3 + 2x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6}.$$

в) $y = |x| - 2, y = \frac{x}{2}; |x| - 2 = \frac{x}{2}; x = \pm \frac{x}{2} + 2; x = 4, x = -\frac{4}{3};$

$$S = \int_{-\frac{4}{3}}^4 \frac{x}{2} dx - \int_{-\frac{4}{3}}^0 (-x - 2) dx - \int_0^4 (x - 2) dx = \frac{x^2}{4} \Big|_{-\frac{4}{3}}^4 + \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-\frac{4}{3}}^0 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^4 =$$

$$= 4 - \frac{4}{9} - \frac{8}{9} + \frac{8}{3} - 8 + 8 = 4 + \frac{4}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

$$\text{r)} y = (x-1)^2, y = -|x+1|+2; |x+1| = 2 - (x-1)^2; x+1 = \pm 2 \mp (x-1)^2;$$

$$x=0, x=1;$$

$$S = \int_0^1 (-|x+1|+2) dx - \int_0^1 (x-1)^2 dx = \left(-\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 - \frac{1}{3}(x-1)^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\mathbf{1050. a)} y = 3 - x^2, y = 1 + |x|; 3 - x^2 = 1 + |x|; x = \pm 1;$$

$$S = 2 \cdot \left(\int_0^1 (3 - x^2) dx - \int_0^1 (1 + |x|) dx \right) = 2 \left(\left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 - \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right) = 2 \cdot \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2} \right) = \frac{7}{3}.$$

$$\text{б)} y = x^2, y = 2 - |x|; x^2 = 2 - |x|; x = \pm 1;$$

$$S = 2 \cdot \left(\int_0^1 (2 - |x|) dx - \int_0^1 x^2 dx \right) = 2 \left(3x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{7}{3}.$$

$$\mathbf{1051. a)} y = \sin 2x, y = \frac{16x^2}{\pi^2}; \sin 2x = \frac{16x^2}{\pi^2}; x = \frac{\pi}{4}; x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{16x^2}{\pi^2} dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{16}{\pi^2} \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{16}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{64 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{6 - \pi}{12}.$$

$$\text{б)} y = x^2 - 1, y = \cos \frac{\pi x}{2}; x^2 - 1 = \cos \frac{\pi x}{2}; x = \pm 1;$$

$$S = \int_{-1}^1 \cos \frac{\pi x}{2} dx - \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2} \Big|_{-1}^1 - \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

$$\text{в)} y = \cos x, y = \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2; \cos x = \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2; x = \frac{\pi}{2}, x = 0;$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2 dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{3 \cdot 2} \left(\frac{2x}{\pi} - 1 \right)^2 \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{г)} y = x^2 - 2x, y = \sin \frac{\pi x}{2}; x^2 - 2x = \sin \frac{\pi x}{2}; x = 0, x = 2;$$

$$S = \int_0^2 \sin \frac{\pi}{2} x dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = -\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} x \Big|_0^2 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 =$$

$$= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} - \frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{\pi} + \frac{4}{3}.$$

$$1052. \text{ a) } S = \int_{-1}^2 (2x - x^2) dx - \int_{-1}^2 (x - 2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 4 - \frac{8}{3} - 1 - \frac{1}{3} - 2 + 4 + \frac{1}{2} + 2 = 7 - 3 + \frac{1}{2} = 4,5.$$

$$\text{б) } S = \int_{-1}^2 (1-x) dx - \int_{-1}^2 \left(x + \frac{1}{2} \right) \left(x - \frac{5}{2} \right) dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{5}{4}x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= 2 - 2 + 1 + \frac{1}{2} - \frac{8}{3} + 4 + \frac{5}{2} - \frac{1}{3} - 1 + \frac{5}{4} = 7 - 3 + \frac{5}{4} = 5,25 \quad (\text{в ответе задачника опечатка}).$$

$$1053. \text{ a) } \int_{\frac{1}{4}}^x \frac{dt}{\sqrt{t}} = x;$$

$$\text{б) } \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{2t+4}} = 2;$$

$$2\sqrt{t} \Big|_{\frac{1}{4}}^x = x; \quad 2\sqrt{x} - 1 = x;$$

$$\sqrt{2t+4} \Big|_0^x = 2;$$

$$\sqrt{2x+4} = 4;$$

$$4x = x^2 + 2x + 1;$$

$$x = 6.$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0;$$

$$x = 1.$$

$$\text{в) } \int_5^x \frac{dt}{\sqrt{2t-1}} = x - 11;$$

$$\text{г) } \int_2^x \frac{dt}{\sqrt{t+2}} = 2$$

$$\sqrt{2t-1} \Big|_5^x = x - 11;$$

$$2\sqrt{t+2} \Big|_2^x = 2$$

$$\sqrt{2x-1} - 3 = x - 11;$$

$$2\sqrt{x+2} = 6$$

$$\sqrt{2x-1} = x - 8$$

$$x = 7$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = x^2 - 16x + 64, \\ x \geq 8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 18x + 65 = 0, \\ x \geq 8 \end{cases};$$

$$x = 9 + 4 = 13;$$

$$x = 9 - 4 = 5 \text{ — не подходит};$$

$$x = 13.$$

$$1054. \text{ а) } \int_0^x \cos^2 t dt = \frac{x}{2}; \int_0^x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt = \frac{x}{2}; \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^x = \frac{x}{2};$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{x}{2}; \quad x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$\text{б) } \int_0^x \cos 2t dt + \int_{\frac{\pi}{4}}^x \sin 2t dt = 0; \quad \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_0^x - \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_{\frac{\pi}{4}}^x = 0;$$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0; \quad \operatorname{tg} 2x = 1; \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}.$$

$$\text{в) } 2 \int_0^x \sin^2 t dt = x; \quad \int_0^x (1 - \cos 2t) dt = x; \quad \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^x = x;$$

$$x - \frac{1}{2} \sin 2x = x; \quad x = \frac{\pi n}{2}.$$

$$\text{г) } \int_0^x (2 \cos 2t + 6 \cos 6t) dt = 0; \quad (\sin 2t + \sin 6t) \Big|_0^x = 0; \quad \sin 2x + \sin 6x = 0;$$

$$\sin 4x \cos 2x = 0; \quad \sin 4x = 0; \quad x = \frac{\pi n}{4}; \quad \cos 2x = 0; \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2};$$

$$x = \frac{\pi n}{4}.$$

$$1055. \text{ а) } \int_0^x t dt < \frac{1}{2}; \quad \frac{t^2}{2} \Big|_0^x < \frac{1}{2}; \quad x^2 < 1; \quad x \in (-1; 1).$$

$$\text{б) } \int_0^x (3t^2 - 8t + 3) dt > 0; \quad (t^3 - 4t^2 + 3t) \Big|_0^x > 0;$$

$$\begin{array}{c} - \quad + \quad - \quad + \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ 0 \quad 1 \quad 3 \quad x \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 - 4x^2 + 3x > 0; \\ x(x-1)(x-3) > 0; \\ x \in (0; 1) \cup (3; +\infty). \end{array}$$

$$\text{в) } \int_0^x t^3 dt < \frac{1}{4}; \quad \frac{t^4}{4} \Big|_0^x < \frac{1}{4}; \quad x^4 < 1; \quad x \in (-1; 1).$$

$$\text{r) } \int_0^x (2t+5)dt > 6; (t^2+5t)|_0^x > 6; x^2+5x-6 > 0; (x-1)(x+6) > 0;$$

$$x \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty).$$

$$1056. \text{ a) } \int_0^x \sin t dt < \frac{1}{2}; -\cos t|_0^x < \frac{1}{2}; -\cos x + 1 < \frac{1}{2}; \cos x > \frac{1}{2};$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right).$$

$$\text{б) } \int_{\frac{\pi}{2}}^x \cos 2t dt > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^x > \frac{1}{2\sqrt{2}}; \sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right); x \in \left(\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{3\pi}{8} + \pi n\right).$$

$$\text{в) } \int_0^x \cos t dt < \frac{\sqrt{3}}{2}; \sin t|_0^x < \frac{\sqrt{3}}{2}; \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x \in \left(-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right).$$

$$\text{г) } \int_{\pi}^x \sin \frac{t}{2} dt > \sqrt{3}; -2 \cos \frac{t}{2} \Big|_{\pi}^x > \sqrt{3}; -\cos \frac{x}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos \frac{x}{2} < -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x \in \left(\frac{5\pi}{3} + 4\pi n; \frac{7\pi}{3} + 4\pi n\right).$$

1057. а) Вершина параболы $y = 2x - x^2$, $x_B = -\frac{2}{-2} = 1 \Rightarrow$ касательной

в этой точке будет прямая $y = 1$.

$$S = 1 \cdot 1 - \int_0^1 (2x - x^2) dx = 1 - \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1 = 1 - 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б) Аналогично предыдущей задаче $y = 2x^2 - 6x$, $y = 4,5$ — касательная в точке $x = 1,5$.

$$S = 4,5 \cdot 1,5 + 2 \int_0^{1,5} (x^2 - 3x) dx = \frac{27}{4} + 2 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right) \Big|_0^{1,5} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}.$$

1058. а) $y = x^3$, $x = 0$, $y(1) = 1$; $y' = 3x^2$; $y'(1) = 3$; $y = 3x - 2$ — касательная к графику $y = x^3$ в точке $x = 1$;

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 (3x - 2) dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 = \frac{3}{4}.$$

б) $y = x^3$; $y'(x) = 3x^2$; $y'(0) = 0$; $y(0) = 0$; $y'(1) = 3$; $y(1) = 1$;
 $y = 0$, $y = 3x - 2$ — касательная к графику $y = x^3$ в точках $x = 0$ и $x = 1$;

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 (3x - 2) dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{12}.$$

1059. а) $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$;

$$y = 3 - \frac{1}{2}x_0^2 - x_0(x - x_0) = -x_0x - \frac{1}{2}x_0^2 + x_0^2 + 3 = -x_0x + \frac{1}{2}x_0^2 + 3.$$

$$y' = -x_0 = -1, \quad y' = -x_0 = 1; \quad x_0 = 1, \quad x_0 = -1;$$

$$y = -x + \frac{1}{2} + 3 = -x + \frac{7}{2}, \quad \text{— искомые касательные};$$

$$y = x + \frac{7}{2}; \quad 3 - \frac{1}{2}x^2 = -x + \frac{7}{2}; \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(-x + \frac{7}{2} \right) dx - \int_0^1 \left(3 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \right) = 2 \left(\left(-\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left(3x - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^1 \right) =$$

$$= -1 + 7 - 6 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б) $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}$; $y = \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2} + x_0(x - x_0) = xx_0 + \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2}$;

$$y' = x_0 = 1; \quad y' = x_0 = -1; \quad y = x + 2; \quad y = -x + 2 \quad \text{— искомые касательные};$$

$$x + 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}; \quad x = 1;$$

$$S = 2 \left(\int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^1 (x + 2) dx \right) = 2 \left(\left(\frac{x^3}{6} + \frac{5}{2}x \right) \Big|_0^1 - 2 \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 \right) =$$

$$= \frac{1}{3} + 5 - 1 - 4 = \frac{1}{3}.$$

1060. а) $y = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$; $y = \frac{x_0^2\sqrt{3}}{2} + x_0\sqrt{3}(x - x_0) = \sqrt{3}x_0x - \frac{\sqrt{3}x_0^2}{2}$;

$$1) y' = \sqrt{3}x_0 = \sqrt{3}, y' = \sqrt{3}x_0 = -\sqrt{3};$$

$$x_0 = 1, x_0 = -1;$$

$$y = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ — уравнение искомым касательных};$$

$$y' = \sqrt{3}x_0 = -\operatorname{tg}30^\circ; y' = \sqrt{3}x_0 = \operatorname{tg}30^\circ;$$

$$2) x_0 = -\frac{1}{3}; x_0 = \frac{1}{3};$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18}, y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18} \text{ — уравнение искомым касательных};$$

$$1) S = 2 \left(\int_0^1 \left(x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx - \int_0^1 \left(\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{x^3 \sqrt{3}}{6} \right) \Big|_0^1 - 2 \left(\frac{\sqrt{3}x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$2) S = 2 \left(\int_0^{\frac{1}{3}} \left(x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18} \right) dx \right) = 2 \left(\frac{x^3 \sqrt{3}}{6} \right) \Big|_0^{\frac{1}{3}} - 2 \left(\frac{\sqrt{3}x^2}{6} - \frac{\sqrt{3}}{18}x \right) \Big|_0^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{27} - \frac{\sqrt{3}}{27} + \frac{\sqrt{3}}{27} = \frac{\sqrt{3}}{27}.$$

$$6) y = -\frac{x^2}{2\sqrt{3}}; y = \frac{x_0^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x_0}{\sqrt{3}}(x - x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{3}}x + \frac{x_0^2}{\sqrt{3}};$$

$$1) y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$x_0 = 1, x_0 = -1; y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}, y = -\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ — искомым касательные};$$

$$2) y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}, y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3};$$

$$x_0 = -3, x_0 = 3; y = -\sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2}, y = \sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ — искомым касательные};$$

$$1) S = 2 \left(\int_0^1 \left(-\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) dx + \int_0^1 \frac{x^2}{2\sqrt{3}} dx \right) = \left(-\frac{x^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right) \Big|_0^1 + \frac{x^3}{3\sqrt{3}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3\sqrt{3}};$$

$$2) S = 2 \left(\int_0^3 \left(-\sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) dx + \int_0^3 \frac{x^2}{2\sqrt{3}} dx \right) = \left(-\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}x \right) \Big|_0^3 + \frac{x^3}{3\sqrt{3}} \Big|_0^3 = 3\sqrt{3}.$$

$$1061. \text{ а) } y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1; y' = 3x^2 - 12x + 9;$$

$$y(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1; y'(3) = 27 - 36 + 9 = 0;$$

$y = 1$ — касательная к графику данной функции в точке $x = 3$;

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 1; x(x^2 - 6x + 9) = 0; x = 0, x = 3;$$

$$S = \int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) dx - 3 \cdot 1 = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9x^2}{2} + x \right) \Big|_0^3 - 3 =$$

$$= \frac{81}{4} - 54 + \frac{81}{2} + 3 - 3 = \frac{27}{4}.$$

$$\text{б) } y = x^3 - 3x; y(-1) = -1 + 3 = 2; y' = 3x^2 - 3; y'(-1) = 0;$$

$y = 2$ — касательная к графику данной функции в точке $x = -1$;

$$x^3 - 3x = 2; x = -1, x = 2;$$

$$S = 3 \cdot 2 - \int_{-1}^2 (x^3 - 3x) dx = 6 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^2 = 6,75.$$

$$1062. \text{ а) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = a;$$

$$1) S = \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_1^a = \frac{7}{8}; -\frac{1}{a} + 1 = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{1}{8}; a = 8.$$

$$2) S = \int_a^1 \frac{1}{x^2} dx = \frac{7}{8}; -\frac{1}{x} \Big|_a^1 = \frac{7}{8}; -1 + \frac{1}{a} = \frac{7}{8}; \frac{1}{a} = \frac{15}{8}; a = \frac{8}{15}.$$

Ответ: $a = \frac{8}{15}, a = 8.$

$$\text{б) } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = a;$$

$$1) S = \int_{-1}^a \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^a = \frac{10}{11}; -\frac{1}{a} - 1 = \frac{10}{11}; \frac{1}{a} = -\frac{21}{11}; a = -\frac{11}{21}.$$

$$2) S = \int_a^{-1} \frac{1}{x^2} dx = \frac{10}{11}; -\frac{1}{x} \Big|_a^{-1} = \frac{10}{11}; 1 + \frac{1}{a} = \frac{10}{11}; a = -11.$$

Ответ: $a = -11$, $a = -\frac{11}{21}$.

Глава 6. Степени и корни. Степенные функции

§ 39. Понятие корня n -й степени из действительного числа

1063. а) 3; 4 б) 5; 7 в) 11; 2 г) 37; 15

1064. а) $\sqrt{361} = 19$; $19^2 = 361$. б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$.

в) $\sqrt[3]{343} = 7$; $7^3 = 343$. г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$

1065. а) $\sqrt{25} = -5$; $\sqrt{25} = 5$. б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; $(-2)^6 \neq -64$.

в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$; $\sqrt[3]{-8} = 2$; $-8 \neq 2^3$. г) $\sqrt[4]{625} = -25$; $(-25)^4 = 625^2$.

1066. а) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$; $7-4\sqrt{3} = 4+3-4\sqrt{3}$. Верно.

б) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = 2-\sqrt{5}$; $2-\sqrt{5} < 0 \Rightarrow$ Неверно.

в) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{3}-2$; $\sqrt{3}-2 < 0 \Rightarrow$ Неверно.

г) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5}-2$; $9-4\sqrt{5} = 5+4-4\sqrt{5} \Rightarrow$ Верно.

1067. а) $\sqrt[4]{16} = 2$; б) $\sqrt[3]{32} = 2$;

в) $\sqrt[4]{81} = 3$; г) $\sqrt[3]{64} = 4$.

1068. а) $\sqrt[9]{512} = 2$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{2}{5}$;

в) $\sqrt[3]{1331} = 11$; г) $\sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11}$.

1069. а) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$; б) $\sqrt[4]{0,0625} = 0,5$;

в) $\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$; г) $\sqrt[3]{0,027} = 0,3$.

1070. а) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$;

$$\text{в) } \sqrt[4]{7 \frac{58}{81}} = \sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \frac{5}{3}; \quad \text{г) } \sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{3}{2}.$$

$$1071. \text{ а) } \sqrt[7]{-128} = -2; \quad \text{б) } \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{-64} = -4; \quad \text{г) } \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}.$$

$$1072. \text{ а) } -2\sqrt[4]{81} = -6; \quad \text{б) } -3\sqrt[3]{-64} = 12;$$

$$\text{в) } -5\sqrt[4]{16} = -10; \quad \text{г) } 4\sqrt[3]{-27} = -12.$$

$$1073. \text{ а) } \sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0; \quad \text{б) } \sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125} = 5 + 5 = 10;$$

$$\text{в) } 3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27} = 6 - 12 = -6; \quad \text{г) } 12 - 6\sqrt[3]{0,125} = 12 - 3 = 9.$$

$$1074. \text{ а) } \sqrt[5]{(-3)^3} = \sqrt[5]{-27} = -\sqrt[5]{27}; \text{ Да}$$

$$\text{б) } \sqrt[8]{(-2)^5} = \sqrt[8]{-32} \quad \text{Нет}$$

$$\text{в) } \sqrt[10]{(-7)^2} = \sqrt[10]{49} \quad \text{Да}$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{(-5)^2} = \sqrt[3]{25} \quad \text{Да}$$

$$1075. \text{ а) } 2 < \sqrt{5} < 3; \quad \text{б) } 2 < \sqrt[3]{19} < 3;$$

$$\text{в) } 2 < \sqrt[4]{52} < 3; \quad \text{г) } 4 < \sqrt[3]{67} < 5.$$

$$1076. \text{ а) } x^3 = 125; x = \sqrt[3]{125}; x = 5; \quad \text{б) } x^7 = \frac{1}{128}; x = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } x^5 = 32; x = 2. \quad \text{г) } x^9 = 1; x = 1.$$

$$1077. \text{ а) } x^4 = 17; x = \pm\sqrt[4]{17}. \quad \text{б) } x^4 = -16 \text{ — решений нет.}$$

$$\text{в) } x^6 = 11; x = \pm\sqrt[6]{11}. \quad \text{г) } x^8 = -3 \text{ — решений нет.}$$

$$1078. \text{ а) } x^3 + 8 = 0; x = \sqrt[3]{-8}; x = -2.$$

$$\text{б) } 3x^8 - 9 = 0; x^8 = 3; x = \pm\sqrt[8]{3}.$$

$$\text{в) } x^4 - 19 = 0; x = \pm\sqrt[4]{19}.$$

$$\text{г) } 5x^{10} + 6 = 0; x^{10} = -\frac{6}{5}; \text{ — решений нет.}$$

1079. а) $\sqrt[3]{x-5} = -3$; $x-5 = -27$; $x = -22$.

б) $\sqrt[4]{4-5x} = -2$ — решений нет.

в) $\sqrt[5]{2x+8} = -1$; $2x+8 = -1$; $x = -\frac{9}{2}$.

г) $\sqrt[3]{7-4x} = 4$; $7-4x = 64$; $x = -\frac{57}{4}$.

1080. а) $\sqrt[3]{x^2-9x-19} = -3$; $x^2-9x-19 = -27$; $x^2-9x+8 = 0$;
 $x = 1$, $x = 8$.

б) $\sqrt[4]{x^2-10x+25} = 2$; $x^2-10x+25 = 16$; $x^2-10x+9 = 0$;
 $x = 9$, $x = 1$.

в) $\sqrt[7]{2x^2+6x-57} = -1$; $2x^2+6x-56 = 0$; $x^2+3x-28 = 0$
 $x = \frac{-3+11}{2} = 4$; $x = \frac{-3-11}{2} = -7$.

г) $\sqrt[6]{x^2+7x+13} = 1$; $x^2+7x+12 = 0$; $x = -4$, $x = -3$.

1081. а) $\sqrt[3]{5}$; 2; $\sqrt[4]{17}$. б) $\sqrt[5]{100}$; 4; $\sqrt[3]{75}$.

в) $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt[5]{40}$; 3. г) $\sqrt[6]{60}$; 2; $\sqrt[4]{20}$.

1082. а) $\sqrt[4]{0,1}$; -1; $\sqrt[3]{-5}$. б) 0; $\sqrt[3]{-0,25}$; $\sqrt[5]{-29}$.

в) $\sqrt[5]{-1,5}$; -2; $\sqrt[3]{-9}$. г) $\sqrt[3]{2}$; 1; $\sqrt[3]{-2}$.

1083. а) $2 = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = \sqrt[4]{(-2)^4} \neq -2$; $\sqrt[4]{(-2)^4} = 2$.

б) $5 = \sqrt[6]{15625} = \sqrt[6]{5^6} = \sqrt[6]{(-5)^6} \neq -5$; $\sqrt[6]{(-5)^6} = 5$.

1084. а) $\sqrt[3]{15} - \sqrt[4]{90} > 0$; $\sqrt[3]{15} < \sqrt[4]{90}$; $50625 < 729000$; $\sqrt[3]{15} - \sqrt[4]{90} < 0$.

б) $3 - \sqrt[7]{150} > 0$. в) $\sqrt[5]{40} - \sqrt[3]{50} < 0$. г) $\sqrt[4]{300} - 5 < 0$.

1085. а) $0,02x^6 - 1,28 = 0$; $x^6 = 64$; $x = \pm 2$.

б) $-\frac{3}{4}x^8 + 18\frac{3}{4} = 0$; $x^8 = 25$; $x = \pm\sqrt[4]{5}$.

в) $0,3x^9 - 2,4 = 0$; $x^9 = 8$; $x = \sqrt[3]{2}$.

г) $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0$; $x^4 = 16$; $x = \pm 2$.

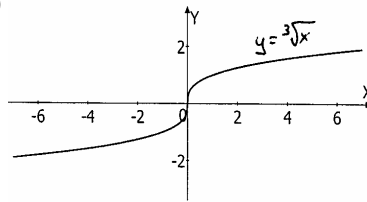
1086. а) $\sqrt[3]{-12}$; $\frac{\pi}{2}$; 2; $\sqrt[6]{70}$. б) $\sqrt[5]{-\pi}$; $\frac{3}{\pi}$; 1; $\sqrt[3]{\pi}$.

в) $\sqrt[3]{-2}$; $\frac{\pi}{3}$; 2,5; $\sqrt{2\pi}$. г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{2}}$; 0; $\sqrt[3]{200}$; 2π .

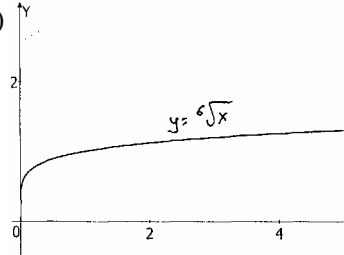
§ 40. Функции, $y = \sqrt[n]{x}$ их свойства и графики

1087.

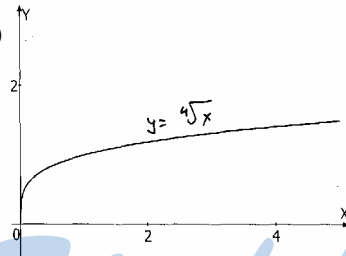
а)



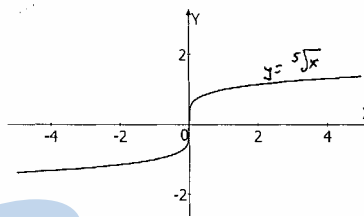
б)



в)

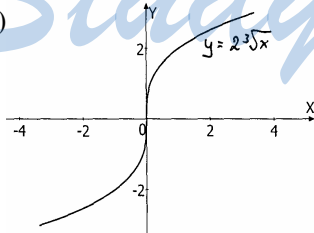


г)

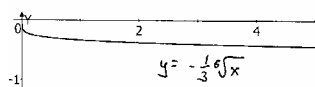


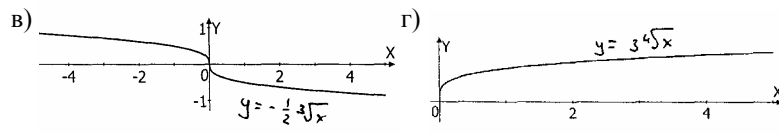
1088.

а)

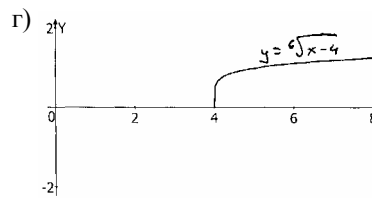
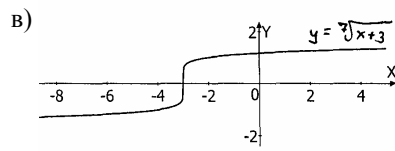
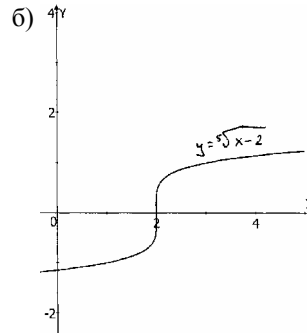
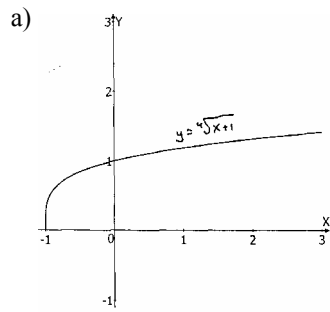


б)

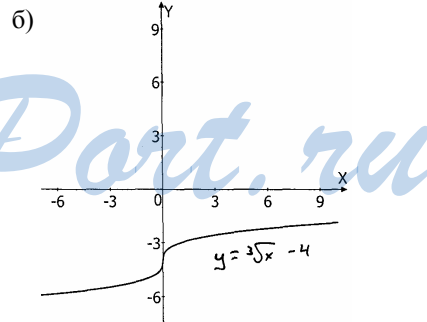
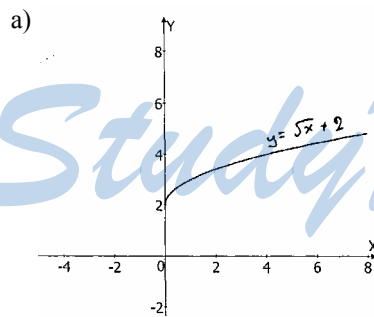


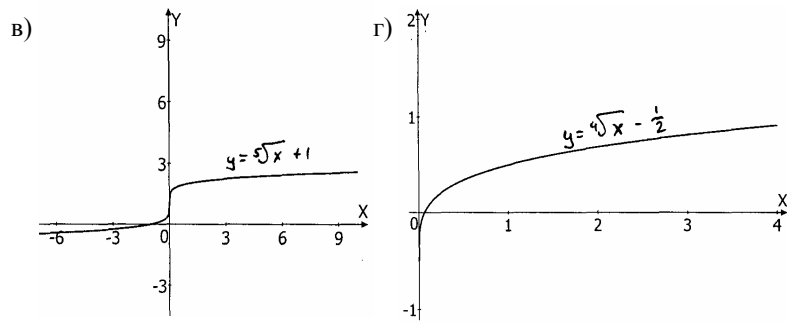


1089.

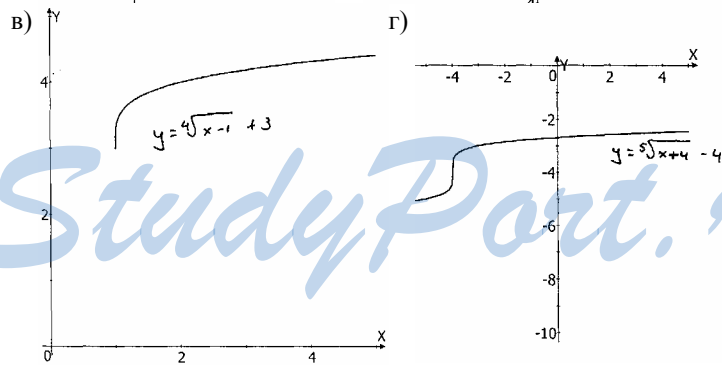
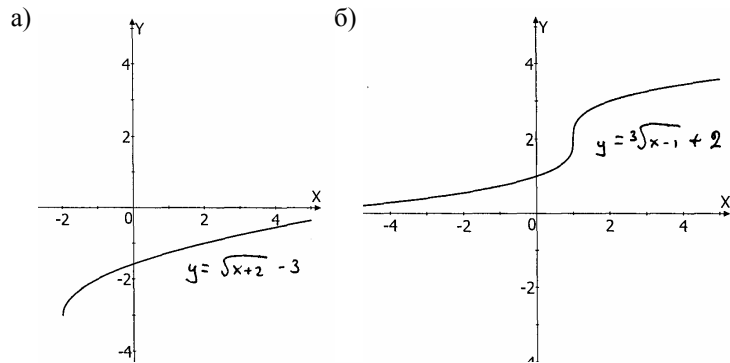


1090.





1091.



1092. $y = \sqrt[4]{x}$

- а) $x \in [0; 1]$, $\min y = 0$, $\max y = 1$;
 б) $x \in [1; 3)$, $\min y = 1$, $\max y$ не существует;
 в) $x \in [5; 16]$, $\min y = \sqrt[4]{5}$, $\max y = 2$;

г) $x \in [16; +\infty)$, $\min y = 2$, $\max y$ не существует;

1093. $y = \sqrt[5]{x}$

а) $x \in [-1; 1]$, $\min y = -1$, $\max y = 1$;

б) $x \in (-\infty; 1]$, $\min y$ не существует, $\max y = 1$;

в) $x \in [-32; 32]$, $\min y = -2$, $\max y = 2$;

г) $x \in [2; +\infty)$, $\min y = \sqrt[5]{2}$, $\max y$ не существует.

1094. а) $y = \sqrt[4]{x}$; $y = x^2$; $\sqrt[4]{x} = x^2$; $x = x^8$; $x = 1$, $x = 0$; $(0; 0)$, $(1; 1)$.

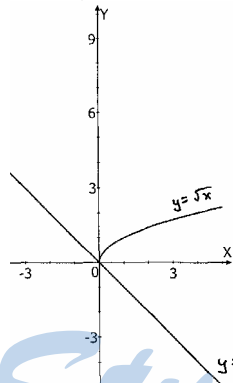
б) $y = \sqrt[3]{x}$; $y = |x|$; $\sqrt[3]{x} = |x|$; $x = 1$, $x = 0$; $(0; 0)$, $(1; 1)$.

в) $y = \sqrt[6]{x}$; $y = x$; $\sqrt[6]{x} = x$; $x = 1$, $x = 0$.

г) $y = \sqrt[5]{x}$; $y = -x - 2$; $(0; 0)$, $(1; 1)$;

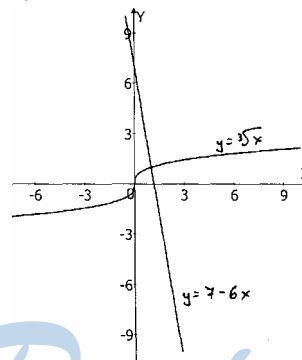
$\sqrt[5]{x} = -x - 2$; $x = 1$; $(-1; -1)$.

1095. а) $x = 0$



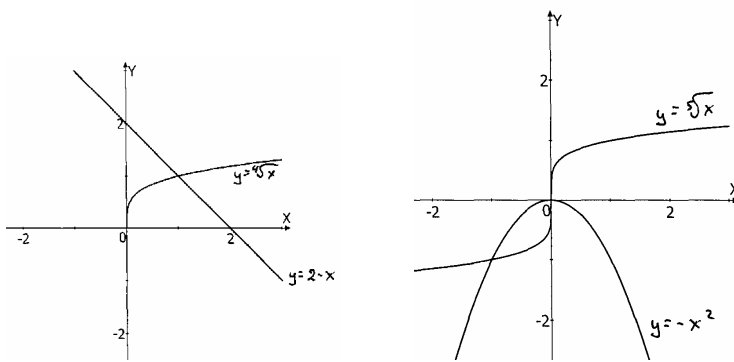
в) $x = 1$

б) $x = 1$

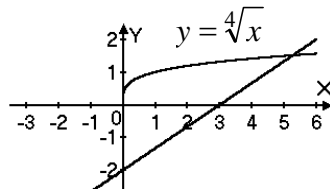


г) $x = 0$, $x = -1$

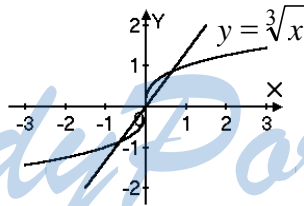
StudyPort.ru



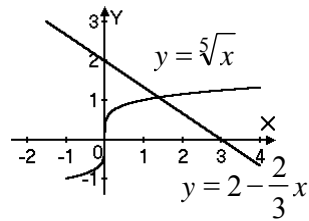
1096. а) $\begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}; \begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ y = \frac{2x}{3} - 2 \end{cases}$ — одно решение.



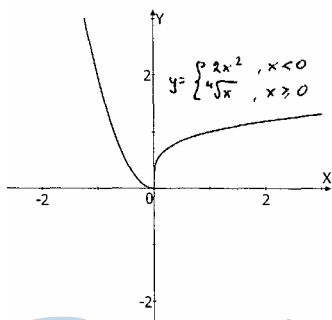
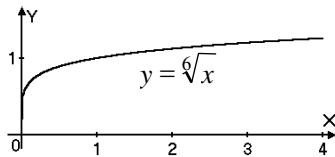
б) $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ 3y - 4x = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{4}{3}x \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$ — три решения (в ответе задачника опечатка).



в) $\begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ 6 - 2x - 3y = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ y = 2 - \frac{2}{3}x \end{cases}$ — одно решение.



$$\Gamma) \begin{cases} y = \sqrt[6]{x} \\ 5 + x - 2y = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \sqrt[6]{x} \\ y = \frac{5}{2} + \frac{x}{2} \end{cases} \text{ — нет решений.}$$



$$1097. y = \begin{cases} 2x^2, & x > 0 \\ \sqrt[4]{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

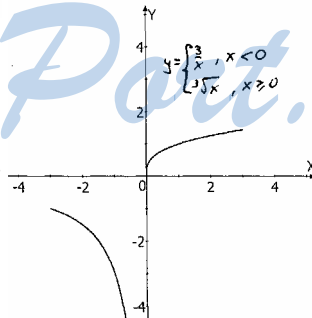
- 1) $y(x)$ убывает при $x < 0$, возрастает при $x \geq 0$.
- 2) $x_{\min} = 0, y_{\min} \leq 0$.
- 3) $y = 0$ при $x = 0$.

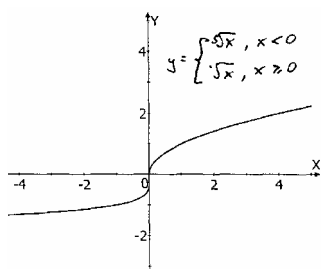


1098. y

$$y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) $y(x)$ убывает при $x < 0$, возрастает при $x \geq 0$.
- 2) Экстремумов нет.
- 3) $y = 0$ при $x = 0$.





$$1099. y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) $y(x)$ убывает при $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 2) Экстремумов нет.
- 3) $y = 0$ при $x = 0$.

$$1100. \text{ а) } y = \sqrt[4]{2x-4}; 2x-4 \geq 0; x \geq 2;$$

$$\text{б) } y = \sqrt[6]{3x-9}; 3x-9 \geq 0; x \geq 3.$$

$$\text{в) } y = \sqrt[8]{2-3x}; 2-3x \geq 0; x \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{г) } y = \sqrt[12]{1-5x}; 1-5x \geq 0; x \leq \frac{1}{5}.$$

$$1101. \text{ а) } y = \sqrt[3]{x^2+5}; x \in \mathbb{R}. \quad \text{б) } y = \sqrt[7]{x^3-1}; x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{в) } y = \sqrt[9]{6x-7}; x \in \mathbb{R}. \quad \text{г) } y = \sqrt[5]{2x+1}; x \in \mathbb{R}.$$

$$1102. \text{ а) } y = \sqrt{5x+8} + \sqrt[4]{2x-4}; \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq -\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x \geq 2.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[6]{2x+1} - \sqrt[8]{5-10x}; \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 5-10x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].$$

$$\text{в) } y = \sqrt[10]{3x-12} - \sqrt[4]{2x-1}; \begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 4 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \geq 4.$$

$$\text{г) } y = \sqrt{8-16x} + \sqrt[12]{10x+20}; \begin{cases} 8-16x \geq 0 \\ 10x+20 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$1103. \text{ а) } y = \sqrt{x^2+4x-12}; x^2+4x-12 \geq 0; \text{ корни: } x_1 = -6; x_2 = 2; \\ x \in (-\infty; -6] \cup [2; +\infty),$$

$$\text{б) } y = \sqrt[12]{15-x^2+2x}; -x^2+2x+15 \geq 0; x^2-2x-15 \leq 0; \\ \text{корни: } x_1 = -3; x_2 = 5; x \in [-3; 5].$$

$$\text{в) } y = \sqrt{x^2-8x+12}; x^2-8x+12 \geq 0; \text{ корни: } x_1 = 2; x_2 = 6;$$

$$x \leq 2, x \geq 6.$$

$$\text{r) } y = \sqrt[6]{4-x^2-3x}; 4-x^2-3x \geq 0; x^2+3x-4 \leq 0; x \in [-4; 1].$$

$$1104. \text{ a) } y = \sqrt[4]{\frac{x-8}{3x+5}}; \frac{x-8}{3x+5} \geq 0; x \geq 8, x < -\frac{5}{3}.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[5]{\frac{1+9x}{4+3x}}; x \in \mathbb{R} \text{ кроме } x = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{\frac{12-5x}{7-2x}}; x \in \mathbb{R} \text{ кроме } x = \frac{7}{2}.$$

$$\text{r) } y = \sqrt{\frac{3-7x}{2x+9}}; \frac{3-7x}{2x+9} \geq 0; \frac{7x-3}{2x+9} \leq 0; x \in \left(-4; \frac{3}{7}\right].$$

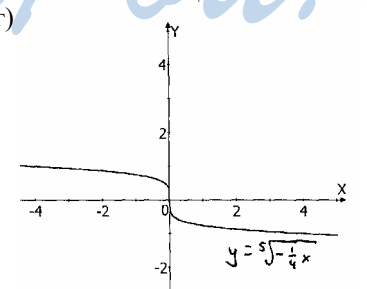
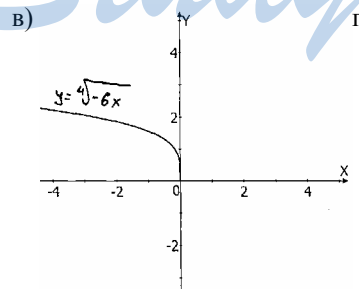
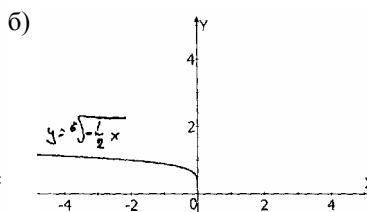
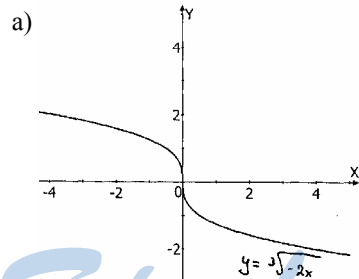
$$1105. \text{ a) } y = \sqrt[4]{x+1}; y \in [0; +\infty). \quad \text{б) } y = \sqrt[5]{x-2}; y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{в) } y = \sqrt[7]{x+3}; y \in \mathbb{R}. \quad \text{r) } y = \sqrt[6]{x-4}; y \in [0; +\infty).$$

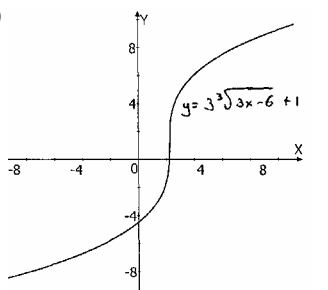
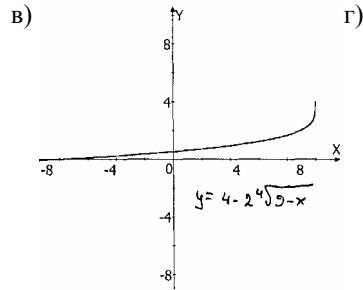
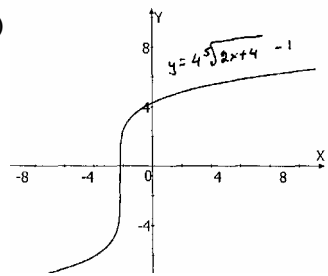
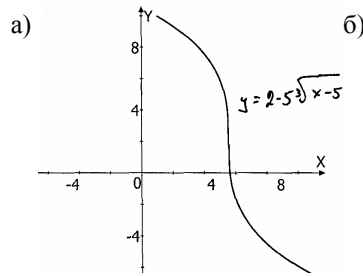
$$1106. \text{ a) } y = 2 + \sqrt[4]{x}; y \in [2; +\infty). \quad \text{б) } y = \sqrt[5]{x} - 3; y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{в) } y = \sqrt[6]{x-3}; y \in [-3; +\infty). \quad \text{r) } y = 2 + \sqrt[3]{x}; y \in \mathbb{R}$$

1107.

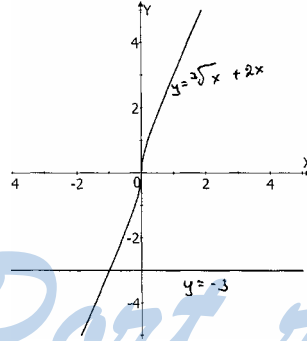
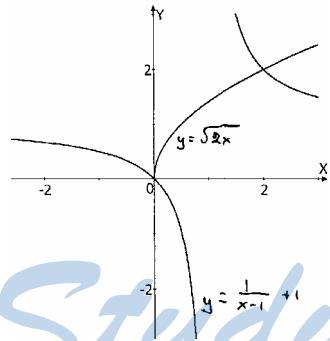


1108.



1109. а) $x = 0, x = 2$

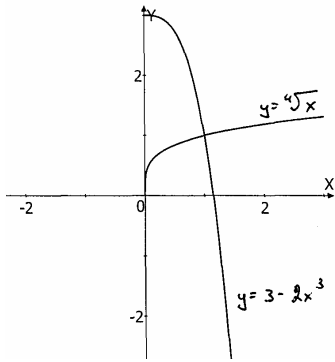
б) $x = -1$



в) $x = 1$

г) $x = 0, x = 3$

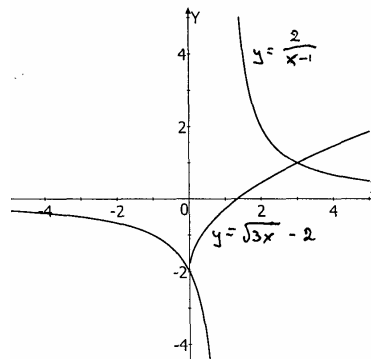
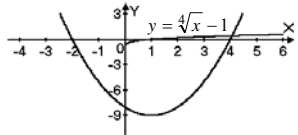
StudyPort.ru



$$1110. \text{ a) } \begin{cases} y = 4\sqrt{x} - 1 \\ y = x^2 - 2x - 8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = (x-4)(x+2) \\ y = 4\sqrt{x} - 1 \end{cases}$$

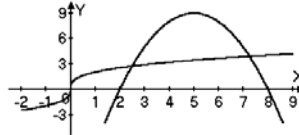
одно решение.



$$\text{б) } \begin{cases} y = 2\sqrt[3]{x} \\ y = 10x - 16 - x^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = (x-2)(8-x) \\ y = 2\sqrt[3]{x} \end{cases}$$

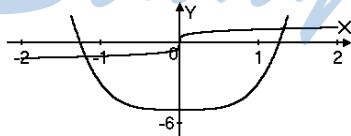
2 решения.



$$1111. \text{ a) } \begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ y = 2x^4 - 5 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ y = (x+3)^6 - 1 \end{cases};$$

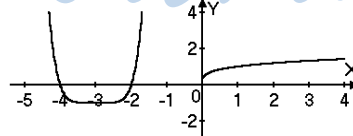
$$\begin{cases} y = (\sqrt{2x^2 + \sqrt{5}})(\sqrt{2x + \sqrt[3]{5}})(\sqrt{2x - \sqrt[3]{5}}) \\ y = \sqrt[5]{x} \end{cases}$$

2 решения.

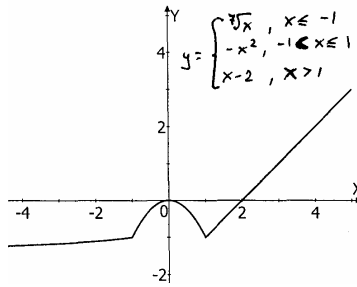


$$\sqrt[4]{x} = (x+3)^6 - 1$$

решений нет.

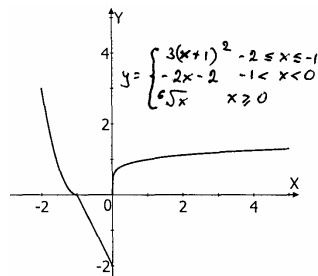


$$1112. y = \begin{cases} \sqrt[7]{x}, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 \leq x \\ x - 2, & x > 1 \end{cases}$$



- 1) $y(x)$ возрастает при $x \in (-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$, убывает при $x \in (0; 1]$.
- 2) Экстремумы: $x_{\max} = 0, y(0) = 0$
 $x_{\min} = 1; y(1) = -1$.
- 3) $y = 0$ при $x = 0, x = 2$.

$$1113. y = \begin{cases} 3(x+1)^2, & -2 \leq x \leq -1 \\ -x^2, & -1 < x \leq 1 \\ x-2, & x > 1 \end{cases}$$



- 1) $y(x)$ возрастает при $x \in [0; +\infty)$, убывает при $x \in (-\infty; 0)$.
- 2) Экстремумов нет.
- 3) $y = 0$ при $x = 0, x = -1$.

$$1114. \text{ а) } y = \sqrt{25-x^2} + \sqrt[8]{x^2-1}; \begin{cases} 25-x^2 \geq 0 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} |x| \leq 5 \\ |x| \geq 1 \end{cases}; x \in [-5; -1] \cup [1; 5].$$

$$\text{ б) } y = \sqrt[12]{x^2-9} - \sqrt[10]{16-x^2}; \begin{cases} x^2-9 \geq 0 \\ 16-x^2 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} |x| \geq 3 \\ |x| \leq 4 \end{cases}; x \in [-4; -3] \cup [3; 4].$$

$$\text{ в) } y = \sqrt[4]{x^2-4} - \sqrt{x^2-25}; \begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-25 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} |x| \geq 4 \\ |x| \leq 5 \end{cases}; x \in (-\infty; -5] \cup [5; +\infty).$$

$$\text{ г) } y = \sqrt[6]{64-x^2} - \sqrt[14]{x^2-100}; \begin{cases} 64-x^2 \geq 0 \\ x^2-100 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} |x| \leq 8 \\ |x| \geq 10 \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

$$1115. \text{ a) } y = \sqrt[6]{x^2 - 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 3x}; \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \geq 0 \\ x^2 - 3x \geq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (x-5)(x-1) \geq 0 \\ x(x-3) \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty) \\ x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty) \end{cases}; x \in (-\infty; 0] \cup [5; +\infty).$$

$$\text{б) } y = \sqrt[12]{15 - 2x - x^2} - \sqrt{x^2 + 6x + 8}; \begin{cases} 15 - 2x - x^2 \geq 0 \\ x^2 + 6x + 8 \geq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (x+5)(x-3) \leq 0 \\ (x+4)(x+2) \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in [-5; 3] \\ x \in (-\infty; -4] \cup [-2; +\infty) \end{cases}; x \in [-5; -4] \cup [-2; 3].$$

$$1116. \text{ a) } y = \sqrt[4]{\frac{2x-5}{4x+8}} + \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{x-3}; x \neq 3, x \neq -2; \begin{cases} \frac{2x-5}{4x+8} \geq 0 \\ x^2+2x-3 \geq 0 \end{cases};$$

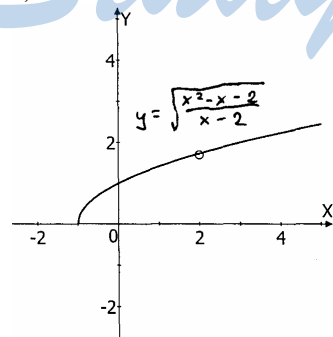
$$\begin{cases} \frac{2x-5}{4x+8} \geq 0 \\ (x+3)(x-1) \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-\infty; -2) \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right) \\ x \in (-\infty; -3] \cup \left[\frac{5}{2}; 3\right) \cup (3; +\infty) \end{cases}; x \in (-\infty; -3] \cup \left[\frac{5}{2}; 3\right) \cup (3; +\infty).$$

$$\text{б) } y = \frac{\sqrt[6]{x^2-5x}}{2x+2} - \sqrt{\frac{2x+3}{x-4}}; \begin{cases} x^2-5x \geq 0 \\ x \neq -1 \\ x \neq 4 \\ \frac{2x+3}{x-4} \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [5; +\infty) \\ x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup (4; +\infty) \\ x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases};$$

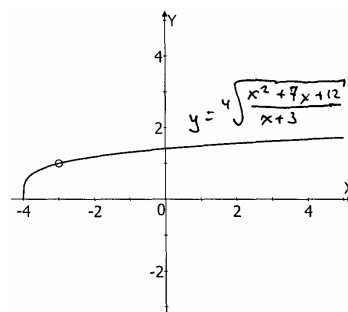
$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{-2}\right] \cup [5; +\infty) \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

1117.

а)

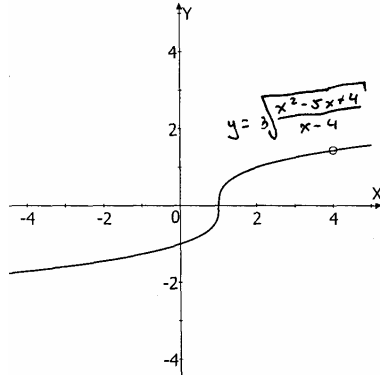


б)

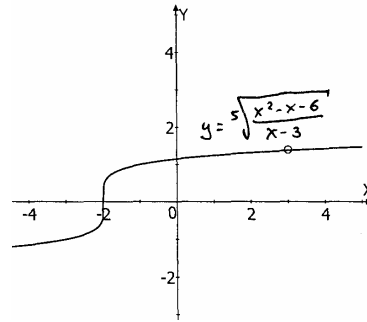


1118.

a)

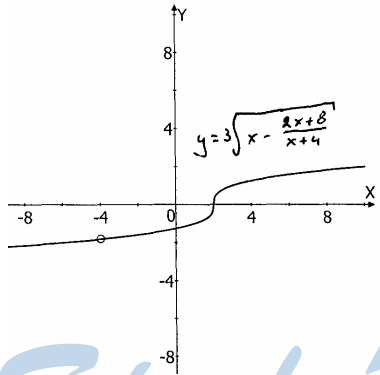


б)

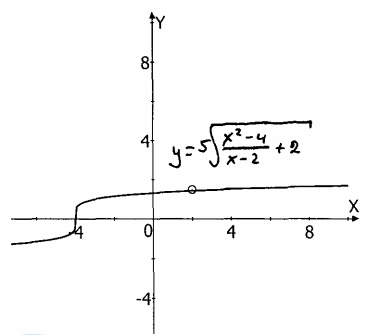


1119.

a)

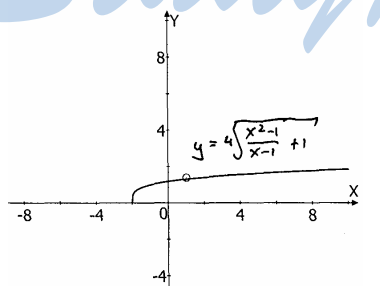


б)

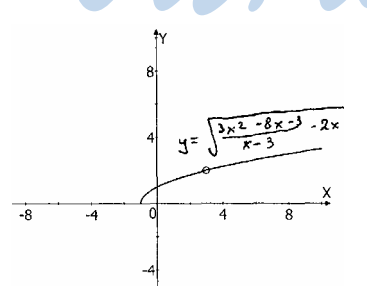


1120.

a)



б)



StudyPort.ru

§ 41. Свойства корня n-й степени

1121. а) $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = 2 \cdot 3 = 6$; б) $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001} = 4 \cdot 0,1 = 0,4$;

в) $\sqrt[4]{625 \cdot 16} = 5 \cdot 2 = 10$; г) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243} = 0,2 \cdot 3 = \frac{3}{5}$.

1122. а) $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}} = 3 \cdot \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$; б) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$;

в) $\sqrt[5]{7 \cdot \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} \leq \frac{3}{2}$; г) $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}} = 2 \cdot \frac{1}{3} \leq \frac{2}{3}$.

1123. а) $\sqrt[3]{24 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = 2 \cdot 3 = 6$;

б) $\sqrt[5]{48 \cdot 162} = \sqrt[5]{\frac{48}{3} \cdot 2 \cdot 243} = 2 \cdot 3 = 6$;

в) $\sqrt[3]{75 \cdot 45} = 3 \sqrt[3]{75 \cdot \frac{5}{3}} = 3 \cdot 5 = 15$;

г) $\sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{9 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 8} = 3 \cdot 2 = 6$.

1124. а) $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}} = \sqrt[4]{625} = 5$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}} = \frac{2}{0,2} = 10$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}} = \frac{3}{0,5} = 6$; г) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}} = \sqrt[6]{64} = 2$.

1125. а) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9} = 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200$;

б) $\sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}} = 0,2^2 \cdot 10^2 = 2^2 = 4$;

в) $\sqrt[3]{0,2^3 \cdot 5^6} = 0,2 \cdot 5^2 = 5$; г) $\sqrt[6]{36^3 \cdot 2^6} = 6 \cdot 2 = 12$.

1126. а) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}} = \frac{7^2}{3} = \frac{49}{3}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{5^5}{13^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{25 \cdot 5^3}{13^7 \cdot 13^3}} = \frac{5}{13^3} \sqrt[3]{\frac{25}{13}} = \frac{5}{2197} \sqrt[3]{\frac{25}{13}}$;

в) $\sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4}$; г) $\sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}} = \frac{5}{169}$.

1127. а) $\sqrt[4]{x^2} = \sqrt{x}$; б) $\sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a}$;

в) $\sqrt[10]{a^5} = \sqrt{a}$; г) $\sqrt[8]{q^4} = \sqrt{q}$.

$$1128. \text{ а) } \sqrt[8]{a^6} = \sqrt[4]{a^3}; \quad \text{б) } \sqrt[6]{y^4} = \sqrt[3]{y^2};$$

$$\text{в) } \sqrt[12]{m^8} = \sqrt[3]{m^2}; \quad \text{г) } \sqrt[24]{n^{16}} = \sqrt[3]{n^2}.$$

$$1129. \text{ а) } \sqrt[4]{b^8} = b^2; \quad \text{б) } \sqrt{1^6} = 1^3;$$

$$\text{в) } \sqrt[5]{d^{15}} = d^3; \quad \text{г) } \sqrt[3]{t^{12}} = t^4.$$

$$1130. \text{ а) } \sqrt{a^2 b^4} = ab^2; \quad \text{б) } \sqrt[3]{a^3 b^6} = ab^2;$$

$$\text{в) } \sqrt[4]{a^4 b^8} = ab^2; \quad \text{г) } \sqrt[5]{a^5 b^{15}} = ab^3.$$

$$1131. \text{ а) } \sqrt{c^2 d^6} = cd^3; \quad \text{б) } \sqrt[3]{m^3 n^9} = mn^3;$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{x^6 y^3} = x^2 y; \quad \text{г) } \sqrt{p^6 r^{12}} = p^3 r^6.$$

$$1132. \text{ а) } \sqrt{\frac{49a^4}{169b^2}} = \frac{7a^2}{13b} = \frac{7}{13} \frac{a^2}{b}; \quad \text{б) } \sqrt[4]{\frac{16a^4 b^8}{c^{12}}} = \frac{2ab^2}{c^3};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}} = \frac{3a^2}{4b}; \quad \text{г) } \sqrt[5]{\frac{32a^4 b^{10}}{243c^5}} = \frac{2a^{\frac{4}{5}} b^2}{3c}.$$

$$1133. \text{ а) } \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{16} = 2; \quad \text{б) } \sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{3375} = 15;$$

$$\text{в) } \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100} = 10; \quad \text{г) } \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{486} = \sqrt[5]{7776} = 6.$$

$$1134. \text{ а) } \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{27} = 3; \quad \text{б) } \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}} = \sqrt[7]{128} = 2; \quad \text{г) } \frac{\sqrt[4]{256}}{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{64} = 2\sqrt{2}.$$

$$1135. \text{ а) } \sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27} = \sqrt[4]{256} \sqrt[4]{81} = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\text{б) } \sqrt[5]{2^5 7^2} \cdot \sqrt[5]{7^3} = 2 \cdot 7 = 14.$$

$$1136. \text{ а) } \sqrt[3]{2} \text{ и } \sqrt[6]{3}, \quad \sqrt[6]{4} \text{ и } \sqrt[6]{3};$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{5} \text{ и } \sqrt[3]{9}, \quad \sqrt[12]{125} \text{ и } \sqrt[12]{729};$$

$$\text{в) } \sqrt{7} \text{ и } \sqrt[12]{8}, \quad \sqrt[4]{49} \text{ и } \sqrt[4]{2};$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{3} \text{ и } \sqrt[5]{2}, \quad \sqrt[15]{243} \text{ и } \sqrt[15]{8}.$$

$$1137. \text{ а) } \sqrt{3}, \sqrt[3]{4} \text{ и } \sqrt[6]{7}, \quad \sqrt[6]{27}, \sqrt[6]{16} \text{ и } \sqrt[6]{7};$$

$$\begin{array}{ll} \text{б) } \sqrt{2}, \sqrt[3]{3} \text{ и } \sqrt[4]{4}, & \sqrt[6]{8}, \sqrt[9]{9} \text{ и } \sqrt[8]{8}; \\ \text{в) } \sqrt{6}, \sqrt[4]{17} \text{ и } \sqrt[8]{40}, & \sqrt[8]{1296}, \sqrt[8]{289} \text{ и } \sqrt[8]{40}; \\ \text{г) } \sqrt[5]{3}, \sqrt[3]{2} \text{ и } \sqrt[15]{100}, & \sqrt[15]{27}, \sqrt[15]{32} \text{ и } \sqrt[15]{100}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{1138. а) } \sqrt[4]{26} \vee \sqrt{5}, & \sqrt[4]{26} > \sqrt[4]{25}; \\ \text{б) } \sqrt[3]{5} \vee \sqrt{3}, & \sqrt[6]{25} < \sqrt[6]{27}; \\ \text{в) } \sqrt[3]{7} \vee \sqrt[6]{47}, & \sqrt[6]{49} > \sqrt[6]{47}; \\ \text{г) } -\sqrt[4]{4} \vee -\sqrt[3]{3}, & -\sqrt[6]{8} > -\sqrt[6]{9}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{1139. а) } \sqrt{2}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{4}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8}; & \text{б) } \sqrt[3]{3}\sqrt[9]{3} = \sqrt[9]{9}\sqrt[3]{3} = \sqrt[9]{27}; \\ \text{в) } \sqrt{2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{8 \cdot 9} = \sqrt[6]{72}; & \text{г) } \sqrt[4]{2}\sqrt[6]{3} = \sqrt[12]{8 \cdot 9} = \sqrt[12]{72}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{1140. а) } \sqrt[4]{3b^3} \sqrt{3b} = \sqrt[4]{3b^3} \sqrt[4]{9b^2} = \sqrt[4]{27b^5}; \\ \text{б) } \sqrt{2a}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{8a^3}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{32a^8}; \\ \text{в) } \sqrt{a}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^3}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^8}; \\ \text{г) } \sqrt[3]{y}\sqrt[6]{3y^3} = \sqrt[6]{y^2}\sqrt[6]{y^3} = \sqrt[6]{3y^5}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{1141. а) } \sqrt[3]{ab}\sqrt[6]{4ab} = \sqrt[6]{a^2b^2}\sqrt[6]{4a^3b^3} = \sqrt[6]{4a^3b^3}; \\ \text{б) } \sqrt[5]{a^4b^3} \cdot \sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^8b^6}\sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^{13}b^8}; \\ \text{в) } \sqrt[6]{5ab^2} \cdot \sqrt[3]{5a^3b^4} = \sqrt[6]{5ab^2}\sqrt[6]{25a^6b^8} = \sqrt[6]{125a^7b^{10}}; \\ \text{г) } \sqrt[8]{6xz} \cdot \sqrt[6]{xz^5} = \sqrt[24]{216x^3z^3}\sqrt[24]{x^4z^{20}} = \sqrt[24]{216x^7z^{23}}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{1142. а) } \sqrt[4]{a^3} : \sqrt{a} = \sqrt[4]{a}; & \text{б) } \sqrt[12]{a^2b^3} : \sqrt[6]{ab^4} = \sqrt[12]{b^{-5}}; \\ \text{в) } \sqrt[6]{a^5} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^7}; & \text{г) } \sqrt[4]{a^3b^5} : \sqrt[5]{ab} = \sqrt[20]{a^{11}b^{21}}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{1143. а) } (\sqrt{3})^2 = 3; & \text{б) } (\sqrt[n]{a})^n = a; \\ \text{в) } (\sqrt[5]{7})^5 = 7; & \text{г) } (\sqrt[p]{b})^p = b. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{1144. а) } (2\sqrt{5})^4 = 16 \cdot 25 = 400; & \text{б) } \left(b^n \sqrt[n]{\frac{1}{b}}\right)^{2n} = b^{2n} \cdot \frac{1}{b^2} = b^{2n-2}; \\ \text{в) } \left(3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{2}}\right)^5 = \frac{243}{2}; & \text{г) } \left(\frac{1}{b} \sqrt[p]{b}\right)^{2p} = \frac{1}{b^{2p}} \cdot b^2 = b^{2-2p}. \end{array}$$

$$\text{1145. а) } (\sqrt[3]{3a})^9 = 27a^3; \quad \text{б) } (5a\sqrt[3]{a})^2 = 25a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} = 25\sqrt[3]{a^8};$$

$$\text{B)} \left(-5\sqrt[3]{a^2}\right)^2 = 25\sqrt[3]{a^4}; \quad \text{r)} \left(2\sqrt[3]{-3a^2}\right)^5 = 32\sqrt[3]{-243a^{10}}.$$

$$\text{1146. a)} \sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}; \quad \text{б)} \sqrt[3]{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[15]{4};$$

$$\text{B)} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}; \quad \text{r)} \sqrt{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{4}.$$

$$\text{1147. a)} \sqrt{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[6]{x}; \quad \text{б)} \sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt{a};$$

$$\text{B)} \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}}} = \sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}; \quad \text{r)} \sqrt{\sqrt[3]{ab}} = \sqrt[6]{ab}.$$

$$\text{1148. a)} \frac{1}{2}\sqrt[3]{5x} + 13 + \frac{\sqrt[3]{5x}}{5} = 2\sqrt[3]{5x}; \quad \sqrt[3]{5x}\left(2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) = 13;$$

$$\sqrt[3]{5x} \frac{13}{10} = 13; \quad \sqrt[3]{5x} = 10; \quad x = 200.$$

$$\text{б)} \sqrt[4]{2x} + \sqrt[4]{32x} + \sqrt[4]{162x} = 6; \quad \sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{2} + 2\sqrt[4]{2} + 3\sqrt[4]{2}) = 6; \quad \sqrt[4]{x} \cdot 6\sqrt[4]{2} = 6;$$

$$\sqrt[4]{x} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; \quad x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{1149. a)} \sqrt[4]{6 + 2\sqrt{5}} \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt[4]{36 - 20} = 2;$$

$$\text{б)} \sqrt[5]{6 - 2\sqrt{17}} \sqrt[5]{6 + 2\sqrt{17}} = \sqrt[5]{-32} = -2;$$

$$\text{B)} \sqrt[3]{8 - \sqrt{37}} \sqrt[3]{8 + \sqrt{37}} = \sqrt[3]{64 - 37} = 3;$$

$$\text{r)} \sqrt[3]{\sqrt{17} + 3} \sqrt[3]{\sqrt{17} - 3} = \sqrt[3]{17 - 9} = 2.$$

$$\text{1150. a)} \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{-64}}{\sqrt[3]{2}} = 3^{1/2+1/3+3/2+2/3} + 2^{6/5-1/5} = -25;$$

$$\text{б)} \sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{32} + \frac{\sqrt[5]{-729}}{\sqrt[3]{3}} = -5 \cdot 16 - 3 = -83.$$

$$\text{1151. a)} \sqrt[4]{3^3 \cdot 4^2} \cdot \sqrt[4]{4^6 \cdot 3^5} = 4^2 \cdot 3^2 = 144;$$

$$\text{б)} \sqrt[3]{7^2 \cdot 2} \cdot \sqrt[3]{7^4 \cdot 2^2} = 2 \cdot 7^2 = 98;$$

$$\text{B)} \sqrt[6]{5^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^{12} \cdot 5^2} = 5^2 \cdot 2^2 = 100;$$

$$\text{r)} \sqrt[5]{6^2 \cdot 3^7} \cdot \sqrt[5]{6^3 \cdot 3^3} = 3^2 \cdot 6 = 54.$$

$$\text{1152. a)} \sqrt[4]{16a^8b^{16}} = 2a^2b^4; \quad \text{б)} \sqrt[5]{1024x^{10}y^5z^{15}} = 4x^2yz^3;$$

$$\text{B)} \sqrt[3]{343m^{12}n^9} = 7m^4n^3; \quad \text{r)} \sqrt[4]{0,0081a^{12}b^4c^{20}} = 0,3a^3bc^5,$$

$$1153. \text{ а) } \sqrt[3]{\frac{8a^3b^6}{27x^{12}y^9}} = \frac{2ab^2}{3x^4y^3};$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{\frac{343m^{12}}{64n^3p^{15}}} = \frac{7m^4}{4np^5} \text{ (в условии задачника опечатка);}$$

$$\text{в) } \sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{20}}{32x^{15}}} = \frac{a^2b^4}{2x^3}; \quad \text{г) } \sqrt[4]{\frac{16r^{16}s^{12}}{81p^{24}q^4}} = \frac{2r^4s^3}{3p^6q}.$$

$$1154. \text{ а) } \sqrt[6]{xy^2z^3} \sqrt[12]{x^3y^2z} = \sqrt[12]{x^5y^6z^7};$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{s^4p^3t^5} : \sqrt[15]{st^2} = \sqrt[15]{s^{19}p^{15}t^{23}};$$

$$\text{в) } \sqrt[4]{a^2bc^5} \cdot \sqrt[5]{a^3b^5c^2} = \sqrt[20]{a^{22}b^{25}c^{33}};$$

$$\text{г) } \sqrt[9]{k^4l^3m^6} : \sqrt[3]{l^6m} = \sqrt[9]{\frac{k^4m^3}{l^{15}}};$$

$$1155. \text{ а) } \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0; \sqrt[6]{x}(\sqrt[6]{x} - 2) = 0; x = 0, x = 64;$$

$$\text{б) } \sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0 \text{ — это уравнение относительно } \sqrt[4]{x}:$$

$$(\sqrt[4]{x})^2 - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0; \sqrt[4]{x} = 2; x = 16; \sqrt[4]{x} = 3; x = 81.$$

$$\text{в) } \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0; \sqrt[6]{x} = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}; x = \frac{1}{64};$$

$$\sqrt[9]{x} = -1 \text{ — решений нет.}$$

$$\text{г) } \sqrt[4]{x} + 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0; \sqrt[8]{x} = -3 \text{ — решений нет; } \sqrt[8]{x} = 1; x = 1.$$

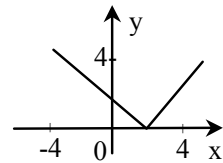
$$1156. f(x) = 2\sqrt[7]{x}; 2f(x) = 4\sqrt[7]{x}; f(128x) = 2 \cdot \sqrt[7]{128x} = 4\sqrt[7]{x}.$$

$$1157. f(x) = 2\sqrt[5]{x}; 2f(x) = 4\sqrt[5]{x}; f(32x) = 2 \cdot \sqrt[5]{32x} = 4\sqrt[5]{x}.$$

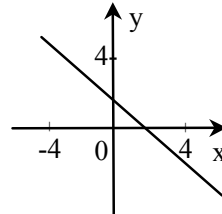
$$1158. f(x) = \sqrt[3]{x}; g(x) = \sqrt[6]{x}; 2\sqrt{f(x)} = 2 \cdot \sqrt[6]{x}; g(64x) = \sqrt[6]{64x} = 2\sqrt[6]{x}.$$

1159.

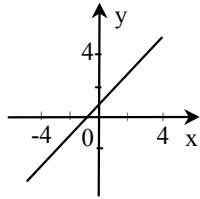
а)



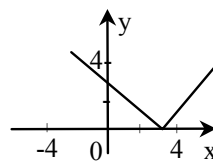
б)



в)



г)



§ 42. Преобразование выражений, содержащих радикалы

1160. а) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$;

б) $\sqrt{147} = 7\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{108} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$;

г) $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}$.

1161. а) $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$;

б) $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$;

в) $\sqrt[3]{512} = 8$;

г) $\sqrt[3]{375} = 5\sqrt[3]{3}$.

1162. а) $\sqrt[4]{80} = 2\sqrt[4]{5}$;

б) $\sqrt[4]{160} = 2\sqrt[4]{10}$;

в) $\sqrt[4]{405} = 3\sqrt[4]{5}$;

г) $\sqrt[4]{486} = 3\sqrt[4]{6}$.

1163. а) $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$;

б) $\sqrt[3]{a^4} = a\sqrt[3]{a}$;

в) $\sqrt[5]{m^7} = m\sqrt[5]{m^2}$;

г) $\sqrt[4]{n^{13}} = n^3 \cdot \sqrt[4]{n}$.

1164. а) $\sqrt{25a^3} = 5a\sqrt{a}$;

б) $\sqrt[4]{405a^5} = 3a\sqrt[4]{5a}$;

в) $\sqrt[3]{24x^3} = 2x\sqrt[3]{3}$;

г) $\sqrt[5]{160m^{10}} = 2m^2 \cdot \sqrt[5]{5}$.

1165. а) $\sqrt{75t^4r^3} = 5t^2r\sqrt{3r}$;

б) $\sqrt[4]{256a^9b^{13}} = 4a^2b^3\sqrt{ab}$;

в) $\sqrt[3]{250x^4y^7} = 5xy^2\sqrt[3]{2xy}$;

г) $\sqrt[5]{320m^{11}n^{15}} = 2m^2n^3\sqrt[5]{10m}$.

1166. а) $\frac{2}{3a}\sqrt{72a^3b} = \frac{2}{3a} \cdot 6a\sqrt{2ab} = 4\sqrt{2ab}$;

б) $\frac{x^2}{b}\sqrt[3]{\frac{72a^4b^3}{343x^3}} = \frac{x^2}{b} \cdot \frac{2ab}{7x}\sqrt[3]{9a} = \frac{2}{7}xa\sqrt[3]{9a}$;

в) $\frac{3}{x}\sqrt{\frac{a^5x^2}{18}} = \frac{3}{x} \cdot \frac{a^2x}{3}\sqrt{\frac{a}{2}} = a^2\sqrt{\frac{a}{2}}$;

г) $3mn^4\sqrt{\frac{80x^3}{243m^5n^9}} = \frac{3mn \cdot 2}{3mn^2}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}} = \frac{2}{n}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}}$.

1167. а) $\sqrt{a^2b} = |a| \sqrt{b}$; б) $\sqrt[3]{a^3b} = a\sqrt[3]{b}$;
 в) $\sqrt[4]{a^4b} = |a| \sqrt[4]{b}$; г) $\sqrt{a^5b} = a^2 \sqrt{ab}$.

1168. а) $\sqrt{50a^3} = a \cdot 5\sqrt{2a}$; б) $\sqrt[6]{256c^8} = |c| 2\sqrt[6]{4c^2}$;
 в) $\sqrt{25x^2} = 5|x|$; г) $\sqrt[4]{162a^8} = a^2 3\sqrt[4]{2}$.

1169. а) $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$; б) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$;
 в) $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$; г) $7\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{14}$.

1170. а) $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{24}$; б) $6\sqrt[3]{1\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{240}$;
 в) $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54}$; г) $3\sqrt[4]{2\frac{5}{27}} = \sqrt{177}$.

1171. а) $\frac{2}{3}\sqrt{3} = \sqrt{\frac{4}{3}}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$;
 в) $\frac{7}{5}\sqrt{\frac{4}{7}} = \sqrt{\frac{49}{25} \cdot \frac{25}{7}} = \sqrt{7}$; г) $0,2\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$.

1172. а) $7a^2\sqrt{ab} = \sqrt{49a^5b}$; б) $5ab^2\sqrt[3]{a^2b} = \sqrt[3]{125a^5b^7}$;
 в) $5x\sqrt{2x} = \sqrt{50x^3}$; г) $2m\sqrt[3]{3m^2} = \sqrt[3]{24m^5}$.

1173. а) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}(2-1) = \sqrt[3]{3}$;
 б) $2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{384} = 2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} = 4\sqrt[3]{3}$;
 в) $2\sqrt[5]{64} + \sqrt[5]{486} = 4\sqrt[5]{2} + 3\sqrt[5]{2} = 7\sqrt[5]{2}$;
 г) $\sqrt[4]{512} - \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2}(4-1) = 3\sqrt[4]{2}$.

1174. а) $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{18}$; $\sqrt{3}$; б) $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[5]{40}$; $\sqrt[5]{4}$;
 в) $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[5]{30}$; $\sqrt[3]{2}$; г) $\sqrt[6]{3}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{4}$.

1175. а) $(\sqrt[3]{m} - 2\sqrt[3]{n})(\sqrt[3]{m} + 2\sqrt[3]{n}) = \sqrt[3]{m^2} - 4\sqrt[3]{n^2}$;
 б) $(\sqrt[3]{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt[3]{5}) = \sqrt[3]{25} - 3$;
 в) $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - b$;
 г) $(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - \sqrt[3]{4}) = 8 - \sqrt[3]{16} = 8 - 2\sqrt[3]{2}$.

$$1176. \text{ a) } (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y) = \sqrt{x^3} - \sqrt{x^2y} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} - \sqrt{xy^2} + \sqrt{y^3} = \sqrt{x^3} + \sqrt{y^3};$$

$$\text{б) } (3 + \sqrt[4]{a})(9 - 3\sqrt{a} + \sqrt{a}) = 27 - 9\sqrt[4]{a} + 3\sqrt{a} + 9\sqrt[4]{a} - 3\sqrt{a} + \sqrt[4]{a^3} = 27 + \sqrt[4]{a^3};$$

$$\text{в) } (2\sqrt{p} + \sqrt{q})(4p - 2\sqrt{pq} + q) = 8\sqrt{p^3} - 4\sqrt{p^2q} + 2q\sqrt{p} + 4p\sqrt{q} - 2\sqrt{pq^2} + \sqrt{q^3} = 8\sqrt{p^3} + \sqrt{q^3};$$

$$\text{г) } (\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{ab} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}) = \sqrt[6]{a^3} - \sqrt[6]{a^2b} + \sqrt[6]{a^2b} - \sqrt[6]{ab^2} + \sqrt[6]{ab^2} - \sqrt[6]{b^3} = \sqrt{a} - \sqrt{b}.$$

$$1177. \text{ a) } (\sqrt[3]{m} - 2\sqrt[3]{n})^2 = \sqrt[3]{m^2} - 4\sqrt[3]{mn} + 4\sqrt[3]{n^2};$$

$$\text{б) } (\sqrt[3]{5} - \sqrt{3})^2 = \sqrt[3]{25} + 3 - 2\sqrt{3}\sqrt[3]{25};$$

$$\text{в) } (a^2 - \sqrt{a})^2 = a^4 + a - 2a^2\sqrt{a};$$

$$\text{г) } (\sqrt[3]{4} + 2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt[3]{2} + 8 + 4\sqrt{2}\sqrt[3]{4}.$$

$$1178. \text{ a) } (a - b) : (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \frac{(a - b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b} = \sqrt{a} + \sqrt{b};$$

$$\text{б) } \frac{k+1}{\sqrt[3]{k} + \sqrt[3]{l}} = \frac{k+1}{(k+1)} (\sqrt[3]{k^2} - \sqrt[3]{kl} + \sqrt[3]{l^2}) = \sqrt[3]{k^2} + \sqrt[3]{l^2} - \sqrt[3]{kl};$$

$$\text{в) } \frac{m-n}{\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n}} = \sqrt[3]{m^2} + \sqrt[3]{n^2} + \sqrt[3]{mn};$$

$$\text{г) } \frac{x-4y}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} = \sqrt{x} - 2\sqrt{y};$$

$$1179. \text{ a) } \frac{\sqrt{10b} - \sqrt{15}}{\sqrt{15b} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2b} - \sqrt{3}}{\sqrt{3b} - 1}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{xy}} = \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{1 - \sqrt[3]{y}};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt[4]{14} + \sqrt[4]{21k}}{\sqrt[4]{7k} - \sqrt[4]{14}} = \frac{\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{3k}}{\sqrt[4]{k} - \sqrt[4]{2}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt[4]{a^2} - \sqrt[4]{ad}}{\sqrt[4]{3a} - \sqrt[4]{a^2d}} = \frac{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{d}}{\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{ad}}.$$

$$1180. \text{ a) } \frac{\sqrt{a} - 2\sqrt[4]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{b}} = \sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{b};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[3]{m} + 2\sqrt[3]{n}}{4\sqrt[3]{n^2} + 4\sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{m^2}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{m}};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt[4]{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{a^2b} + b} = \frac{1}{\sqrt[4]{a} + \sqrt{b}};$$

$$\text{r)} \frac{\sqrt{b} + 2a\sqrt[4]{a^2b} + a^3}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b})^2}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b},$$

$$1181. \text{ a)} \frac{\sqrt{a} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{b}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[3]{b}; \quad \text{б)} \frac{\sqrt[5]{x^9} - 1}{\sqrt[5]{x^3} - 1} = x\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{x^3} + 1;$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{b} - a^3}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{b} - a\sqrt{a}; \quad \text{г)} \frac{\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt{b}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{ab^3} + b.$$

$$1182. \text{ a)} \frac{\sqrt[4]{a^3+b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[3]{b}} = \sqrt{a} - \sqrt[4]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}; \quad \text{б)} \frac{\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt{b}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b} + b.$$

$$1183. \text{ a)} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \text{б)} \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}; \quad \text{в)} \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}; \quad \text{г)} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$1184. \text{ a)} \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \sqrt[3]{4}; \quad \text{б)} \frac{3}{\sqrt[4]{9}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{3^2}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3};$$

$$\text{в)} \frac{a}{\sqrt[3]{a}} = \frac{a\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[3]{a^2}; \quad \text{г)} \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^4}} = x^{2-\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{x^6}.$$

$$1185. \text{ a)} \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}; \quad \text{б)} \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \frac{7}{\sqrt{2} + 1} = 7\sqrt{2} - 7; \quad \text{г)} \frac{9}{\sqrt{7} - 1} = \frac{9\sqrt{7} + 9}{6} = \frac{3(\sqrt{7} + 1)}{2};$$

$$1186. \text{ a)} \sqrt[4]{-162t^4r^5} = 3|r|t|\sqrt[4]{-2r} = -3r|t|\sqrt[4]{-2r};$$

$$\text{б)} \sqrt[3]{625x^5y^6} = 5xy^2\sqrt[3]{5x^2};$$

$$\text{в)} \sqrt{128a^6b^9} = 8|a^3|b^4\sqrt{2b}; \quad \text{г)} \sqrt[5]{-64m^6n^{16}} = -2mn^3\sqrt[5]{2mn};$$

$$1187. \text{ a)} \frac{3}{4a^2} \sqrt[4]{256a^7b^3} = \frac{3}{a^2}|a|\sqrt[4]{a^3b^3} = \frac{3}{|a|}\sqrt[4]{a^3b^3};$$

$$\text{б)} \frac{5}{c} \sqrt[3]{-\frac{c^5d^8}{15625}} = -\frac{d^2}{5}\sqrt[3]{c^2d^2}.$$

$$1188. \text{ a)} \sqrt[4]{2^3\sqrt{2m^4n^8}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^4m^4n^8}} = \sqrt[3]{2mn^2};$$

$$\text{б)} \sqrt{y\sqrt[5]{9x^4y^2}} = \sqrt{\sqrt[5]{9x^4y^7}} = \sqrt[10]{9x^4y^7};$$

$$\text{в)} \sqrt[5]{4\sqrt[3]{k^2l^5}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{64k^2l^5}} = \sqrt[15]{64k^2l^5};$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{q^5 \sqrt{2p^3q}} = \sqrt[7]{5\sqrt{2p^3q^6}} = \sqrt[3]{2p^3q^6}.$$

$$1189. \text{ а) } \sqrt[5]{2^3 \sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{3\sqrt{16\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{3\sqrt[5]{512}} = \sqrt[10]{8};$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{\frac{4}{3} \sqrt[3]{\frac{3}{4} \sqrt{\frac{4}{3}}}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^2 \sqrt{\frac{4}{3}}}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^5}} = \sqrt[24]{1024};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^5}} = \sqrt[18]{32};$$

$$\text{г) } \sqrt{3^4 \sqrt{3\sqrt{3}}} = \sqrt{4\sqrt{3^5 \sqrt{3}}} = \sqrt{4\sqrt[3]{3^{16}}} = \sqrt[3]{9}.$$

$$1190. \text{ а) } \sqrt[9]{-\sqrt{-a^{25}}} = \sqrt[9]{a^5}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{m-n}{m+n} \sqrt{\frac{m+n}{m-n}}} = \sqrt[4]{\frac{m-n}{m+n}};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{-2a^2 b^4 \sqrt{5a^3}} = -\sqrt[3]{4\sqrt{80a^{11}b^4}} = -\sqrt[12]{80a^{11}b^4};$$

$$\text{г) } \sqrt[5]{(x-y) \sqrt{\frac{1}{y-x}}} = -\sqrt[5]{3\sqrt{(x-y)^2}} = -\sqrt[15]{(x-y)^2}.$$

$$1191. \text{ а) } \sqrt[3]{a^3 \sqrt[3]{a^3 a}} \cdot \sqrt[27]{a^{14}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{3\sqrt[3]{a^{13}}}} \cdot \sqrt[27]{a^{14}} = a;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x} \sqrt[3]{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}}}} = \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{y}{x}}}} = 1;$$

$$\text{в) } \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}} \cdot \sqrt[16]{x^{11}} = \sqrt[16]{x^{15}} \cdot \sqrt[16]{x^{11}} = \sqrt[4]{x};$$

$$\text{г) } \sqrt{2m^3 \sqrt{\frac{1}{4m^2} \sqrt{\frac{n}{m}}}} \cdot \sqrt[12]{nm} = \sqrt[3]{2m \sqrt{\frac{n}{m}}} \cdot \sqrt[12]{nm} = \sqrt[12]{4mn} \cdot \sqrt[12]{nm} = \sqrt[12]{12} = \sqrt[6]{6} \quad (\text{в ответе задачника опечатка}).$$

$$1192. \text{ а) } \sqrt{50} - \sqrt[3]{3} - 6\sqrt{2} + \sqrt[3]{24} + \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - \sqrt[3]{3} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt[3]{3};$$

$$\text{б) } 6^4 \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{9xy} - \sqrt[8]{x^2} + \frac{7}{x} \sqrt{x^3 y} = 6^4 \sqrt{x} + \sqrt{xy} - 3\sqrt{xy} - \sqrt[4]{x} + 7\sqrt{xy} = \\ = 8\sqrt{xy} - 9\sqrt{xy} + 5^4 \sqrt{x} = 5\sqrt{xy} + 5^4 \sqrt{x}.$$

$$1193. \text{ а) } -\sqrt[5]{2^4 \sqrt{10}} \vee -\sqrt[4]{5 \sqrt{99}}; \quad -\sqrt[10]{160} < -\sqrt[80]{99}.$$

$$\text{б) } \sqrt{2\sqrt[3]{3}} \vee \sqrt[3]{5}; \quad \sqrt[6]{24} \vee \sqrt[3]{5}; \quad \sqrt[6]{24} < \sqrt[6]{25}.$$

$$\text{в) } \sqrt[4]{3} \vee \sqrt[8]{6\sqrt{2}}; \quad \sqrt[16]{81} > \sqrt[16]{72};$$

$$r) -\sqrt{2\sqrt[3]{6}} \vee -\sqrt[3]{5\sqrt{2}}; -\sqrt[6]{48} > -\sqrt[6]{50}.$$

$$1194. a) \sqrt[3]{5\sqrt{3}}; \sqrt[6]{100}; \sqrt{3\sqrt[3]{4}};$$

$$б) \sqrt[5]{3\sqrt[3]{3}}; \sqrt[5]{4}; \sqrt[10]{25};$$

$$в) \sqrt[5]{3\sqrt{4}}; \sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}}; \sqrt[3]{2};$$

$$r) \sqrt[48]{7\sqrt{7}}; \sqrt[4]{2\sqrt{1,25}}; \sqrt[10]{64};$$

$$1195. a) \frac{4-3\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2} = \frac{4-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-4} = \frac{4-\sqrt{2}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-4} = -1;$$

$$б) \frac{(\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{6})^2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{24} + \sqrt{6} - 2\sqrt{12}}{\sqrt{24} + \sqrt{6} - 2\sqrt{12}} = 1;$$

$$в) \frac{(\sqrt[3]{9} + \sqrt{3})^2}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1} = \frac{(\sqrt[3]{9} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt[3]{3} + 1)^2} = 3;$$

$$r) \frac{1-2\sqrt[4]{5} + \sqrt{5}}{(\sqrt{3} - \sqrt[4]{45})^2} = \frac{(1-\sqrt[4]{5})^2}{(\sqrt{3} - \sqrt[4]{45})^2} = \frac{1}{3}.$$

$$1196. a) (1+\sqrt{a})(1+\sqrt[4]{a})(1-\sqrt[4]{a}) = (1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a}) = 1-a;$$

$$б) (\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt[4]{m} - \sqrt[4]{n})(\sqrt[4]{m} + \sqrt[4]{n}) = (\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m-n.$$

$$1197. a) \frac{(\sqrt[3]{9a^2x} - 2\sqrt[3]{3abx} + \sqrt[3]{b^2x})}{\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{b});$$

$$б) \frac{\sqrt[3]{16x^2} - \sqrt[3]{25y^2}}{\sqrt[3]{4x} - \sqrt[3]{5y}} = \sqrt[3]{4x} + \sqrt[3]{5y}.$$

$$1198. a) \sqrt{2x} - \sqrt{3y} + \sqrt{2y} - \sqrt{3x} = \sqrt{x}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{y}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

$$= (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{y});$$

$$б) \sqrt[3]{4x^2} + \sqrt[4]{2}\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{4}\sqrt[4]{y^3} - \sqrt[4]{2y^3} = \sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{2}) - \sqrt[4]{y^3}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{2}) =$$

$$= (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{y^3})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{2});$$

$$в) \sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4} = \sqrt[3]{a}(a+b) - \sqrt[3]{b}(a+b) =$$

$$= (a+b)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b});$$

$$\begin{aligned} \text{г) } b\sqrt{a} - ab + \sqrt{ab} - ab\sqrt{b} &= b\sqrt{a}(1 - \sqrt{ab}) + \sqrt{ab}(1 - \sqrt{ab}) = \\ &= (1 - \sqrt{ab})(b\sqrt{a} + \sqrt{ab}). \end{aligned}$$

1199. Рассматриваем данные выражения как квадратные трехчлены и находим их корни:

$$\text{а) } \sqrt[4]{m} - \sqrt[3]{m} - 6 = (\sqrt[3]{m} - 3)(\sqrt[3]{m} + 2);$$

$$\text{б) } \sqrt{m} + 5\sqrt[4]{m} + 6 = (\sqrt[4]{m} + 2)(\sqrt[4]{m} + 3);$$

$$\text{в) } \sqrt[5]{a} + 7\sqrt[10]{a} + 12 = (\sqrt[10]{a} + 4)(\sqrt[10]{a} + 3);$$

$$\text{г) } 2\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1; \quad \sqrt[6]{x} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2(-1)}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4}; \quad \sqrt[6]{x} = 1; \quad \sqrt[6]{x} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{1200. а) } \frac{6\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 1}{2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} = \frac{(2\sqrt[3]{x} + 1)(3\sqrt[3]{x} - 1)}{\sqrt[3]{x}(2\sqrt[3]{x} + 1)} = 3 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}};$$

$$\text{б) } \frac{3\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} - 2}{9\sqrt{x} - 1} = \frac{(\sqrt[4]{x} - 2)(3\sqrt[4]{x} + 1)}{(3\sqrt[4]{x} - 1)(3\sqrt[4]{x} + 1)} = \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{3\sqrt[4]{x} - 1}.$$

$$\begin{aligned} \text{1201. а) } \frac{\sqrt{ab}\sqrt[4]{a}}{(a+b)\sqrt[4]{\frac{b^2}{a}}} - \frac{a^2 + b^2}{(a^2 - b^2)} &= \frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{(a+b)\sqrt{b}} - \frac{a^2 + b^2}{(a+b)(a-b)} = \\ &= -\frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)} = -\frac{b}{a-b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{(\sqrt[4]{m} + \sqrt[4]{n})^2 + (\sqrt[4]{m} - \sqrt[4]{n})^2}{2(m-n)} &: \frac{1}{\sqrt{m^3} - \sqrt{n^3}} - 3\sqrt{mn} = \\ &= \frac{2(\sqrt{m} + \sqrt{n})}{2(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})} \cdot (\sqrt{m} - \sqrt{n})(m+n + \sqrt{mn}) - (3\sqrt{mn}) = \\ &= m+n - 2\sqrt{mn} = (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2; \end{aligned}$$

$$\text{1202. а) } \frac{x\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = 4;$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^4} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x^2} + 1} = \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + 1)}{\sqrt[3]{x^2} + 1} - (\sqrt[3]{x} - 1) = \sqrt[3]{x^2} + 1 - \sqrt[3]{x} + 1;$$

$$\sqrt[3]{x^2} + 1 - \sqrt[3]{x} + 1 = 4; \quad \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} - 2 = 0; \quad \sqrt[3]{x} = 2, x = 8; \quad \sqrt[3]{x} = -1, x = -1.$$

Ответ: $x = 8; x = -1$.

$$\text{б) } \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x^2-25}}{\sqrt[3]{x+5}} = 5; \quad \frac{(\sqrt[3]{x+2})(\sqrt[3]{x^2-2\sqrt[3]{x}+4})}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{(\sqrt[3]{x-5})(\sqrt[3]{x+5})}{\sqrt[3]{x+5}};$$

$$\sqrt[3]{x^2-2\sqrt[3]{x}+4} + \sqrt[3]{x-5} = 5; \quad \sqrt[3]{x^2-3\sqrt[3]{x}-6} = 0; \quad \sqrt[3]{x} = 3, x = 27;$$

$$\sqrt[3]{x} = -2, x = -8 - \text{ не входит в ОДЗ.}$$

Ответ: $x = 27$.

§ 43. Обобщение понятия о показателе степени

1203. а) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{25}$; б) $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^7}$; в) $6^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{6^3}$; г) $4^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{4^{13}}$.

1204. а) $c^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{c^3}$; б) $p^{\frac{5}{2}} = \sqrt{p^{11}}$; в) $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$; г) $y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{y^8}$.

1205. а) $0,2^{0,5} = \sqrt{\frac{1}{5}}$; б) $t^{0,8} = \sqrt[5]{t^4}$; в) $b^{1,5} = \sqrt{b^3}$; г) $8,5^{0,6} = \sqrt[5]{8,5^3}$.

1206. а) $(2a)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2a}$; б) $ax^{\frac{3}{5}} = a\sqrt[5]{x^3}$; в) $2a^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{a}$; г) $(2b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2b}$.

1207. а) $3(x-y)^{\frac{2}{3}} = 3\sqrt[3]{(x-y)^2}$; б) $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}$;

в) $3(a+b)^{\frac{3}{4}} = 3\sqrt[4]{(a+b)^3}$; г) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

1208. а) $\sqrt{1,3} = 1,3^{\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[7]{\frac{3}{5}} = 0,6^{\frac{1}{7}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$; г) $\sqrt[3]{4,3} = 4,3^{\frac{1}{3}}$.

1209. а) $\sqrt[5]{b^4} = b^{\frac{4}{5}}$; б) $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$; в) $\sqrt[11]{c^2} = c^{\frac{2}{11}}$; г) $\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}$.

1210. а) $49^{\frac{1}{2}} = 7$; б) $1000^{\frac{1}{3}} = 10$; в) $27^{\frac{1}{3}} = 3$; г) $25^{\frac{1}{2}} = 5$.

1211. а) $9^{\frac{2}{2}} = 3^5 = 243$; б) $0,16^{\frac{1}{2}} = 0,064$;

в) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$; г) $0,001^{\frac{2}{3}} = 0,01$.

1212. а) $\frac{a^5 a^{-8}}{a^{-2}} = a^{-1}$; $a = 6$, $a^{-1} = \frac{1}{6}$; б) $\frac{b^{-9}}{(b^2)^{-3}} = b^{-3}$; $b = \frac{1}{2}$, $b^{-3} = 8$;

в) $\frac{p^{-9}}{p^{-2} p^{-5}} = p^{-2}$; $p = \frac{1}{2}$, $p^{-2} = 4$; г) $(t^{-3})^2 \frac{1}{t^{-5}} = t^{-1}$; $t = 0,1$, $t^{-1} = 10$;

1213. а) $(27 \cdot 3^{-4})^2 = \frac{1}{9}$; б) $16 \cdot (2^{-3})^2 = \frac{1}{4}$.

1214. а) $\frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$; б) $\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}} = 7^{-2} = \frac{1}{49}$.

1215. а) $\frac{5^4 \cdot 49^{-3}}{7^{-7} \cdot 25^3} = 5^{-2} \cdot 7^{-1} = \frac{1}{175}$;

б) $\frac{81^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 27^{17}} = 3^{-3} \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2700}$.

1216. а) $\sqrt{b^{-1}} = b^{-\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[12]{b^{-5}} = b^{-\frac{5}{12}}$;

в) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^{-3}}} = x^{\frac{3}{4}}$; г) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}} = a^{\frac{2}{3}}$.

1217. а) $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$; б) $8^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$; в) $32^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$; г) $16^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

1218. а) $5^{-\frac{4}{3}}$ Да. б) $(-16)^{\frac{2}{3}}$ Нет.

в) $32^{-\frac{1}{5}}$ Да. г) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$ Нет.

1219. а) $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$; б) $0,3^{\frac{1}{2}} > 0,5^{\frac{1}{2}}$; в) $5^{\frac{1}{2}} > 5^{\frac{1}{3}}$; г) $7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{2}{6}}$.

1220. а) $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{5}{6}}$; б) $b^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{6}}$; в) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}}$; г) $d^5d^{\frac{1}{2}} = d^{\frac{11}{2}}$.

1221. а) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x}$; б) $y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}} = y^{-\frac{1}{6}}$;

в) $z^{\frac{1}{5}} : z^{-\frac{1}{2}} = z^{\frac{7}{10}}$; г) $m^{\frac{1}{3}} : m^2 = m^{-\frac{5}{3}}$.

1222. а) $(b^{1/2})^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6}}$; б) $(c^{-1/2})^{\frac{1}{2}} = c^{-\frac{1}{4}}$;

в) $\left(\frac{3}{a^2}\right)^{\frac{4}{3}} = a^{-\frac{8}{9}}$; г) $\left(p^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{9}} = p^{\frac{1}{6}}$.

1223. а) $x^{\frac{1}{2}}\sqrt{x} = x$; б) $y^{\frac{7}{3}}\sqrt[3]{y^2} = y^3$; в) $z^{\frac{3}{4}}z^{\frac{1}{4}} = z$; г) $\sqrt[4]{c^3c^{\frac{1}{4}}} = c$.

$$1224. \text{ a) } (a^{0,4})^2 a^{0,8} = a^{\frac{1}{5} \frac{4}{5}} = a; \quad \text{б) } \sqrt[10]{c} (c^{-1,2})^{\frac{3}{4}} = c^{\frac{1}{10} c \frac{9}{10}} = c^{\frac{4}{5}};$$

$$\text{в) } \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{5}{4}} \left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{17}{4}} = x^{\frac{15}{16} \frac{17}{16}} = x^2; \quad \text{г) } (b^{0,8})^{\frac{3}{4}} \left(b^{\frac{2}{5}}\right)^{-1,5} = b^{\frac{3}{5} \frac{3}{5}} = b^0 = 1.$$

$$1225. \text{ a) } 10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1} = 10; \quad \text{б) } 2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 4^{0,7} = 4;$$

$$\text{в) } 49^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}} = 7^{-\frac{16}{12} + \frac{1}{12} - \frac{9}{12}} = \frac{1}{49};$$

$$\text{г) } 25^{0,3} \cdot 5^{1,4} \cdot 625^{0,25} = 25 \cdot 5 = 125.$$

$$1226. \text{ a) } 4^{0,7} : 2^{-0,4} = 2^{1,4+0,4} = 2^{1,8};$$

$$\text{б) } 3 \cdot 9^{0,4} : \sqrt[5]{3^{-1}} = 3^{1+0,8+\frac{1}{5}} = 9;$$

$$\text{в) } 4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} : 4^{-\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 4^2 = 8;$$

$$\text{г) } 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} : \sqrt[3]{2} = 2^{-1+\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = 1.$$

$$1227. \text{ a) } (27 \cdot 64)^{1/3} = 3 \cdot 4 = 12; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1}\right)^{-1/4} = 2 \cdot 3 = 6;$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{36} \cdot 0,04\right)^{-1/2} = 6 \cdot 5 = 30; \quad \text{г) } \left(5^{-3} \cdot \frac{1}{64}\right)^{-1/3} = 5 \cdot 4 = 20;$$

$$1228. \text{ a) } (m^{-3})^{1/3} = \frac{1}{m}; \quad \text{б) } \left(8x^{-1} \frac{1}{2}\right)^{2/3} = 4x^{-1} = \frac{4}{x};$$

$$\text{в) } \left(x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-(2/3)} = \sqrt{x}; \quad \text{г) } (81x^{-4})^{\frac{3}{4}} = \frac{x^3}{27}.$$

$$1229. \text{ a) } \frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{\frac{2}{5}}; \quad \text{б) } \frac{y^{\frac{6}{7}} \cdot \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}} = y^{\frac{6}{7}} y^{-1} y^{\frac{8}{7}} = y;$$

$$\text{в) } \frac{\left(c^{\frac{2}{3}}\right)^{-4}}{\frac{1}{c^6} \cdot \frac{1}{c^2}} = c^{\frac{8}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}} = c^2; \quad \text{г) } \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{2}{5}}}\right)^{20} = a^5 b^4.$$

$$1230. \text{ а) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right) x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = xy^{\frac{1}{2}} - yx^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{б) } a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) = ab^{\frac{2}{3}} + ba^{\frac{2}{3}};$$

$$\text{в) } b^{\frac{1}{3}} c^{\frac{1}{4}} \left(b^{\frac{2}{3}} + c^{\frac{3}{4}}\right) = bc^{\frac{1}{4}} + cb^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{г) } x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right) = xy^{\frac{1}{2}} - y^2 x^{\frac{1}{2}}.$$

$$1231. \text{ а) } \left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}\right)^2 = m + n + 2\sqrt{mn}; \quad \text{б) } \left(1 + c^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 1 + c^{\frac{2}{3}} + 2c^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{в) } \left(1 - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 1 + b - 2b^{\frac{1}{2}}; \quad \text{г) } \left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a + 4b + 4\sqrt{ab}.$$

$$1232. \text{ а) } \left(x^{\frac{1}{3}} + 3\right) \left(x^{\frac{1}{3}} - 3\right) = x^{\frac{2}{3}} - 9;$$

$$\text{б) } \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) \left(a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b\right) = a^{1.5} + b^{1.5};$$

$$\text{в) } \left(d^{\frac{1}{2}} - 1\right) \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = d - 1;$$

$$\text{г) } \left(p^{\frac{1}{3}} - q^{\frac{1}{3}}\right) \left(p^{\frac{2}{3}} + (pq)^{\frac{1}{3}} + q^{\frac{2}{3}}\right) = p - q.$$

$$1233. \text{ а) } \frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} - 3} = \frac{4}{1 - 3^{\frac{1}{2}}}; \quad \text{б) } \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a - b} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{в) } \frac{x + x^{\frac{1}{2}}}{2x} = \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{2x^{\frac{1}{2}}}; \quad \text{г) } \frac{p^{\frac{1}{2}} - 5}{p - 25} = \frac{1}{p^{\frac{1}{2}} + 5}.$$

$$\text{1234. а) } \frac{c + c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + d}{c^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{c^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}}}; \quad \text{б) } \frac{m + n}{m^{\frac{2}{3}} - (mn)^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} = m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}}.$$

$$\text{1235. а) } \left(1 + c^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + c + 2c^{\frac{1}{2}} - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + c;$$

$$\text{б) } \left(m^{\frac{1}{4}} - m^{\frac{1}{3}}\right)^2 + 2m^{\frac{7}{12}} = m^{\frac{1}{2}} + m^{\frac{2}{3}} - 2m^{\frac{7}{12}} - 2m^{\frac{7}{12}} = m^{\frac{1}{2}} = m^{\frac{2}{3}};$$

$$\text{в) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = x + y;$$

$$\text{г) } \sqrt{b} + \sqrt{c} - \left(b^{\frac{1}{4}} + c^{\frac{1}{4}}\right)^2 = \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{b} - \sqrt{c} - 2\sqrt[4]{bc} = -2\sqrt[4]{bc}.$$

$$\text{1236. а) } \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2 = a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} - a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} = 4\sqrt[3]{ab};$$

$$\text{б) } \left(a^{\frac{3}{2}} + 5a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 10a^2 = a^3 + 25a.$$

$$\text{1237. а) } \left(x^{\frac{1}{4}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{4}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = (x^{\frac{1}{2}} - 1)(x^{\frac{1}{2}} + 1) = x - 1;$$

$$\text{б) } \left(k^{\frac{1}{4}} + 14\right) \left(k^{\frac{1}{8}} + 18\right) \left(k^{\frac{1}{8}} - 18\right) = \left(k^{\frac{1}{4}} + 14\right) \left(k^{\frac{1}{4}} - 14\right) = k^{\frac{1}{2}} - 196.$$

$$\text{1238. а) } \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a - b} = \frac{(a^{1/2} - b^{1/2})(a^{1/2} + b^{1/2})}{(a^{1/2} - b^{1/2})(a^{1/2} + b^{1/2})} =$$

$$= a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} - \frac{a+b+(ab)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{a+b+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - a - b - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{x^2} + y^2} + \frac{\sqrt{y}}{\frac{1}{x^2} - y^2} = \frac{x - (xy)^{\frac{1}{2}} + (xy)^{\frac{1}{2}} + y}{x - y} = \frac{x + y}{x - y}.$$

$$\text{1239. а) } \left(\left(c^{-\frac{3}{7}} y^{-0,4} \right)^3 c^{\frac{3}{7}} \cdot y^{0,2} \right)^{-1} = \left(c^{-\frac{6}{7}} y^{-1} \right)^{-1} = c^{\frac{6}{7}} y;$$

$$\text{б) } \left(p^{-1} q^{\frac{5}{4}} \left(p^{-\frac{2}{7}} q^{\frac{1}{14}} \right)^{3,5} \right)^{-1} = \left(p^{-1 - \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 2}} \cdot q^{\frac{5}{4} + \frac{1 \cdot 7}{14 \cdot 2}} \right)^{-1} = p^2 q^{-\frac{3}{2}}.$$

$$\text{1240. а) } \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 5 - 9 \cdot \frac{1}{5} = \frac{41}{5};$$

$$\text{б) } 49^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{7} \right)^{-2} + 2^{-1} (-2)^{-2} = 7^{-1+2} + 2^{-1-2} = 7 + \frac{1}{8} = 7\frac{1}{8};$$

$$\text{в) } 216^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{6} \right)^{-2} - 5^{-1} \left(\frac{1}{25} \right)^{\frac{1}{2}} = 6^{-1+2} - 5^{-1+1} = 6 - 1 = 5;$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} \left(\frac{1}{25} \right)^{\frac{1}{2}} 8^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 4 + 2^{-2} \cdot 5 = 8 - \frac{5}{4} = 6\frac{3}{4}.$$

$$\text{1241. а) } \left(\left(\frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} 7^{-1} - \left(\frac{1}{8} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{-3} \right) : 49^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{5}{7} - \frac{2}{8} \right) \cdot 7 = 5 - \frac{14}{8} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4};$$

$$\text{б) } \frac{8^{\frac{1}{3}} 25^{-\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{\frac{1}{4}} 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{-1} \left(\frac{1}{5} - 1 \right)}{2^2} = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{5} - 1 \right) = -\frac{4}{40} = -0,1.$$

$$\text{1242. а) } \frac{x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{5}{6}} - x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \left(x^{\frac{1}{2}} + 1 \right)}{x^{\frac{1}{3}} \left(x^{\frac{1}{2}} - 1 \right)}, x = 1,44; \quad \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1} = \frac{2,2}{0,2} = 11.$$

$$\text{б) } \frac{m^{\frac{2}{3}} - 2,25}{m^{\frac{1}{3}} + 1,5} = m^{\frac{1}{3}} - 1,5, m = 8; m^{\frac{1}{3}} - 1,5 = 0,5.$$

$$1243. \text{ а) } \frac{2t^{\frac{1}{2}}}{t-4} - \frac{1}{\frac{1}{t^2-2}} = \frac{2t^{\frac{1}{2}} - t^{\frac{1}{2}} - 2}{t-4} = \frac{t^{\frac{1}{2}} - 2}{t-4}, t = 9; \frac{t^{\frac{1}{2}} - 2}{t-4} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{б) } \frac{2}{\frac{1}{y^4+3}} - \frac{2}{\frac{1}{y^4-3}} = \frac{2y^4 - 6 - 2y^4 - 6}{\frac{1}{y^2-9}} = -\frac{12}{\frac{1}{y^2-9}}, y=100; -\frac{12}{\frac{1}{y^2-9}} = -\frac{12}{10-9} = -12.$$

1244.

$$\text{а) } \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a-b}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b\right)} =$$

$$= \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = a + b;$$

$$\text{б) } \left(\frac{\frac{1}{q^2}}{p - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{p^2}}{q - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}\right) \frac{pq^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}q}{p - q} = \frac{q-p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}\left(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}}\right)} \frac{(pq)^{\frac{1}{2}}\left(q^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}\right)}{p - q} =$$

$$= \frac{q^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}}}.$$

StudyPort.ru

$$1245. \text{ а) } \frac{\frac{1}{a^2+b^2}}{\frac{1}{a^2}} - \frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^2-b^2}} + \frac{b}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} = \frac{(a-b)\left(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right) - a\left(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right) + b\left(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)} =$$

$$= \frac{a - b - a + b}{a^{1/2}\left(a^{1/2} - b^{1/2}\right)} = 0$$

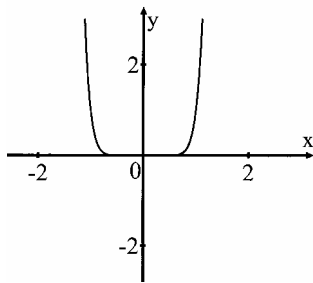
$$\text{б) } \frac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}}} - \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{3}} - a^{\frac{2}{3}}} - \frac{a+1}{a^2 - 4a + 3} =$$

$$\frac{2}{a-3} - \frac{1}{a-1} - \frac{a+1}{(a-1)(a-3)} = \frac{2a-2-a+3-a-1}{(a-1)(a-3)} = 0.$$

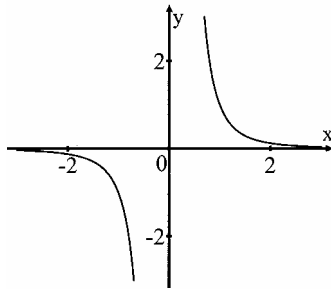
§ 44. Степенные функции, их свойства и графики

1246.

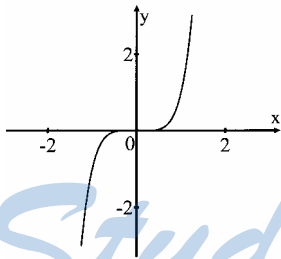
а)



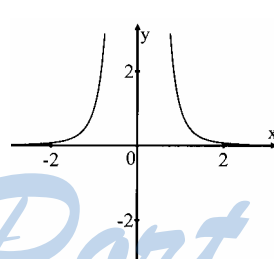
б)



в) $y = x^5$

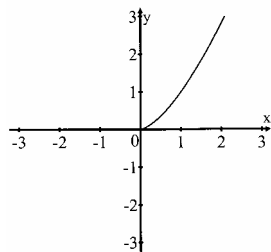


г) $y = x^{-4}$

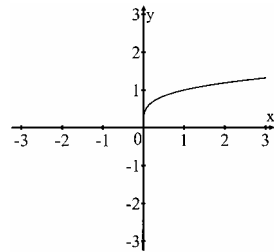


1247.

а) $y = x^{3/2}$

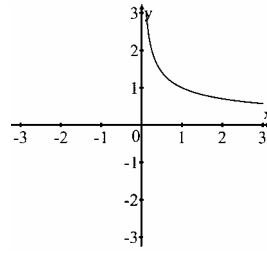
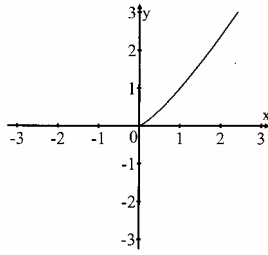


б) $y = x^{1/4}$



в) $y = x^{-(1/2)}$

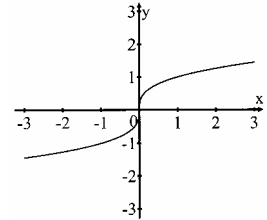
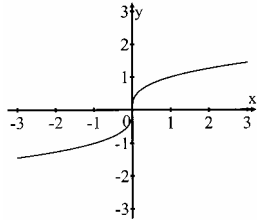
г) $y = x^{5/4}$



1248.

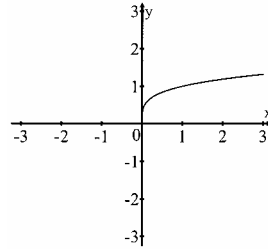
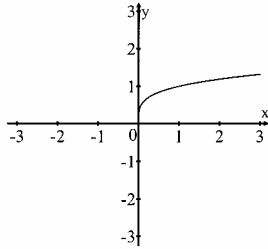
a) $y = \sqrt[3]{x}$

$y = x^{1/3}$



б) $y = \sqrt[4]{x}$

$y = x^{1/4}$



1249. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$;

a) $f(4) = 32$; б) $f\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{243}$; в) $f(0) = 0$; г) $f(0,01) = 0,00001$.

1250. $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$

a) $f(1) = 1$; б) $f(8) = \frac{1}{4}$; в) $f\left(\frac{1}{8}\right) = 4$; г) $f(0)$ – не имеет смысла.

1251. а) $y = x^{10}$; $y(-x) = (-x)^{10} = x^{10} = y(x) \Rightarrow$ четная ;

б) $y = x^{-(1/3)}$

в) $y = x^{-15}$; $y(-x) = (-x)^{-15} = -x^{-15} = -y(x) \Rightarrow$ не четная

г) $y = x^{\frac{4}{3}}$ — функция определена только для положительных чисел, поэтому не является ни четной, ни нечетной.

1252. а) $y = x^8$; $y \in [0; +\infty)$.

б) $y = x^{-\frac{3}{4}}$; $y \in (0; +\infty)$.

в) $y = x^{-5}$; $y \in \mathbb{R}$ $y \neq 0$.

г) $y = x^{\frac{2}{5}}$; $y \in [0; +\infty)$.

1253. а) $y = x^{12}$; убывает: $(-\infty; 0]$; возрастает: $[0; +\infty)$.

б) $y = x^{-\frac{1}{6}}$; убывает: $(0; +\infty)$.

в) $y = x^{-11}$; убывает на \mathbb{R} но $x \neq 0$.

г) $y = x^{\frac{1}{7}}$; возрастает на \mathbb{R} .

1254. $y = x^{\frac{1}{4}}$

а) $x \in [0; 1]$; $\max y: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; $\min y: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$.

б) $x \in [1; +\infty)$, $\min y: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; $\max y$ не существует.

в) $x \in (2; 3)$; $\min y$ и $\max y$ не существуют.

г) $x \in (5; 16]$; $\max y: \begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases}$; $\min y$ не существует.

1255. $y = x^{\frac{5}{2}}$

а) $x \in [0; +\infty)$; $\min y: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; $\max y$ не существует;

б) $x \in [1; 3)$; $\min y: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; $\max y$ не существует;

в) $x \in (1; 2)$; $\min y: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; $\max y: \begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt[4]{2} \end{cases}$ не существует;

г) $x \in (6; 8]$; $\max y: \begin{cases} x = 8 \\ y = 128\sqrt{2} \end{cases}$; $\min y$ не существует.

1256. $y = x^{-\frac{2}{3}}$

а) $x \in [1; 8]$, $\min y = \frac{1}{4}$, $\max y = 1$;

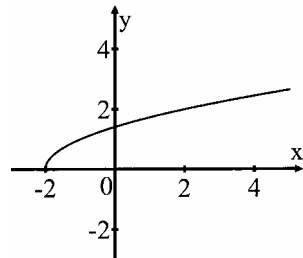
б) $x \in (3; 5)$, $\min y$ и $\max y$ не существуют;

в) $x \in [1; +\infty)$, $\max y = 1$, $\min y$ не существует;

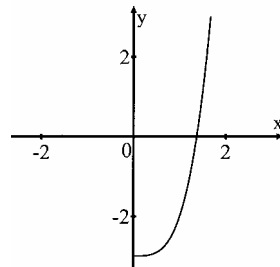
г) $x \in (0; 1]$, $\max y$ не существует, $\min y = 1$.

1257.

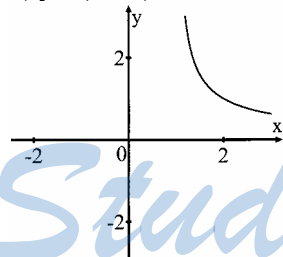
а) $y = (x + 2)$



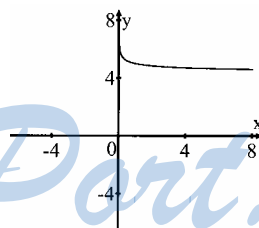
б) $y = x^{7/2} - 3$



в) $y = (x - 1)^{-2/3}$

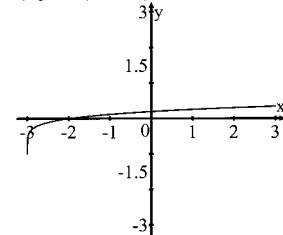


г) $y = x^{-1/3} + 4$

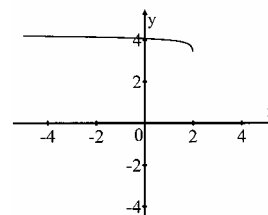


1258.

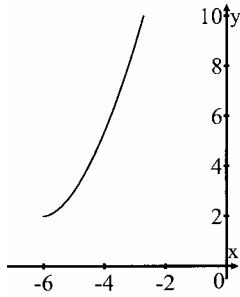
а) $y = (x + 3)^{1/6} - 1$



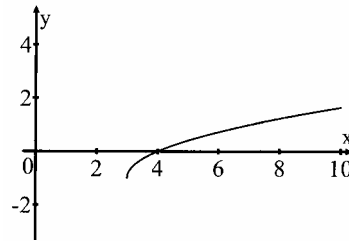
б) $y = (x - 2)^{-1/9} + 5$



В) $y = (x + 6)^{7/4} + 2$

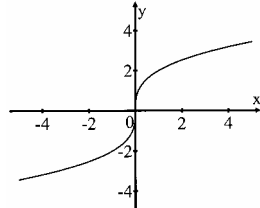


Г) $y = (x - 3)^{1/2} - 1$

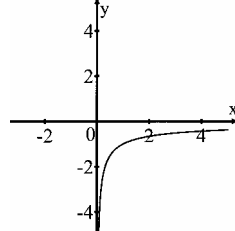


1259.

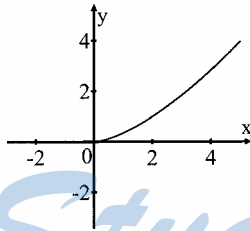
а) $y = 2x^{1/3}$



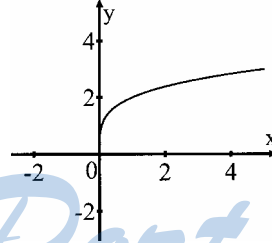
б) $y = -x^{-(3/5)}$



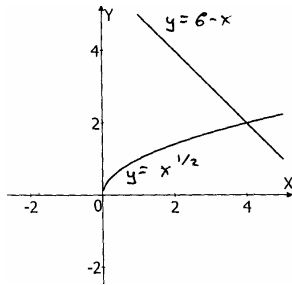
В) $y = \frac{1}{2}x^{3/2}$



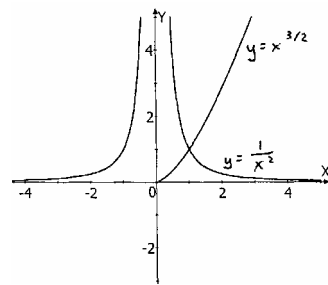
Г) $y = -2x^{1/4}$



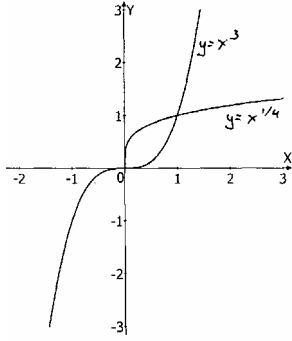
1260. а) $x^2 = 6 - x, x = 4;$



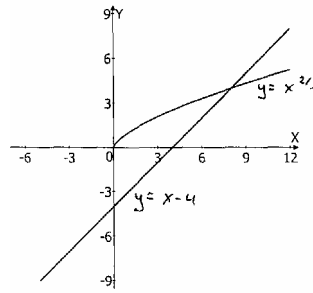
б) $x^2 = \frac{1}{x^2}, x = 1;$



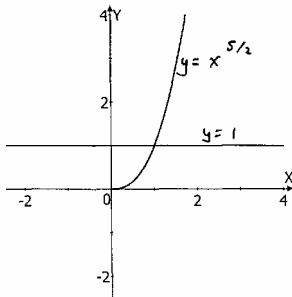
В) $x^{\frac{1}{4}} = x^3, x=0, x=1;$



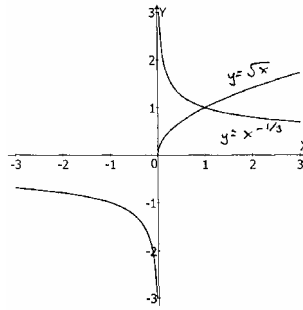
Г) $x^{\frac{2}{3}} = x-4, x=8;$



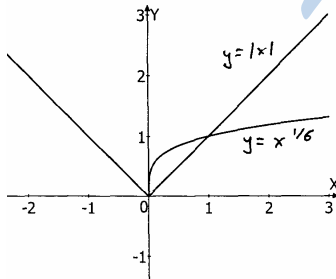
1261. а) $\begin{cases} y = x^{\frac{5}{2}} \\ y = 1 \end{cases}, \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$



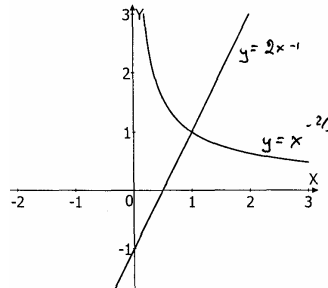
б) $\begin{cases} y = x^{-\frac{1}{3}} \\ y = \sqrt{x} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$



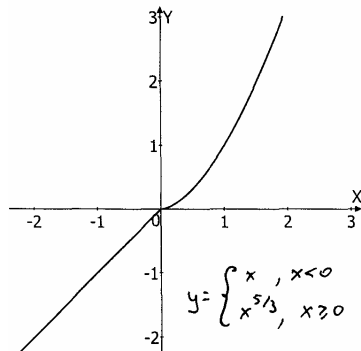
В) $\begin{cases} y = x^{\frac{1}{6}} \\ y = |x| \end{cases}, \begin{cases} x = 0; 1 \\ y = 0; 1 \end{cases}, (0;0), (1;1);$



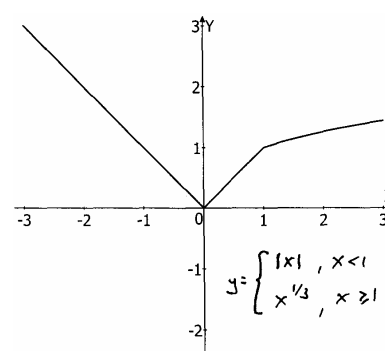
Г) $\begin{cases} y = x^{\frac{2}{3}} \\ y = 2x-1 \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$



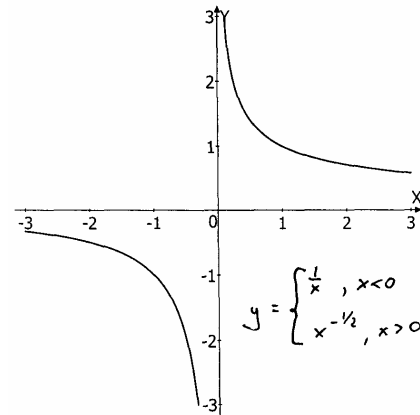
1262.



1263.



1264.

1265. $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$;

a) $f(16x) = (16x)^{\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{1}{4}}$;

б) $f(81x^4) = 3|x|$;

в) $f\left(\frac{1}{81}x\right) = \left(\frac{x}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}}{3}$;

г) $f(x^{-8}) = (x^{-8})^{\frac{1}{4}} = x^{-2}$.

1266. $f(x) = x^{-(2/3)}$;

a) $f(8x^3) = (8x^3)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}x^{-2}$;

б) $f(x^{-6}) = x^4$;

в) $f\left(\frac{x}{27}\right) = \frac{9}{x^{2/3}}$;

г) $f(x^{12}) = x^{-8}$.

1267. a) $y = x^8, y' = 8x^7;$ б) $y = x^{-4}, y' = -4x^{-5};$
 в) $y = x^{40}, y' = 40x^{39};$ г) $y = \frac{1}{x^6}, y' = -6x^{-7}.$

1268. a) $y = x^{\frac{3}{5}}, y' = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}};$ б) $y = \sqrt[4]{x^5}, y' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}};$
 в) $y = x^{\frac{7}{2}}, y' = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}};$ г) $y = \sqrt[5]{x}, y' = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}.$

1269. a) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y' = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}};$ б) $y = \frac{1}{\frac{3}{x^5}}, y' = -\frac{3}{5}x^{-\frac{8}{5}};$
 в) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, y' = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}};$ г) $y = \frac{1}{\frac{5}{x^3}}, y' = -\frac{5}{3}x^{-\frac{8}{3}};$

1270. a) $y = x\sqrt{x}, y' = \frac{3}{2}\sqrt{x};$ б) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}}, y' = \frac{3}{2}\sqrt{x};$
 в) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}, y' = -\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}};$ г) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}, y' = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}};$

1271. a) $y = 2x^4 + x\sqrt{x}; y' = 8x^3 + \frac{3}{2}\sqrt{x};$

б) $y = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^6 - 1; y' = -\frac{2}{3}x^{-\frac{4}{3}} + 18x^5;$

в) $y = x^5 - \frac{1}{\sqrt{x}}; y' = 5x^4 + \frac{1}{2\sqrt{x^3}};$

г) $y = x^3 - 7x\sqrt{x}; y' = 3x^2 - \frac{42}{5}x^{\frac{1}{5}};$

1272. a) $y = \left(\frac{2}{x} - 1\right)\left(x - \frac{1}{x}\right);$

$y' = -\frac{2}{x^2}\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{2}{x} - 1\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = -\frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{4}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2}.$

б) $y = (3x^3 - 7x + 5)(\sqrt{x} + 3);$

$y' = (9x^2 - 7)(\sqrt{x} + 3) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^3 - 7x + 5) =$

$= 9x^2\sqrt{x} + 27x^2 - 7\sqrt{x} - 21 + \frac{3x^3}{2\sqrt{x}} - \frac{7x}{\sqrt{x}} + \frac{5}{2\sqrt{x}}.$

$$b) y = (7\sqrt[3]{x} + 5)(x^5 - 7x^3 + 1);$$

$$y' = \frac{7}{3}x^{-\frac{2}{3}}(x^5 - 7x^3 + 1) + (5x^4 - 21x^2)(7\sqrt[3]{x} + 5).$$

$$r) y = \left(2x^9 + x^{-\frac{1}{3}}\right)(5 - 2x);$$

$$y' = -2\left(2x^9 + x^{-\frac{1}{3}}\right) + \left(18x^8 - \frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}\right)(5 - 2x).$$

$$1273. a) y = \frac{x^3 - 5}{\sqrt[3]{x} + 1};$$

$$y' = \frac{3x^2(\sqrt[3]{x} + 1) - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}(x^3 - 5)}{(\sqrt[3]{x} + 1)^2} = \frac{3x^2\sqrt[3]{x} + 3x^2 - \frac{x^{\frac{7}{3}}}{3} + \frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}}{(\sqrt[3]{x} + 1)^2}.$$

$$b) y = \frac{3\sqrt{x} - 7}{x^4 + 1};$$

$$y' = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{7}{2}x^{-\frac{3}{2}}}{(x^4 + 1)^2} = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{2}{3}}x^4 + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - 4x^3\sqrt{x} + 28x^3}{(x^4 + 1)^2}.$$

$$1274. a) g(x) = x^3 - 3\sqrt{x}; x_0 = 1; g'(x) = 3x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}}; g'(1) = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2};$$

$$b) g(x) = \sqrt[3]{3x-1}; x_0 = \frac{2}{3}; g'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x-1)^2}}; g'\left(\frac{2}{3}\right) = 1;$$

$$b) g(x) = x^{-1} + x^{-2}; x_0 = 1; g'(x) = -x^{-2} - 2x^{-3}; g'(1) = -3;$$

$$r) g(x) = \frac{1}{3}(5 - 2x)^{-3}; x_0 = 2;$$

$$g'(x) = 2(5 - 2x)^{-4}; g'(2) = 2.$$

$$1275. a) f(x) = 4 - x^{-\frac{3}{4}}; x_0 = 1; f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{7}{4}}; f'(1) = \frac{3}{4};$$

$$b) f(x) = 12x^{-\frac{1}{2}} - x; x_0 = 9; f'(x) = -6x^{-\frac{3}{2}} - 1; f'(9) = -\frac{6}{27} - 1 = -1\frac{2}{9};$$

в) $f(x) = 2x^{2/3} - 1$; $x_0 = 8$; $f'(x) = \frac{4}{3}x^{-1/3}$; $f(8) = \frac{2}{3}$;

г) $f(x) = x^{-3} + 6\sqrt{x}$; $x_0 = 1$; $f'(x) = -3x^{-4} + \frac{3}{\sqrt{x}}$; $f(1) = -3 + 3 = 0$.

1276. а) $h(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^3$; $x_0 = -1$; $h'(x) = -3 \cdot \frac{1}{x^4}$; $h'(x_0) = h'(-1) = -3$;

б) $h(x) = x^{\frac{7}{3}} - (1-3x)^{-1}$; $x_0 = 0$; $h'(x) = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{(1-3x)^2}$; $h'(0) = -3$;

в) $h(x) = \frac{1}{x^5} + x^5$; $x_0 = 1$; $h'(x) = -5 \cdot \frac{1}{x^6} + 5x^4$; $h'(1) = -5 + 5 = 0$;

г) $h(x) = \left(3 - \frac{1}{x}\right)^2$; $x_0 = -1$; $h'(x) = 2\left(3 - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1}{x^2}$; $h'(-1) = 2(3+1) = 8$.

1277. а) $g(x) = \frac{2}{3}\sqrt{4-3x}$; $x_0 = \frac{1}{3}$; $g'(x) = -\frac{1}{\sqrt{4-3x}}$; $g'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.

б) $g(x) = -3(\sqrt{2} + x)^{\frac{1}{3}}$; $x_0 = 1 - \sqrt{2}$; $g'(x) = -(\sqrt{2} + x)^{-\frac{4}{3}}$; $g'(1 - \sqrt{2}) = 1$;

$\alpha = \frac{\pi}{4}$.

1278. а) $y = x^4 - 3x^3$, $a = 2$; $y = 16 - 24 + (4 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^2)(x - 2) = -4x$.

б) $y = \sqrt[3]{3x-1}$; $a = 3$; $y' = (3x-1)^{-\frac{2}{3}}$; $y = 2 + \frac{1}{4}(x-3) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$.

в) $y = 3x^3 - 5x^2 - 4$; $a = 2$; $y' = 9x^2 - 10x$;

$y = 24 - 20 - 4 + 16(x-2) = 16x - 32$.

г) $y = (2x+5)^{\frac{1}{2}}$; $a = 2$; $y' = -(2x+5)^{-\frac{3}{2}}$;

$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{27}(x-2) = -\frac{1}{27}x + \frac{11}{27}$.

1279. а) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2$; $y' = \sqrt{x}$; возрастает на $[0; +\infty)$;

$x = 0$; $y = -2$ - min.

б) $y = \frac{3}{2}x^{2/3} - x$; $y' = x^{-\frac{1}{3}} - 1$; возрастает на $x \in [0; 1]$;

$x \geq 1$ - убывает; $x = 1$ - max; $y_{\max} = \frac{3}{2}$.

1280. а) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2$; $[1;9]$; $y' = \sqrt{x}$; $\max y = 16$; $\min y = -\frac{3}{2}$.

б) $y = \frac{3}{2}x^{2/3} - x$; $(0;8)$; $y' = x^{-(1/3)} - 1$; $y_{\max} = \frac{1}{2}$; $\min y$ не существует.

в) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x$; $(1;9)$; $y' = \sqrt{x} - 2$; $x = 4$; $y(4) = \frac{16}{3} - 8 = -\frac{8}{3}$ — \min ;

y_{\max} не существует.

г) $y = \frac{3}{2}x^{2/3} - x$; $[0;8]$; $y' = x^{-1/3} - 1$; $y(0) = 0$; $y(8) = -2$; $y(1) = \frac{1}{2}$;

$y_{\max} = \frac{1}{2}$; $y_{\min} = -2$.

1281. а) $\int_0^1 (x^7 + x^3) dx = \left(\frac{x^8}{8} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$;

б) $\int_0^4 (\sqrt{x}(x+1)) dx = \left(\frac{2}{5}x^{5/2} + \frac{2}{3}x^{3/2} \right) \Big|_0^4 = \frac{64}{5} + \frac{16}{3} = \frac{272}{15}$.

1282. а) $\int_{-1}^0 \sqrt[3]{1-2x} dx = -\frac{3}{8}(1-2x)^{4/3} \Big|_{-1}^0 = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cdot 3^{4/3} = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8}\sqrt[3]{3}$;

б) $\int \frac{5}{4(x-3)^3} dx = -\frac{1}{2}(x-3)^{-2} \Big|_4^5 = -\frac{1}{2}2^{-2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$;

в) $\int_{2/3}^{11} 5\sqrt[5]{3x-1} dx = \frac{25}{18}(3x-1)^{6/5} \Big|_{2/3}^{11} = \frac{25}{18}64 - \frac{25}{18} = \frac{175}{2}$;

г) $\int_2^3 (5x-7)^{-2/3} dx = \frac{3}{5}(5x-7)^{1/3} \Big|_2^3 = \frac{6}{5} - \frac{3\sqrt[3]{3}}{5}$.

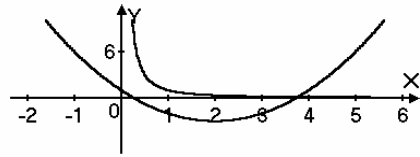
1283. а) $y = 0$, $x = 4$, $y = \sqrt{x}$; $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x^{3/2} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$.

б) $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, $y = \frac{1}{x^2}$; $S = \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

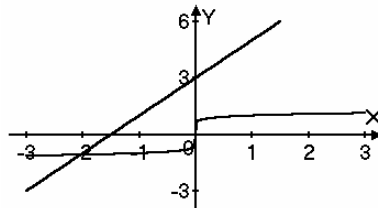
в) $y = 1$, $x = 0$, $y = \sqrt[3]{x}$; $S = 1 \cdot 1 - \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx = 1 - \frac{3}{4}x^{4/3} \Big|_0^1 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

$$\Gamma) y=2, x=0, y=\sqrt{x}; S = -\int_0^4 \sqrt{x} dx + 2 \cdot 4 = 8 - \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^4 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}.$$

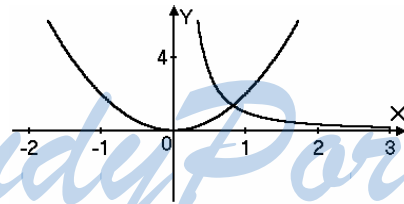
$$1284. \text{ a) } \begin{cases} y = x^{-(8/5)} \\ y = x^2 - 4x + 1 \end{cases}; x^{-8/5} = x^2 - 4x + 1; \text{ одно решение.}$$



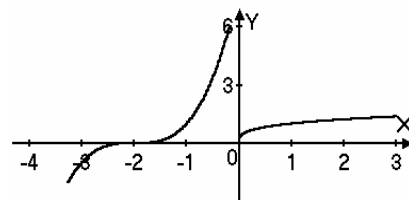
$$\text{б) } \begin{cases} y = x^{1/9} \\ y = 2x + 3 \end{cases}; x^{1/9} = 2x + 3; \text{ нет решений.}$$



$$\text{в) } \begin{cases} y = x^{-(5/3)} \\ y = 2x^2 \end{cases}; x^{-5/3} = 2x^2; \text{ одно решение.}$$

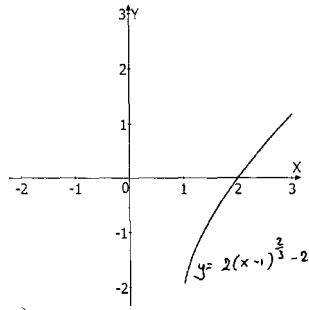


$$\Gamma) \begin{cases} y = x^{2/7} \\ y = (x+2)^3 \end{cases}; x^{2/7} = (x+2)^3; \text{ нет решений}$$

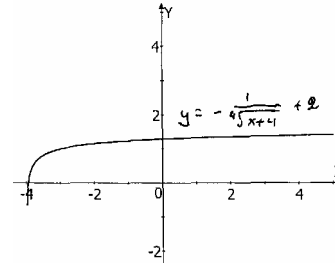


1285.

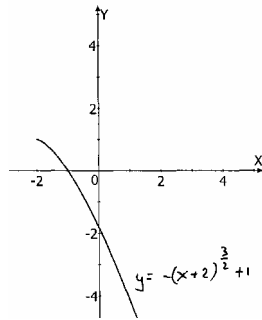
a)



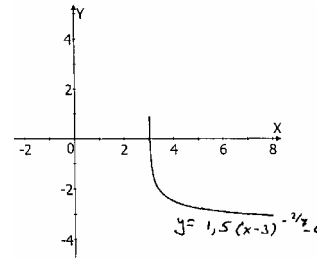
б)



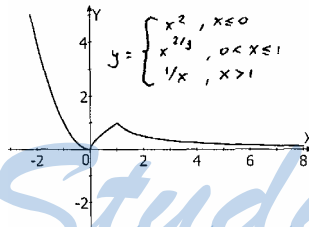
в)



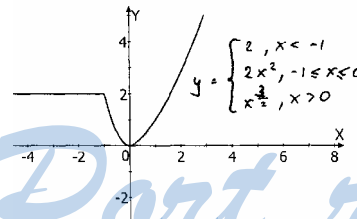
г)



1286.

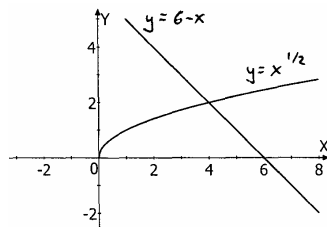


1287.

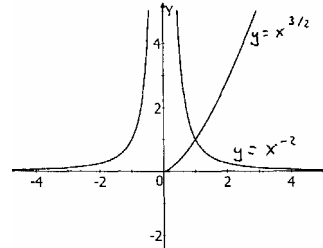


1288.

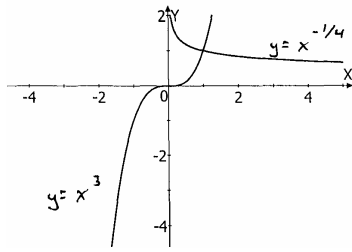
a) $x^{\frac{1}{2}} < 6 - x; x \in [0; 4)$.



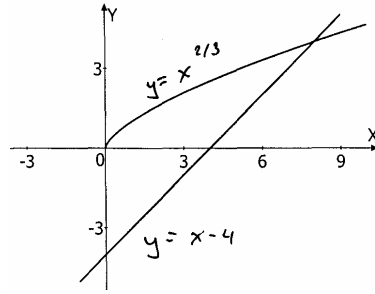
б) $x^{\frac{3}{2}} \geq -2; x \geq 1$.



В) $x^{-\frac{1}{4}} \leq x^3; x \geq 1.$



Г) $x^{\frac{2}{3}} > x - 4; x \in [0; 8].$



1289. а) $f(x) = x^{\frac{1}{4}}; g(x) = x^{-2}; f(16x^8) = (16x^8)^{\frac{1}{4}} = 2x^2;$

$2g(x)^{-1} = 2(x^{-2})^{-1} = 2x^2.$

б) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}; g(x) = x^{-3}; f(27x^3) = (27x^3)^{\frac{2}{3}} = 9x^2;$

$9(g(x)^{-2}) = 9(x^{-3})^{-2} = 9x^6;$ предположение неверно.

1290. а) $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 15x - 7}{x\sqrt{x}};$

$f'(x) = \frac{(15x^2 - 6x + 15)x^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}(5x^3 - 3x^2 + 15x - 7)}{x^3} =$

$= \frac{15x^{\frac{7}{2}} - 6x^{\frac{5}{2}} + 15x^{\frac{3}{2}} - \frac{15}{2}x^{\frac{7}{2}} + \frac{9}{2}x^{\frac{5}{2}} - \frac{45}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{21}{2}x^{\frac{1}{2}}}{x^3} =$

$= \frac{\frac{15}{2}x^{\frac{7}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{5}{2}} - \frac{30}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{21}{2}x^{\frac{1}{2}}}{x^3} = \frac{3}{2} \frac{5x^7 - x^5 - 10x^3 + 7}{x^{\frac{5}{2}}}.$

б) $f(x) = (\sqrt[3]{x^{-1}} - 2x)(2 \sin 2x + \cos x);$

$f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} - 2\right)(2 \sin 2x + \cos x) + (4 \cos 2x - \sin x)(\sqrt[3]{x^{-1}} - 2x).$

в) $f(x) = \frac{7x^8 - 5x^4 + 12x - \sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x}};$

$$f'(x) = \frac{\left(56x^7 - 20x^3 + 12 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \sqrt[3]{x} - \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} (7x^8 - 5x^4 + 12x - \sqrt{x} - 2)}{x^3}.$$

$$\text{r) } f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \operatorname{tg}(3x - 5);$$

$$f'(x) = \left(\frac{2}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x^3}}\right) \operatorname{tg}(3x - 5) + \frac{3}{\cos^2(3x - 5)} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

$$1291. \text{ a) } f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} + 1}; \quad f'(x) = \frac{2x(\sqrt{x} + 1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 - 1)}{(\sqrt{x} + 1)^2}.$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt[3]{x} + 1}; \quad f'(x) = \frac{\sqrt[3]{x} + 1 - \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}(x + 1)}{(\sqrt[3]{x} + 1)^2}.$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}; \quad f'(x) = \frac{3x^2(\sqrt{x} - 1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^3 - 1)}{(\sqrt{x} - 1)^2}.$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{x + 1}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} = \sqrt[3]{x} - 1; \quad f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}.$$

$$1292. \text{ a) } g(x) = 2\sqrt{x} - x; \quad g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0 \quad x = 1.$$

$$\text{б) } g(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{12}{5}x^{\frac{5}{4}} + 2x; \quad g'(x) = \sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} + 2 = 0;$$

$$\sqrt[4]{x} = 2; \quad \sqrt[4]{x} = 1; \quad x = 16; \quad x = 1.$$

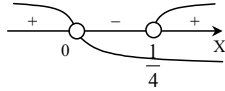
$$\text{в) } g(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - 2x; \quad g'(x) = \sqrt[3]{x} - 2 = 0; \quad x = 8.$$

$$\text{г) } g(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} - 2x; \quad g'(x) = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}} - 2; \quad x^{\frac{1}{6}} = 2, \quad x^{\frac{1}{6}} = -1;$$

$x = 64$, решений нет.

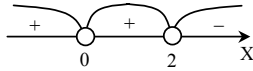
$$1293. \text{ a) } f(x) = x^2 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}; \quad f'(x) = 2x - \sqrt{x} > 0; \quad \begin{cases} 4x^2 > x; \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(4x-1) > 0 \\ x > 0 \end{cases}; x > \frac{1}{4}.$$



$$\text{б) } f(x) = -\frac{8}{x} - \frac{x^2}{2}; f'(x) = \frac{8}{x^2} - x > 0; \frac{8-x^3}{x^2} > 0;$$

$$x < 2, x \neq 0.$$



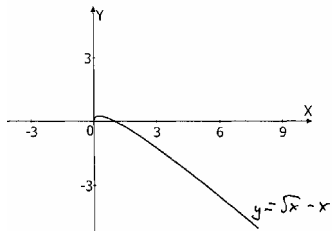
$$\text{в) } f(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}}; f'(x) = x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} > 0; x^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} + 2\right) > 0; x > 0.$$

$$\text{г) } f(x) = 0,4x^{\frac{5}{4}} - \frac{8}{3}x^{\frac{3}{4}}; f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{4}} - 2x^{-\frac{1}{4}} > 0; \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{1}{2}} - 4\right) > 0;$$

$$x > 16.$$

1294.

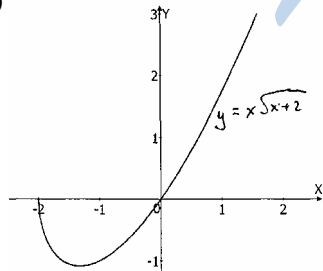
а)



$$y = \sqrt{x} - x; y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = 0; 2\sqrt{x} = 1, x = \frac{1}{4};$$

возрастает $x \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$; убывает $x \geq \frac{1}{4}$; $x = \frac{1}{4}$ — max.

б)



$$y = x\sqrt{x+2}; y' = \sqrt{x+2} + \frac{x}{2\sqrt{x+2}} = \frac{3x+4}{2\sqrt{x+2}} > 0;$$

$$x \geq -\frac{4}{3} - \text{возрастает}; x \in \left[-2; -\frac{4}{3}\right] - \text{убывает}; x = -\frac{4}{3} - \text{min}.$$

1295.

$$\text{a) } \underbrace{2x^5 + x^3 + 5x - 80}_{y_1} = \underbrace{\sqrt[3]{14-3x}}_{y_2}$$

$$y_1' = 10x^4 + 3x^2 + 5 - \text{возрастает, при всех } x;$$

$$y_2' = -\frac{1}{\sqrt[3]{(14-3x)^2}} - \text{убывает, при всех } x \Rightarrow \text{однорешение: } x = 2.$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{10+3x} = 74 - x^5 - 3x^3 - 8x; y_1 = \sqrt[4]{10+3x};$$

$$y_2 = 74 - x^5 - 3x^3 - 8x; y_1' = \frac{3}{4\sqrt[4]{10+3x}} - \text{возрастает, при всех } x;$$

$$y_2' = -5x^4 - 9x^2 - 8 - \text{убывает, при всех } x \Rightarrow \text{одно решение: } x = 2.$$

$$\text{1296. а) } y = \sqrt{x}, y = -2\sqrt{x}, x = 4;$$

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_0^4 2\sqrt{x} dx = \int_0^4 3\sqrt{x} dx = 2x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = 16.$$

$$\text{б) } y = 2\sqrt{x}, y = -\sqrt{x}, x = 9;$$

$$S = \int_0^9 2\sqrt{x} dx + \int_0^9 \sqrt{x} dx = 2\sqrt{x^3} \Big|_0^9 = 54.$$

$$\text{1297. а) } y = 2 - \sqrt{x}; y = \sqrt{x}; 3x + 5y = 22; 2 - \sqrt{x} = \sqrt{x}; x = 1;$$

$$\sqrt{x} = \frac{22}{5} - \frac{3}{5}x; x \leq \frac{22}{3}; 25x = 484 + 9x^2 - 132x;$$

$$9x^2 - 157x + 484 = 0; D = 24649 - 17424 = 85^2; x = \frac{157-85}{18} = 4;$$

$$x = \frac{157+85}{18} = \frac{121}{9} - \text{отпадает}; 2 - \sqrt{x} = \frac{22}{5} - \frac{3}{5}x;$$

$$\sqrt{x} = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}, x \geq 4; 25x = 9x^2 + 144 - 72x; 9x^2 - 97x + 144 = 0;$$

$$D = 9409 - 5184 = 65^2; x = \frac{97-65}{18} - \text{не подходит}; x = 9.$$

$$\begin{aligned}
S &= \int_1^4 (\sqrt{x} - 2 + \sqrt{x}) dx + \int_4^{22/3} \left(\frac{22}{5} - \frac{3x}{5} \right) dx + \left(\int_{22/3}^9 \left(\frac{22}{5} - \frac{3x}{5} \right) dx - \int_4^9 (2 - \sqrt{x}) dx \right) = \\
&= \left(\frac{4}{3} x^{3/2} - 2x \right) \Big|_1^4 + \left(\frac{22}{5} x - \frac{3}{10} x^2 \right) \Big|_4^{22/3} + \left(\frac{22}{5} x - \frac{3}{10} x^2 \right) \Big|_{22/3}^9 - \left(2x - \frac{2}{3} x^{3/2} \right) \Big|_4^9 = \\
&= \frac{10}{3} + \frac{484}{15} - \frac{484}{30} - \frac{88}{5} + \frac{24}{5} + \frac{198}{5} - \frac{243}{10} - \frac{484}{15} + \frac{484}{30} - 18 + 18 + 8 - \frac{16}{3} = \\
&= -\frac{6}{3} + \frac{134}{5} - \frac{243}{10} + 8 = \frac{-60 + 804 - 729 + 240}{30} = \frac{255}{30} = 8,5.
\end{aligned}$$

б) $y = \sqrt{x}$, $y = 3 - 2\sqrt{x}$, $4x - 5y - 21 = 0$;

$$\sqrt{x} = 3 - 2\sqrt{x}; x = 1; \sqrt{x} = \frac{4}{5}x - \frac{21}{5};$$

Легко увидеть, что $x = 9$; $3 - 2\sqrt{x} = \frac{4}{5}x - \frac{21}{5}$;

Легко увидеть, что $x = 4$;

$$\begin{aligned}
S &= \int_1^9 \sqrt{x} dx - \int_1^4 (3 - 2\sqrt{x}) dx - \int_4^9 \left(\frac{4}{5}x - \frac{21}{5} \right) dx = \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_1^9 - \left(3x - \frac{4}{3} x^{3/2} \right) \Big|_1^4 - \left(\frac{2x^2}{5} - \frac{21}{5} x \right) \Big|_4^9 = \\
&= 18 - \frac{2}{3} - 12 + \frac{32}{3} + 3 - \frac{4}{3} - \frac{72}{5} + \frac{189}{5} + \frac{32}{5} - \frac{84}{5} = 9 + \frac{26}{3} - 5 = 4 + \frac{26}{3} = \frac{38}{3}
\end{aligned}$$

(в ответе задачника опечатка).

1298. а) $f(x) = 4\sqrt[4]{x}$; $y = x - 2$; $f'(x) = x^{-3/4}$; $y = 4\sqrt[4]{x_0} + x_0^{-3/4}(x - x_0)$;

$$x_0^{-3/4} = 1; x_0 = 1; y = 4 + x - 1 = x + 3.$$

б) $f(x) = \frac{1}{x^3}$; $y = 5 - 3x$; $f'(x) = -3\frac{1}{x^4}$; $y = \frac{1}{x_0^3} - \frac{3}{x_0^4}(x - x_0)$;

$$-\frac{3}{x_0^4} = -3; x_0 = \pm 1; y = 1 - 3(x - 1) = -3x + 4;$$

$$y = -1 - 3(x + 1) = -3x - 4.$$

1299. а) $y = \sqrt{x}$ $M(0;1)$; $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $y = \sqrt{x_0} + \frac{1}{2\sqrt{x_0}}(x - x_0)$;

$$1 = \sqrt{x_0} + \frac{1}{2\sqrt{x_0}}(-x_0); 1 = \sqrt{x_0} - \frac{1}{2}\sqrt{x_0}; \frac{1}{2}\sqrt{x_0} = 1; x_0 = 4;$$

$$y = 2 + \frac{1}{4}(x - 4); y = \frac{1}{4}x + 1.$$

$$\text{б) } y = x^{\frac{3}{2}} + 4; M(0;0); y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}; y = x_0^{\frac{3}{2}} + 4 + \frac{3}{2}\sqrt{x_0}(x - x_0);$$

$$0 = x_0^{\frac{3}{2}} + 4 + \frac{3}{2}\sqrt{x_0}(-x_0); x_0^{\frac{3}{2}} = 8; x_0 = 4; y = 8 + 4 + \frac{3}{2} \cdot 2(x - 4);$$

$$y = 3x - 12 + 12; y = 3x.$$

Глава 7. Показательная и логарифмическая функции

§ 45. Показательная функция, ее свойства и график

$$1300. \text{ а) } 2^3 = 8; \text{ б) } 2^{-2} = \frac{1}{4}; \text{ в) } 2^5 = 32; \text{ г) } 2^{-4} = \frac{1}{16}.$$

$$1301. \text{ а) } 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}; \text{ б) } 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \text{ в) } 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt{2}; \text{ г) } 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}.$$

$$1302. \text{ а) } 3^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{2}{3}}; \text{ б) } 3^{\frac{1}{2}} > 3^{-\frac{1}{2}}; \text{ в) } 3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{5}}; \text{ г) } 3^1 > 3^{-\frac{3}{2}}.$$

$$1303. \text{ а) } 5^{\frac{2}{3}} \sqrt{5^{\frac{4}{5}}}; \quad 5^{\frac{10}{15}} < 5^{\frac{12}{15}};$$

$$\text{б) } 5^{\frac{7}{3}} \sqrt{5^{\frac{6}{5}}}; \quad 5^{\frac{35}{15}} < 5^{\frac{18}{15}};$$

$$\text{в) } 5^{\frac{3}{5}} \sqrt{5^{\frac{4}{7}}}; \quad 5^{\frac{21}{35}} > 5^{\frac{20}{35}};$$

$$\text{г) } 5^{\frac{3}{8}} \sqrt{5^{\frac{11}{9}}}; \quad 5^{\frac{3}{8}} > 5^{\frac{11}{9}}.$$

$$1304. \text{ а) } 2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3;$$

$$\text{в) } 3^2 \cdot 3^3 = 243; \quad \text{г) } 5^{-4} \cdot 5^2 = \frac{1}{25}.$$

$$1305. \text{ а) } 2^{5,3} \cdot 2^{-0,3} = 2^5 = 32; \quad \text{б) } 7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{3,5} = 7^3 = 343;$$

$$\text{в) } 3^{6,8} \cdot 3^{-5,8} = 3^1 = 3; \quad \text{г) } \left(\frac{3}{4}\right)^{3,7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0,7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}.$$

$$1306. \text{ а) } 4^{3,5} : 4^3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16;$$

$$\text{в) } 8^{\frac{2}{3}} : 8^2 = 8^{\frac{1}{3}} = 2; \quad \text{г) } \left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

$$1307. \text{ а) } \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2 = 4; \quad \text{б) } \left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7};$$

$$\text{в) } \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^3 = 27; \quad \text{г) } \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}.$$

$$1308. \text{ а) } (2^{-3})^2 \cdot 2^5 = 2^{-1} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20,5-20,6} = 10\sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$\text{в) } (3^{2,7})^3 : 3^{5,1} = 3^3 = 27; \quad \text{г) } \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3}{2}$$

$$1309. \text{ а) } \sqrt[4]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25} = 2^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{4}} = 2^0 = 1;$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{10000} \cdot \sqrt{100} : 10^3 = 10^{-1} = 0,1;$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{81} \cdot 3^{2,6} : 3^{1,6} = 3^{\frac{4}{3} + 2,3 - 1,6} = 9\sqrt[3]{3};$$

$$\text{г) } \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{128} : 2^3 = 2^{1 + \frac{7}{3} - 3} = \sqrt[3]{2};$$

$$1310. \text{ а) } 3^x = 9, x = 2; \quad \text{б) } 3^x = \frac{1}{3}, x = -1;$$

$$\text{в) } 3^x = 27, x = 3; \quad \text{г) } 3^x = \frac{1}{81}, x = -4.$$

$$1311. \text{ а) } 5^x = \sqrt{5}, x = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{3}\right)^x = 81, x = -4;$$

в) $8^x = \sqrt[5]{8}$, $x = \frac{1}{5}$; г) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}$, $x = 2$.

1312. а) $2^{3x} = 128$, $x = \frac{7}{3}$; б) $6^{3x} = 216$, $x = 1$;

в) $3^{2x} = \frac{1}{27}$, $x = -\frac{3}{2}$; г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}$, $x = \frac{3}{5}$.

1313. а) $y = 3^x$ — показательная; г) $y = (\sqrt{3})^x$ — показательная.

1314. а) $y = 7^x$, $y(3) = 343$; $y(-1) = \frac{1}{7}$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{7}$;

б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $y(1) = \frac{1}{2}$; $y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$;

в) $y = (\sqrt{3})^x$, $y(0) = 1$; $y(4) = 9$; $y(5) = 3^{\frac{5}{2}}$.

г) $y = \left(\frac{4}{9}\right)^x$, $y\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$; $y(-1) = \frac{9}{4}$; $y(2,5) = \frac{32}{243}$.

1315. а) $2^x = 16$, $x = 4$; б) $2^x = 8\sqrt{2}$, $x = \frac{7}{2}$;

в) $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x = -\frac{1}{2}$; г) $2^x = \frac{1}{32\sqrt{2}}$, $x = -\frac{11}{2}$.

1316. а) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25}$, $x = 2$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$, $x = -2$; (опечатка в ответе задачника).

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25\sqrt{5}}$, $x = \frac{5}{2}$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625\sqrt{5}$, $x = -4 - \frac{1}{2} = -4,5$.

1317. б) $y = 18^x$ — ограничена снизу;

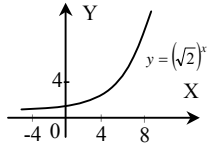
г) $y = \left(\frac{4}{11}\right)^x$ — ограничена снизу.

1318. б) $y = (0,6)^x$ — не ограничена сверху;

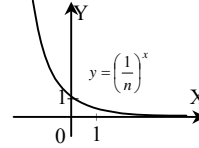
в) $y = (7,2)^x$ — не ограничена сверху.

1319.

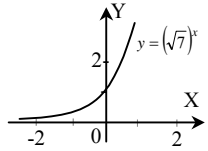
а)



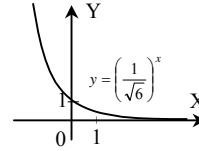
б)



в)

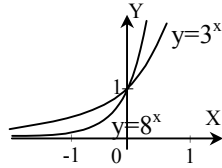


г)

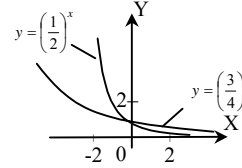


1320.

а)

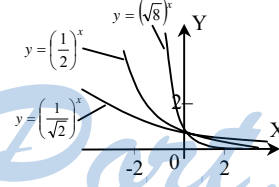
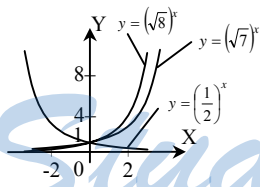


б)



в) $y = (\sqrt{7})^x$; $y = 5^x$; $y = (\sqrt{8})^x$.

г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$.



1321. а) $(1,3)^{34} < (1,3)^{40}$;

б) $\left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} < \left(\frac{7}{9}\right)^{-3}$;

в) $(12,1)^{\sqrt{3}} < (12,1)^{\sqrt{5}}$;

г) $(0,65)^{-\sqrt{2}} > 0,65^{\frac{1}{2}}$.

1322. а) $17^{\frac{3}{4}} < 1$; б) $(9,1)^{\sqrt{7}} > 1$; в) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2,5} < 1$; г) $\left(\frac{1}{2}\right)^8 < 1$.

1323. а) $y = (\sqrt{3})^x = 3^{\frac{x}{2}}$ — возрастает на \mathbb{R} , т.к. $\sqrt{3} > 1$.

б) $y = (0,3)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т.к. $0,3 < 1$.

в) $y = 21^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т.к. $21 > 1$.

г) $y = \left(\frac{4}{\sqrt{19}}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т.к. $\frac{4}{\sqrt{19}} < 1$.

1324. а) $y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т.к. $\frac{1}{2} < 1$.

б) $y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x} = \left(\frac{9}{2}\right)^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т.к. $\frac{9}{2} > 1$.

в) $y = 17^{-x} = \left(\frac{1}{17}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т.к. $\frac{1}{17} < 1$.

г) $y = \left(\frac{1}{13}\right)^{-x} = 13^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т.к. $13 > 1$.

1325. а) $4^x \leq 64$, $4^x \leq 4^3$, $x \leq 3$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}$, $\frac{1}{2^x} > \frac{1}{2^3}$, $x < 3$;

в) $5^x \geq 25$, $x \geq 2$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{8}{27}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^3$, $x > 3$.

1326. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 81$; $3^{-x} \geq 3^4$; $x \leq -4$.

б) $15^x < \frac{1}{225}$; $15^x < 15^{-2}$; $x < -2$.

в) $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \frac{243}{8}$; $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{-3}$; $x \geq -3$.

г) $2^x > \frac{1}{256}$; $2^x > 2^{-3}$; $x > -8$.

1327. а) $y = 2^x$; $[1;4]$; $y_{\max} = 2^4 = 16$; $y_{\min} = 2^1 = 2$.

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $[-4;-2]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$.

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $[0;4]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$.

г) $y = 2^x$; $[-4;2]$; $y_{\max} = 2^2 = 4$; $y_{\min} = 2^{-4} = 1/16$.

1328. а) $y = (\sqrt{2})^x$; $(-\infty; 4]$; $y_{\max} = (\sqrt{2})^4 = 4$; y_{\min} не существует.

б) $y = (1/\sqrt{3})^x$; $(-\infty; 2]$; y_{\max} не существует; $y_{\min} = 1/3$.

в) $y = (\sqrt[3]{5})^x$; $[0; +\infty)$; y_{\max} не существует; $y_{\min} = (\sqrt[3]{5})^0 = 1$.

г) $y = (1/\sqrt{7})^x$; $[-2; +\infty)$; $y_{\max} = (1/\sqrt{7})^{-2} = 7$; y_{\min} не существует.

1329. $y = 2^x$; $2^x = 32$; $x = 5$; $2^x = 1/2$; $x = -1$; $x \in [-1; 5]$.

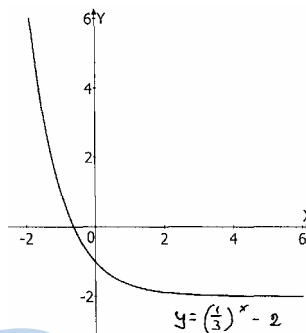
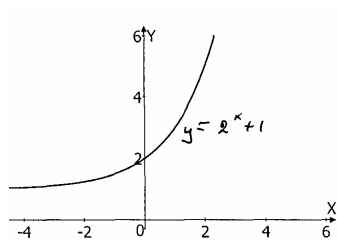
1330. $y = (1/3)^x$; $(1/3)^x = 81$; $x = -4$; $(1/3)^x = 1/27$; $x = 3$; $x \in [-4; 3]$.

1331. а) $y = 4^{x^2-1}$, $x \in \mathbb{R}$; б) $y = 7^{1/x}$, $x \neq 0$;

в) $y = (3/8)^{-x^2+2}$, $x \in \mathbb{R}$; г) $y = (9, 1)^{x-1}$; $x \neq 1$.

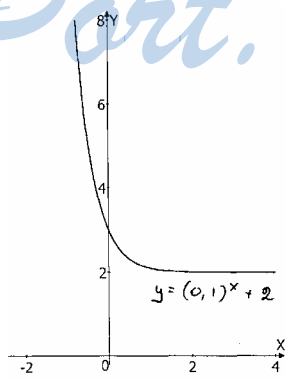
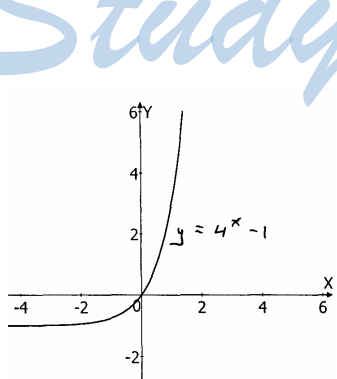
1332. а) $y = 2^x + 1$;

б) $y = (1/3)^x - 2$;



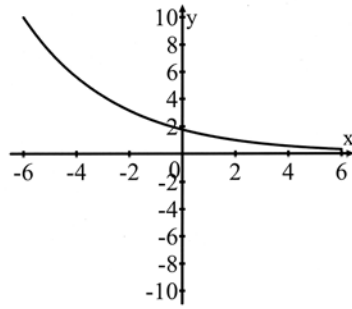
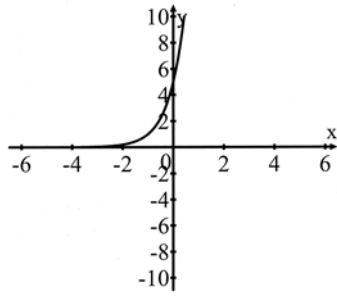
в) $y = 4^x - 1$

г) $y = (0, 1)^x + 2$

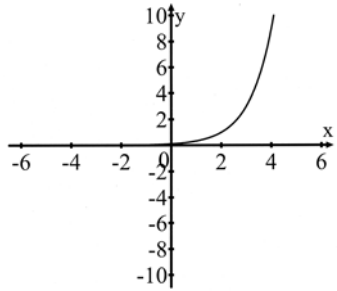


1333.

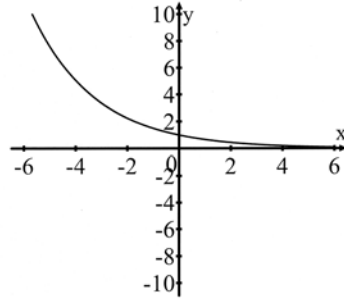
a) $y = 5^{x+1}$ б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$



в) $y = 3^{x-2}$

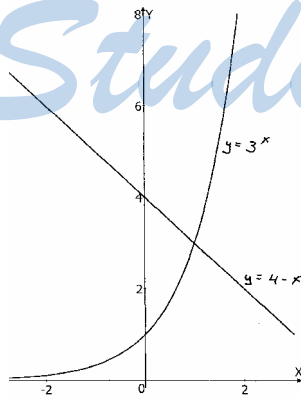


г) $y = (2/3)^{x+0.5}$

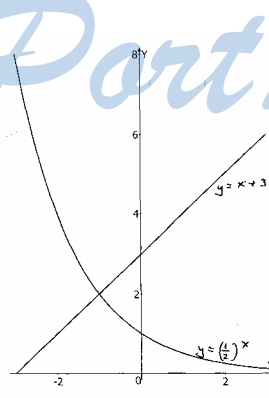


1334.

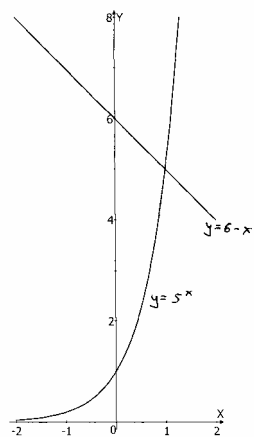
a) $3^x = 4 - x, x = 1;$



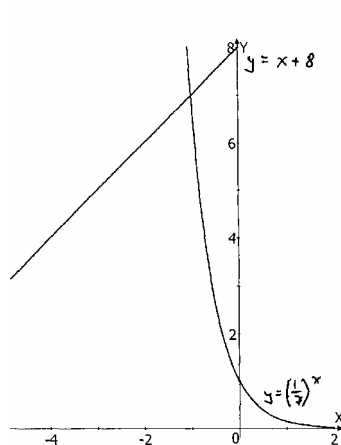
б) $(1/2)^x = x + 3, x = -1;$



b) $5^x = 6 - x, x = 1;$

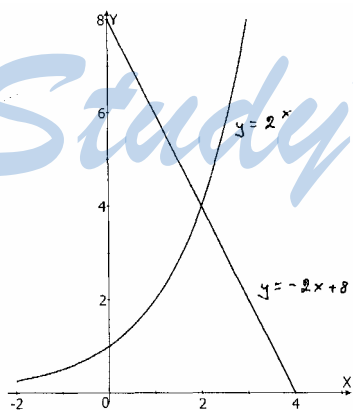


г) $(1/7)^x = x + 8, x = -1;$

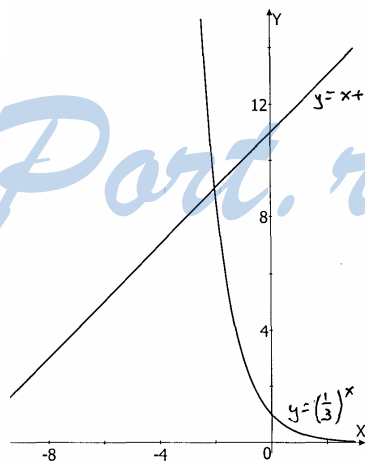


1335.

a) $2^x = -2x + 8, x = 2;$

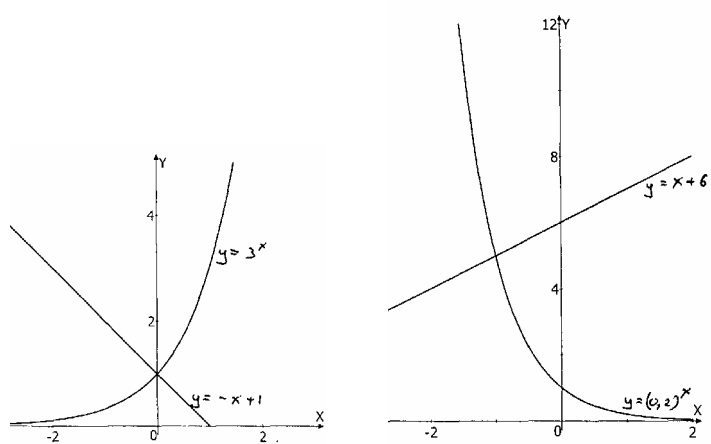


б) $(1/3)^x = x + 11, x = -2;$

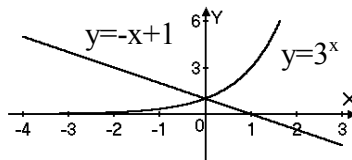


в) $3^x = -x + 1, x = 0;$

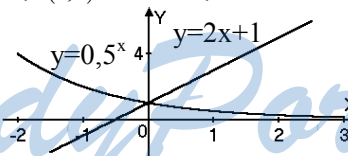
г) $0,2^x = x + 6, x = -1;$



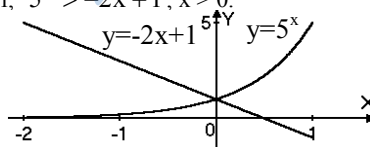
1336. а) $y = 3^x, y = -x + 1; 3^x > -x + 1; x > 0.$



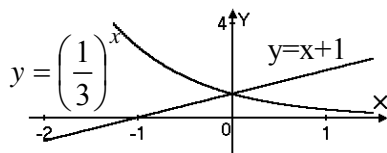
б) $y = (0,5)^x, y = 2x + 1; (0,5)^x > 2x + 1; x < 0.$



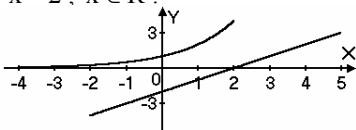
в) $y = 5^x, y = -2x + 1; 5^x > -2x + 1; x > 0.$



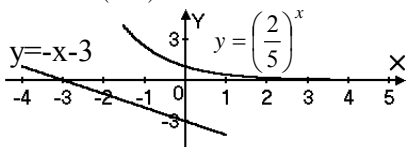
г) $y = (1/3)^x, y = x + 1; (1/3)^x > x + 1; x < 0.$



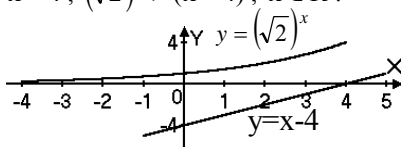
1337. а) $y = 2^x$; $y = x - 2$; $x \in \mathbb{R}$.



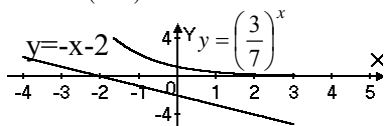
б) $y = (2/5)^x$; $y = -x - 3$; $(2/5)^x > -x - 3$; $x \in \mathbb{R}$.



в) $y = (\sqrt{2})^x$; $y = x - 4$; $(\sqrt{2})^x > (x - 4)$; $x \in \mathbb{R}$.



г) $y = (3/7)^x$; $y = -x - 2$; $(3/7)^x > -x - 2$; $x \in \mathbb{R}$.



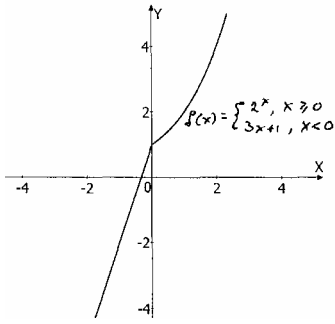
1338. а) $y = 2^x$; $y = -(3/2)x - 1$; $2^x < -(3/2)x - 1$; $x < -1$.

б) $y = (1/2)^x$; $y = -x - 2$; $(1/2)^x < -x - 2$; нет решений.

в) $y = (1/5)^x$; $y = 3x + 1$; $(1/5)^x < 3x + 1$; $x > 0$.

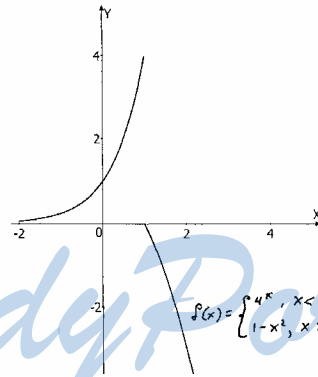
г) $y = 3^x$; $y = -2x - 5$; $3^x < -2x - 5$; $x < 1$.

1339. $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ 3x + 1, & x < 0 \end{cases}$



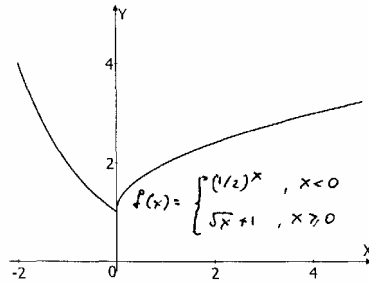
a) $f(-3) = -3 \cdot 3 + 1 = -8$; $f(-2,5) = -\frac{13}{2}$; $f(0) = 1$; $f(2) = 4$;
 $f(3,5) = 8\sqrt{2}$

1340. $f(x) = \begin{cases} 4^x, & x < 1 \\ -x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$



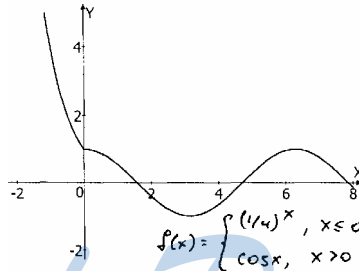
a) $f(-3) = \frac{1}{64}$; $f(-2,5) = \frac{1}{32}$; $f(0) = 1$; $f(1) = 0$; $f(2) = -3$.

1341. $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 0 \\ \sqrt{x+1}, & x \geq 0 \end{cases}$



a) $f(-5) = 32$; $f(-2,5) = \sqrt{32}$; $f(0) = 1$; $f(4) = 3$; $f(1,69) = 2,3$.

1342. $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x, & x \leq 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$



a) $f(-3) = 64$; $f(-2) = 16$; $f(-1,5) = 8$; $f(0) = 1$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
 $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$.

1343. a) $2^{-\sqrt{2}}$; 1 ; $2^{\frac{1}{3}}$; $2^{1,4}$; $2^{\sqrt{2}}$; $2^{1,5}$.

б) $0,3^9$; $0,3^{\frac{1}{2}}$; $0,3^{\frac{1}{3}}$; $0,3^{-\sqrt{5}}$; $0,3^{-9}$.

1344. a) $y = -3 \cdot 12^x$; убывает на \mathbb{R} .

б) $y = \frac{1}{0,5^x + 1}$; возрастает на \mathbb{R} .

в) $y = -9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$; возрастает на \mathbb{R} .

г) $y = -\frac{3}{4 + 2^x}$; возрастает на \mathbb{R} .

1345. а) $y = 3^{x-1} + 8$; $[-3; 1]$; $y_{\max} = 3^{1-1} + 8 = 9$; $y_{\min} = 3^{-3-1} + 8 = 8\frac{1}{81}$.

б) $y = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 4$; $[-1; 2]$; $y_{\max} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 4 = \frac{25}{3} + 4 = \frac{37}{3}$;

$y_{\min} = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 4 = \frac{9}{5} + 4 = \frac{29}{5}$.

в) $y = 7^{x-2} + 9$; $[0; 2]$; $y_{\max} = 7^{2-2} + 9 = 10$; $y_{\min} = 7^{-2} + 9 = 9\frac{1}{49}$.

г) $y = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 13$; $[-2; 3]$; $y_{\max} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 13 = 29$;

$y_{\min} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 13 = 13\frac{1}{2}$.

1346. а) $y = \frac{1}{2^x - 1}$, $2^x \neq 1$, $x \neq 0$.

б) $y = \frac{x+2}{0,5^x - 2}$, $0,5^x \neq 2$, $x \neq -1$.

в) $y = \frac{x}{3^x - 9}$, $3^x \neq 9$, $x \neq 2$.

г) $y = \frac{2x+1}{(1/3)^x - 27}$, $3^{-x} \neq 27$, $x \neq -3$.

1347. а) $y = 3 \cdot 2^x$; $y \in (0; +\infty)$.

б) $y = 14 \cdot (1/2)^x$; $y \in (0; +\infty)$.

в) $y = (1/2) \cdot 7^x$; $y \in (0; +\infty)$.

г) $y = 4/3 \cdot (1/2)^x$; $y \in (0; +\infty)$.

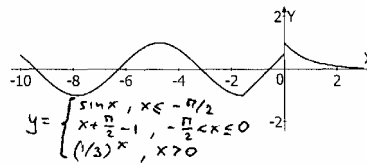
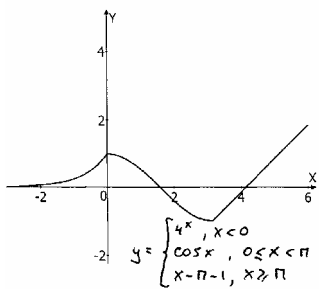
1348. а) $y = 3^x + 1$; $y \in (1; +\infty)$;

б) $y = (7/9)^x + 6$; $y \in (6; +\infty)$.

в) $y = 17^x - 2$; $y \in (-2; +\infty)$.

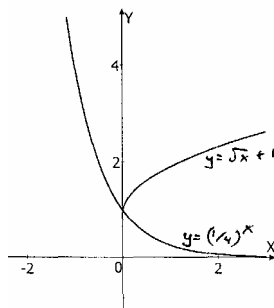
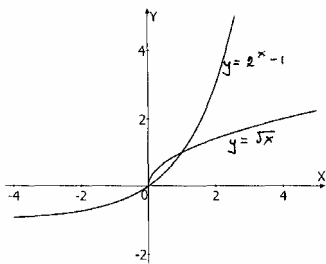
г) $y = (2/5)^x - 8$; $y \in (-8; +\infty)$.

1349. а) $y = \begin{cases} 4^x, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x < \pi; \\ x - \pi - 1, & x \geq \pi \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ x + \frac{\pi}{2} - 1, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ (1/3)^x, & x > 0 \end{cases}$



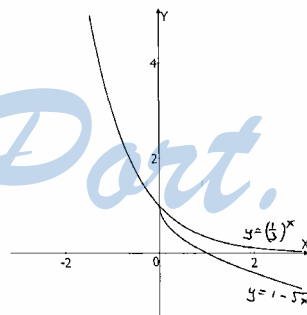
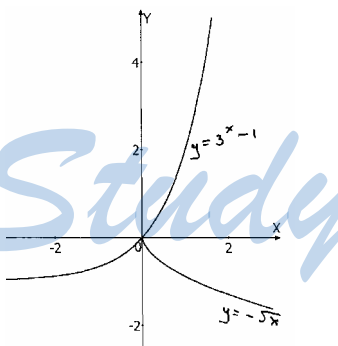
1350) a) $2^x - 1 = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 0$;

б) $(1/4)^x = \sqrt{x} + 1$, $x = 0$;

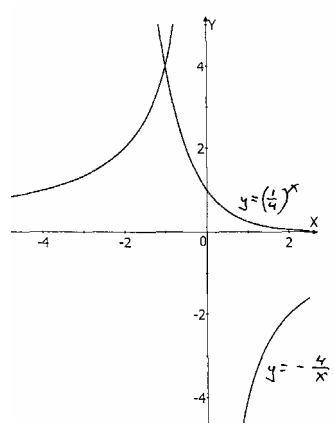
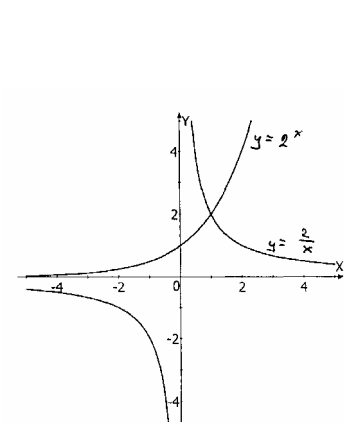


в) $3^x - 1 = -\sqrt{x}$; $x = 0$;

г) $(1/3)^x = 1 - \sqrt{x}$, $x = 0$;

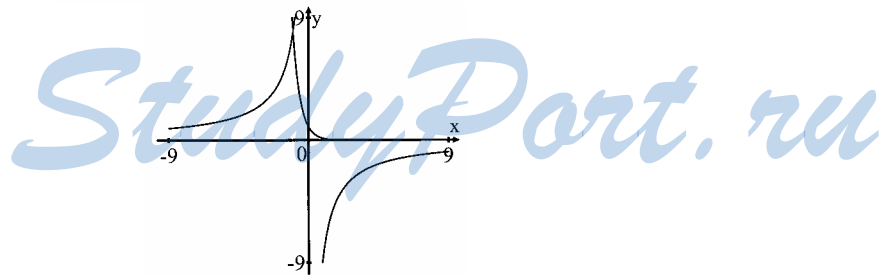
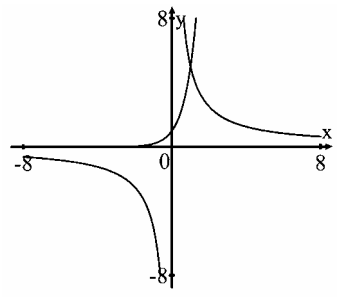


1351. a) $2^x = 2/x$, $x = 1$; б) $(1/4)^x = -(4/x)$, $x = -1$;



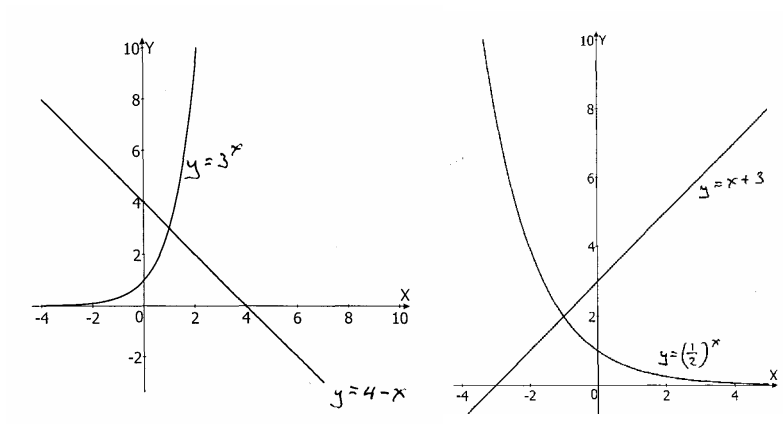
в) $5^x = 5/x, x = 1;$

г) $(1/8)^x = -(8/x), x = -1;$



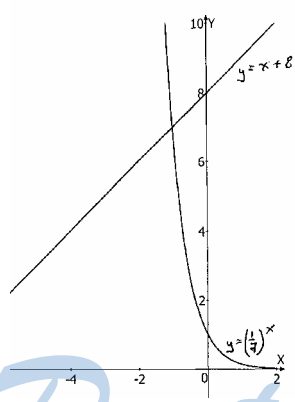
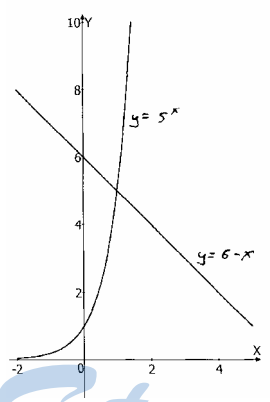
1352. а) $3^x \geq 4 - x, x \geq 1;$

б) $(1/2)^x \leq x + 3, x \geq -1;$

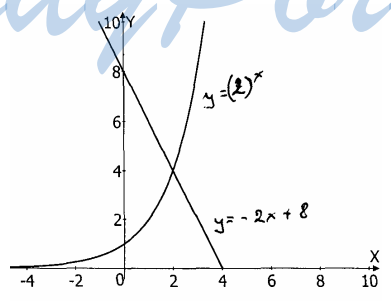


b) $5^x < 6 - x, x < 1;$

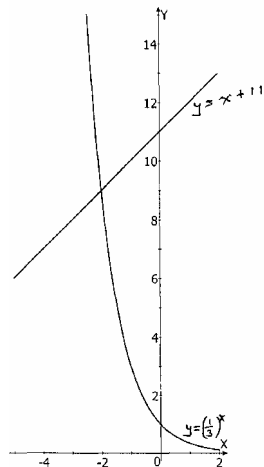
г) $(1/7)^x > x + 8, x < -1;$



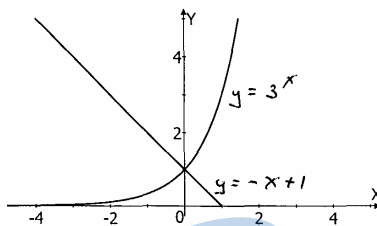
1353. a) $2^x < -2x + 8, x < 2;$



6) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x+11; x \leq -2;$

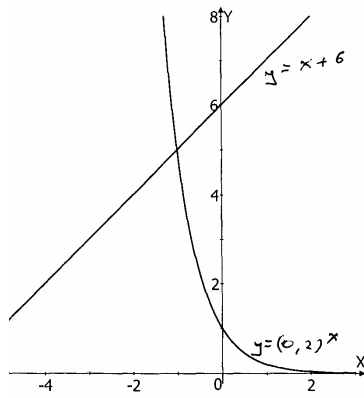


в) $3^x \geq -x+1, x \geq 0;$

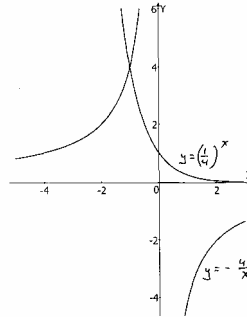
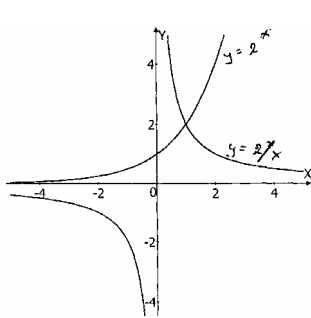


г) $0,2^x < x+6; x > -1;$

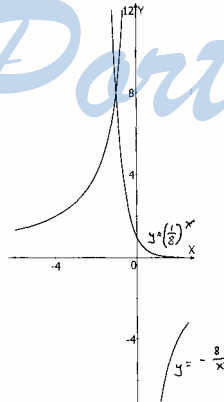
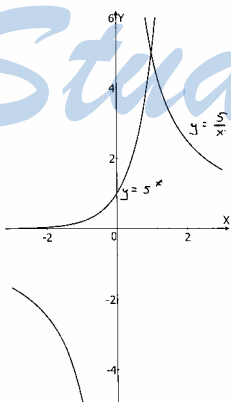
StudyPort.ru



1354. a) $2^x \geq 2/x$, $x \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$; б) $(1/4)^x < -4/x$, $x \in (-1; 0)$;

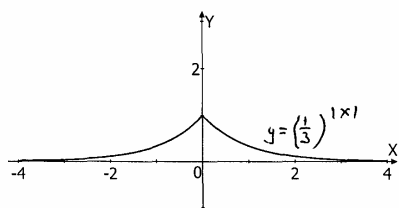
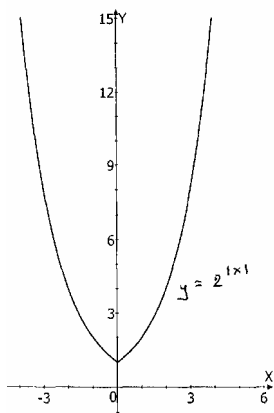


в) $5^x \leq 5/x$, $x \in (0; 1]$; г) $(1/8)^x > -(8/x)$; $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$;



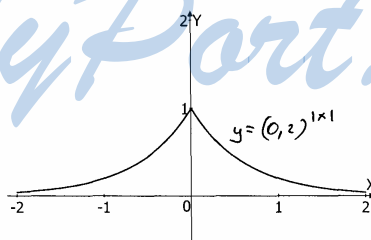
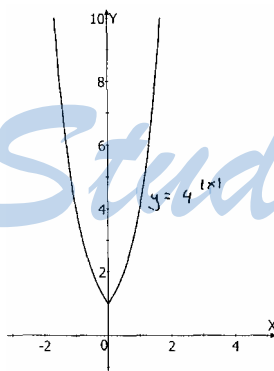
1355. a) $y = 2^{|x|}$

б) $y = (1/3)^{|x|}$



в) $y = 4^{|x|}$

г) $y = 0,2^{|x|}$



1356. $f(x) = 2^x$;

а) $f(x_1)f(x_2) = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = f(x_1+x_2)$;

б) $f(x+1)f(2x) = 2^{x+1}2^{2x} = 2 \cdot 2^{3x} = 2f^3(x)$;

$$b) f(-2x) = 2^{-2x} = \frac{1}{2^{2x}} = \frac{1}{f^2(x)};$$

$$r) f(\cos^2 x) = 2^{\cos^2 x} = 2^{\frac{1}{2}(1+\cos 2x)} = \sqrt{2} \left(2^{\frac{1}{2}\cos 2x} \right) = \sqrt{2f(\cos 2x)};$$

§ 46. Показательные уравнения

$$1357. a) 3^x = 9; x = 2. \quad б) 2^x = 16; x = 4.$$

$$b) \left(\frac{1}{9}\right)^x = 1; x = 0; \quad r) 0,5^x = 0,125; x = 3.$$

$$1358. a) 4^x = \frac{1}{16}; x = -2. \quad б) 7^x = \frac{1}{343}; x = -3.$$

$$b) \left(\frac{1}{6}\right)^x = 36; x = -2. \quad r) 0,2^x = 0,00032; x = 5.$$

$$1359. a) 10^x = \sqrt[4]{1000}; x = \frac{3}{4}. \quad б) 5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}; x = -\frac{2}{3}.$$

$$b) 0,3^x = \sqrt[4]{0,0081} = 0,3; x = 1. \quad r) \left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}; x = -2,5.$$

$$1360. a) 0,3^x = \frac{1000}{27}; x = -3. \quad б) \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}; x = -2.$$

$$b) 0,7^x = \frac{1000}{343}; x = -3. \quad r) \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}; x = -4.$$

$$1361. a) 2^{x+1} = 4; x + 1 = 2; x = 1. \quad б) 5^{3x-1} = 0,2; 3x - 1 = -1; x = 0.$$

$$b) 0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}; 4 - 5x = 2 + \frac{1}{2}; x = 0,3.$$

$$r) \left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}; 2 - x = -3 - \frac{1}{2}; x = 5,5.$$

$$1362. a) 3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}; x + 1 = 2x + 3; x = -2.$$

$$б) 6^{2x-8} = 216^x; 2x - 8 = 3x; x = -8.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}; 7-4x = x-3; x = 2.$$

$$\text{г) } \left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = (1,5)^{2x-3}; 8x+1 = 3-2x; x = \frac{1}{5}.$$

$$\mathbf{1363.} \text{ а) } 3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}; 3^{x^2-4} = 3^{-3}; x^2 = 1; x = \pm 1.$$

$$\text{б) } 0,5^{x^2-5,5} \cdot \sqrt{0,5} = 32; 0,5^{x^2-5} = 0,5^{-5}; x^2 - 5 = -5; x = 0.$$

$$\text{в) } \sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}; 2^{x^2-8} = 2^{-7}; x^2 = 1; x = \pm 1.$$

$$\text{г) } 0,1^{x^2-0,5} \cdot \sqrt{0,1} = 0,001; (0,1)^{x^2} = (0,1)^3; x = \pm \sqrt{3}.$$

$$\mathbf{1364.} \text{ а) } 2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}; 3^x = \frac{1}{9}; x = -2.$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{5}\right)^x 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}; \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}; x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{в) } 5^x \cdot 2^x = 0,1^{-3}; 10^x = 10^3; x = 3.$$

$$\text{г) } 0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}; 0,9^x = 0,9^{\frac{2}{3}}; x = \frac{2}{3}.$$

$$\mathbf{1365.} \text{ а) } 3^x - 3^{x+3} = -78; 3^x(1-27) = -78; 3^x = 3, x = 1.$$

$$\text{б) } 5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8; 5^{2x-3}(5^2-1) = 4,8; 2x-3 = -1, x = 1.$$

$$\text{в) } 2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49; \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} (2-1) = 49; 3x+7 = -2, x = -3$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}; \left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}; 5x-1 = 1, x = 0,4.$$

$$1366. \text{ а) } 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0; \begin{cases} 2^x = 4; \\ 2^x = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{б) } 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0; \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ \text{не подходит} \end{cases}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0; \left(\frac{1}{6}\right)^x = 6, \left(\frac{1}{6}\right)^x = -1; x = -1, \text{ не подходит.}$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{6}\right)^{2x} + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0; \left(\frac{1}{6}\right)^x = -6, \left(\frac{1}{6}\right)^x = 1; \text{ не подходит } x = 0$$

$$1367. \text{ а) } 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0; 2^x = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}, 2^x = 2;$$

$$x = -1, x = 1.$$

$$\text{б) } 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0; 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0;$$

$$3^x = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; 3^x = 3; x = -1, x = 1.$$

$$\text{в) } 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{-15-17}{8}; \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{4}; \text{ не подходит, } x = 1.$$

$$\text{г) } (0,25)^x + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0; (0,5)^{2x} + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0;$$

$$(0,5)^x = \frac{-1,5-2,5}{2}; \text{ не подходит; } (0,5)^x = \frac{1}{2}, x = 1.$$

$$1368. \text{ а) } 4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{17-15}{8} = \frac{1}{4}; x = 1; \left(\frac{1}{4}\right)^x = 4; x = -1.$$

$$\text{б) } (0,01)^x + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0; (0,1)^{2x} + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0$$

$$(0,1)^x = \frac{-9,9-10,1}{2}; \text{ не подходит; } (0,1)^x = \frac{-9,9+10,1}{2} = \frac{1}{10}; x = 1.$$

$$\text{в) } 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7-11}{6}; \text{ не подходит; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; x = 1.$$

г) $5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0$; $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{-23-27}{10}$; не подходит;

$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}$; $x = 1$.

1369. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$; $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$;

$2^x = \frac{5-27}{4}$; не подходит; $2^x = \frac{5+27}{4} = 8$; $x = 3$.

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 32 = 0$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 32 = 0$;

$\left(\frac{1}{2}\right)^x = -4$; не подходит; $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$; $x = -3$.

в) $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$; $5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$;

$5^x = \frac{13-12}{5} = \frac{1}{5}$; $x = -1$; $5^x = 5$; $x = 1$.

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 = 0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 162 = 0$;

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9-27}{2}$; не подходит; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9+27}{2} = 9$; $x = -2$.

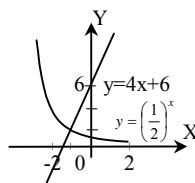
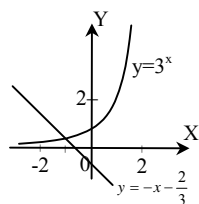
1370. а) $2^x = 3^x$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$; $x = 0$.

б) $25^x = 7^{2x}$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = 1$; $x = 0$.

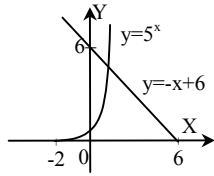
в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 8^x$; $72^x = 1$; $x = 0$.

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x$; $\left(\frac{5}{4}\right)^x = 1$; $x = 0$.

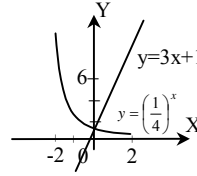
1371. а) $3^x = -x - (2/3)$; $x = -1$; б) $(1/2)^x = 4x + 6$; $x = -1$;



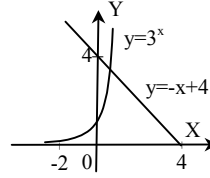
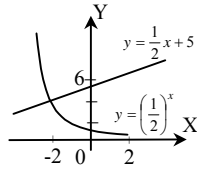
в) $5^x = -x + 6$; $x = 1$;



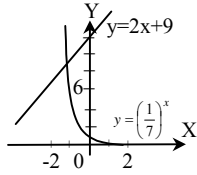
г) $(1/4)^x = 3x + 1$; $x = 0$;



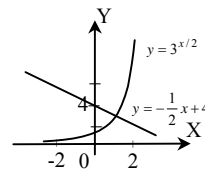
1372. а) $(\frac{1}{2})^x = 0,5x + 5$; $x = -2$; б) $3^x = -x + 4$; $x = 1$;



в) $(\frac{1}{7})^x = 2x + 9$; $x = -1$;



г) $3^{\frac{x}{2}} = -0,5x + 4$; $x = 2$;



1373. а) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$; $3 \cdot (\frac{2}{3})^{2x} + (\frac{2}{3})^x - 2 = 0$;

$(\frac{2}{3})^x = \frac{-1-5}{6}$; не подходит; $(\frac{2}{3})^x = \frac{2}{3}$; $x = 1$.

б) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$; $2 \cdot (\frac{2}{5})^{2x} - 3 \cdot (\frac{2}{5})^x - 5 = 0$;

$(\frac{2}{5})^x = \frac{3-7}{4}$; не подходит; $(\frac{2}{5})^x = \frac{3+7}{4}$; $x = -1$.

в) $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$; $3 \cdot (\frac{3}{7})^{2x} - 4 \cdot (\frac{3}{7})^x - 7 = 0$;

$(\frac{3}{7})^x = \frac{4-10}{6}$; не подходит; $(\frac{3}{7})^x = \frac{4+10}{6} = \frac{7}{3}$; $x = -1$.

$$\text{r)} 5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^{2x} = 0; 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x - 6 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7-13}{10}; \text{ не подходит; } \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7+13}{10}; x=1.$$

$$1374. \text{ a)} \begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27^x \end{cases}; \begin{cases} x+y=4 \\ y=3x \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$\text{б)} \begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5 \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32 \end{cases}; \begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x-y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}.$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5^{2x-y} = 125 \\ 4^{x-y} = 4 \end{cases}; \begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

$$\text{г)} \begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6 \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1} \end{cases}; \begin{cases} y+2x=1 \\ x+y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}.$$

$$1375. \text{ a)} \begin{cases} \sqrt{3}^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10 \end{cases}; \begin{cases} x+2y=4 \\ 3y-x=1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

$$\text{б)} \begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2 \end{cases}; \begin{cases} 3y+x=0 \\ 2y-x=1 \end{cases}; \begin{cases} y=\frac{1}{5} \\ x=-\frac{3}{5} \end{cases}.$$

$$\text{в)} \begin{cases} (\sqrt{5})^{2x+y} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5^y = 125 \end{cases}; \begin{cases} 2x+y=0 \\ y-x=3 \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5^y \cdot 25^x = 625 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 9^y = \frac{1}{27} \end{cases}; \begin{cases} y+2x=4 \\ 2y-x=-3 \end{cases}; \begin{cases} x=\frac{11}{5} \\ y=-\frac{2}{5} \end{cases}.$$

$$1376. \text{ a)} (\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6}; 6^x = \frac{1}{6}; x=-1.$$

$$\text{б)} (\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} = 243; 3^{2x} = 243; x=\frac{5}{2}.$$

$$1377. \text{ a) } \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3} = 0,81^{-2x}; \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x^2} = 0,9^{-4x}; 3x^2 - 8x - 3 = 0;$$

$$x = \frac{4+5}{3} = 3; x = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{x^2+4} = 20,25^{x+1}; \left(\frac{9}{2}\right)^{-1-\frac{x^2}{4}} = 4,5^{2x+2}; x^2 + 8x + 12 = 0;$$

$$x = 6; x = -2.$$

$$1378. \text{ a) } \sqrt{625} \cdot \sqrt{5^{14x-9}} = \sqrt[6]{125 \cdot 5^{6x-12}}; 5^{7x-\frac{5}{2}} = 5^{x-\frac{3}{2}}; 6x = 1; x = \frac{1}{6}.$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt{0,2^{2x-\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{0,04^{-3x+6}}; 0,2^{x-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = 0,2^{-2x+4};$$

$$x + \frac{1}{6} = -2x + 4; x = \frac{23}{18} = 1\frac{5}{18}.$$

$$1379. \text{ a) } 27^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{9^{x+1}}; 3^{3\sqrt{x-1}} = 3^{x+1}; 3\sqrt{x-1} = x+1;$$

$$9x - 9 = x^2 + 1 + 2x; x^2 - 7x + 10 = 0; x = 5; x = 2.$$

$$\text{б) } 2^{\sqrt{13-x^2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}; \sqrt{13-x^2} = 3; 13-x^2 = 9; x^2 = 4; x = \pm 2.$$

$$\text{в) } 3^x \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}} = 243; x - \sqrt{x+1} = 5; x \geq 5; x^2 - 10x + 25 = x + 1;$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0; x = 3 \text{ не подходит}; x = 8.$$

$$\text{г) } \left(0,1^{\sqrt{x+1}}\right)^{\sqrt{x+6}} = \frac{1}{10^6}; x \geq -1; \sqrt{(x+1)(x+6)} = 6; x^2 + 7x - 30 = 0;$$

$$x = -10 \text{ не подходит}; x = 3.$$

$$1380. \text{ a) } 3^x \cdot 7^{x+2} = 49 \cdot 4^x; 21^x = 4^x, x = 0.$$

$$\text{б) } 2^{x+1} \cdot 5^{x+3} = 250 \cdot 9^x; 2 \cdot 125 \cdot 10^x = 250 \cdot 9^x; x = 0.$$

$$1381. \text{ a) } 6^{2x+4} = 2^{8+x} \cdot 3^{3x}; 6^4 \cdot 2^x \cdot 3^{-x} = 2^8; \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^4; x = 4$$

$$\text{б) } 35^{4x+2} = 5^{3x+4} \cdot 7^{5x}; 35^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^x = 5^4; \left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{5}{7}\right)^2; x = 2.$$

$$1382. \text{ a) } 2^{4x+2} \cdot 5^{-3x-1} = 6,25 \cdot 2^{x+1}; \left(\frac{2}{5}\right)^{3x} \cdot 2^2 \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 6,25;$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x} = \frac{5 \cdot 6,25}{2}; (0,4)^{3x} = 0,064^{-1}; 3x = -3; x = -1.$$

$$\text{б) } 3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}; 3^{-1} \cdot 7^{-2} \cdot \frac{3^{5x}}{3^{3x}} \cdot 7^{2x} = 3; 21^{2x} = 9 \cdot 49; 2x = 2; x = 1.$$

$$\mathbf{1383. а) } 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}+2}\right)^{x-12}; 4(\sqrt{5}-2)^{x-12} = (2(\sqrt{5}-2))^{x-12};$$

$$4 = 2^{x-12}; x = 14 \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

$$\text{б) } 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = \left(\frac{3}{3+\sqrt{8}}\right)^{2x+1}; 9(3-\sqrt{8})^{2x+1} = (3(3-\sqrt{8}))^{2x+1};$$

$$9 = 3^{2x+1}; 2x+1 = 2; x = \frac{1}{2} \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

$$\mathbf{1384. а) } 3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}} + 207; \frac{1}{3} \cdot 3^x - 3^x \cdot \frac{1}{27} = \sqrt{9^x \cdot \frac{1}{81}} + 207;$$

$$27 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^x = 3^x + 207 \cdot 81; 3^x = 9 \cdot 81; x = 6.$$

$$\text{б) } \sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 = 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}; 2 \cdot 2^x + 188 = 8 \cdot 2^x - \frac{1}{8} \cdot 2^x;$$

$$16 \cdot 2^x + 188 \cdot 8 = 64 \cdot 2^x - 2^x; 2^x = 4 \cdot 8; x = 5.$$

$$\mathbf{1385. а) } 24 \cdot 3^{2x^2-3x-2} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x} + 3^{2x^2-3x-1} = 9;$$

$$3^{2x^2-3x-2}(24 - 2 \cdot 3^2 + 3) = 9; 3^{2x^2-3x-2} = 1; 2x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{3+5}{4} = 2; x = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } 5 \cdot 2^{x^2+5x+7} + 2^{x^2+5x+9} - 2^{x^2+5x+10} = 2; 2^{x^2+5x+7}(5 + 2^2 - 2^3) = 2;$$

$$x^2 + 5x + 7 = 1; x = -2; x = -3.$$

$$\mathbf{1386. а) } 18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0; 8\left(\frac{6}{2}\right)^x - 9^x + 9 = 0; 8 \cdot 3^x - 9^x + 9 = 0;$$

$$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0; 3^x = 9, 3^x = -1; x = 2, \text{ не подходит.}$$

$$\text{б) } 12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0; 3^x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8) = 0; 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0;$$

$$2^x = 4, 2^x = 2; x = 2, x = 1.$$

$$\mathbf{1387. а) } \frac{1}{3^x+2} = \frac{1}{3^{x+1}}; \frac{3^{x+1} - 3^x - 2}{(3^x+2)(3 \cdot 3^x)} = 0; 3^x(3-1) = 2; 3^x = 1; x = 0.$$

$$\text{б) } \frac{5}{12^x + 143} = \frac{5}{12^{x+2}}; 12^{x+2} - 12^x - 143 = 0; 12^x(144 - 1) = 143; x = 0.$$

$$\text{в) } \frac{1}{5^x + 4} = \frac{1}{5^{x+1}}; 5^{x+1} - 5^x - 4 = 0; 5^x(5 - 1) = 4; x = 0.$$

$$\text{г) } \frac{8}{11^x + 120} = \frac{8}{11^{x+2}}; 11^{x+2} - 11^x - 120 = 0; 11^x(121 - 1) = 120; x = 0.$$

$$\mathbf{1388. а) } \frac{2^x + 1}{2^{x+2} - 2} = 1; 2^x - 2^{x+2} = -2 - 1; 2^x(1 - 4) = -3; x = 0.$$

$$\text{б) } \frac{5^{4x-1} + 3}{5^{4x} - 3} = 2; 5^{4x-1} + 3 = 2 \cdot 5^{4x} - 6; 5^{4x-1}(1 - 2 \cdot 5) = -9;$$

$$4x - 1 = 0; x = \frac{1}{4}.$$

$$\text{в) } \frac{3^{x+1} - 1}{3^x + 4} = 2; 3^{x+1} - 1 = 2 \cdot 3^x + 8; 3^x(3 - 2) = 9; x = 2.$$

$$\text{г) } \frac{7^{2x} - 1}{7^{2x-1} + 1} = 3; 7^{2x} - 1 = 3 \cdot 7^{2x-1} + 3; 7^{2x-1}(7 - 3) = 4;$$

$$2x - 1 = 0; x = \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{1389. а) } 2^{x^2+2x-6} - 2^{7-2x-x^2} = 3,5; x^2 + 2x - 6 = a; 2^a - 2^{-a+1} = 3,5;$$

$$2^{2a} - 2 - 3,5 \cdot 2^a = 0; 2 \cdot 2^{2a} - 7 \cdot 2^a - 4 = 0;$$

$$2^a = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \text{ — не подходит; } 2^a = 4, a = 2; x^2 + 2x - 6 = 2;$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0; x = -1 - 3 = -4; x = 2.$$

$$\text{б) } 3^{2x^2+x} = 26 + 3^{3-x-2x^2}; 3^{2(2x^2+x)} - 26 \cdot 3^{2x^2+x} - 27 = 0; 3^{2x^2+x} = 27;$$

$$2x^2 + x = 3; x = \frac{-1-5}{4} = -\frac{3}{2}; x = 1; 3^{2x^2+x} = -1 \text{ — не подходит.}$$

$$\mathbf{1390. а) } 5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{(x+1)(x+2)} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0;$$

$$5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{x^2+3x+2} - 2 \cdot 5^{6(x+1)} = 0;$$

$$\frac{1}{5} \cdot 5^{2x^2} - 3 \cdot 25 \cdot 5^{3x} \cdot 5^{x^2} - 2 \cdot 5^6 \cdot 5^{6x} = 0;$$

$$5^{2x^2-6x} - 375 \cdot 5^{x^2-3x} - 156250 = 0;$$

$$D = 140625 + 625000 = 875^2;$$

$$5^{x^2-3x} = \frac{375-875}{2} \text{ — не подходит;}$$

$$5^{x^2-3x} = 625; x^2 - 3x = 4; x^2 - 3x - 4 = 0; x = 4, x = -1.$$

$$6) 3^{2x^2-1} - 3^{(x-1)(x+3)} - 2 \cdot 3^{8(x-1)} = 0;$$

$$3^7 \cdot 3^{2x^2} - 3^3 \cdot 3^{x^2+4x} - 2 \cdot 3^{8x} = 0;$$

$$2187 \cdot 3^{2x^2-8x} - 27 \cdot 3^{x^2-4x} - 2 = 0;$$

$$D = 729 + 17496 = 135^2;$$

$$3^{x^2-4x} = \frac{27-135}{2187 \cdot 2} - \text{не подходит};$$

$$3^{x^2-4x} = \frac{162}{4374} = \frac{1}{27};$$

$$x^2 - 4x = -3; x^2 - 4x + 3 = 0; x = 3, x = 1.$$

$$1391. \text{ а) } 9^x + 6^x = 2^{2x+1}; \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0;$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = -2 - \text{не подходит}; \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1, x = 0.$$

$$6) 25^{2x+6} + 16 \cdot 4^{2x+6} = 20 \cdot 10^{2x+5}; \left(\frac{5}{2}\right)^{4x+12} - 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+6} + 16 = 0$$

$D < 0 \Rightarrow$ решений нет.

$$1392. \text{ а) } \begin{cases} \sqrt{3^{x-1}} \sqrt{9^y} = 27 \\ 2^{2x+y} \cdot 2^x = 64 \end{cases}; \begin{cases} x-1+2y=6 \\ x+y=6 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=5 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} \sqrt{6^{x-2y}} \cdot \sqrt{6^x} = \frac{1}{6} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-y} \cdot 3^{x-2y} = \frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} x-2y-x=-2 \\ y-2x+x-2y=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ -1-x=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}.$$

$$1393. \text{ а) } \begin{cases} 2^{2x} + 2^x \cdot y = 10 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases}$$

СЛОЖИМ:

$$\begin{cases} 2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot y + y^2 = 25 \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15 \end{cases};$$

$$2^x + y = \pm 5$$

$$1) 2^x = 5 - y; y^2 + 5y - y^2 = 15; y = 3, x = 1.$$

2) $2^x = -5 - y$; $y^2 - 5y - y^2 = 15$; $y = -3$, $2^x = -2$ — не подходит

Итого (1;3)

$$\text{б) } \begin{cases} 7^{2x} - 7^x \cdot y = 28 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$$

сложим:

$$\begin{cases} (7^x - y)^2 = 16 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 7^x - y = \pm 4 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases};$$

1) $7^x = 4 + y$; $y^2 - 4y - y^2 = -12$; $y = 3$, $x = 1$.

2) $7^x = -4 + y$; $y^2 + 4y - y^2 = -12$; $y = -3$, $7^x = -7$ — не подходит.

Итого $x = 1$ $y = 3$.

1394. а) $2^x = a$. Имеет корни при $a > 0$.

б) $8^{3x+1} = a + 3$. Имеет корни при $a > -3$.

в) $\sqrt[3]{3^x} = -a$. Имеет корни при $a < 0$.

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = a^2$. Имеет корни при $a \neq 0$.

1395. а) $48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}$; $4^{x+2}(3-a) = a - 27$. При $a = 3$ решение нет. При $a \neq 3$: $4^{x+2} = \frac{a-27}{3-a}$; $\frac{a-27}{3-a} \leq 0$; $a \in (-\infty; 3) \cup [27; +\infty)$.

Итого $a \leq 3, a \geq 27$.



б) $9^x + 2a \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$; $3^{2x} + 6a \cdot 3^x + 9 = 0$; $\frac{D}{4} = 9a^2 - 9 < 0$; $a^2 < 1$;

$a \in (-1; 1)$.

§ 47. Показательные неравенства

1396. а) $2^x \geq 4$, $x \geq 2$. б) $2^x < 1/2$, $x < -1$.

в) $2^x \leq 8$, $x \leq 3$. г) $2^x > \frac{1}{16}$, $x > -4$.

1397. а) $3^x \leq 81, x \leq 4$. б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}, x < 3$.

в) $5^x > 125, x > 3$. г) $0,2^x \leq 0,04, x \geq 2$.

1398. а) $3^{2x-4} \leq 27; 2x-4 \leq 3; x \leq \frac{7}{2}$.

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}; 3x+6 < 2; x < -\frac{4}{3}$.

в) $5^{4x+2} \geq 125; 4x+2 \geq 3; x \geq \frac{1}{4}$.

г) $(0,1)^{5x-9} < 0,001; 5x-9 > 3; x > \frac{12}{5}$.

1399. а) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}; 2x-9 > 3x-6; x < -3$.

б) $0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}; 4x+3 \leq 6x-1; 2x \geq 4; x \geq 2$.

в) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}; x-1 \leq -2x+8; x \leq 3$.

г) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}; -3x-0,5 > x+1,5; 4x < -2; x < -\frac{1}{2}$.

1400. а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}; 5x-1 > 6x+4; x < -5$.

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}; 1-3x \leq 2x+6; 5x \geq -5; x \geq -1$.

в) $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}; -7x+1 \leq -4x-20; 3x \geq 21; x \geq 7$.

г) $(0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}; 10x-2 > x+7; x > 1$.

1401. а) $2^{3x+6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}; 3x+6 \leq -2x+2; 5x \leq -4; x \leq -\frac{4}{5}$.

б) $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}; -3+2x > 3+2x; \text{нет решений}$.

в) $25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}; -2x+6 \geq 1-3x; x \geq -5$.

г) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}; 2x-8 < 2x-6; x \in \mathbb{R}$.

1402. а) $2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \geq \frac{1}{2}; 2^{x-3+1+\frac{1}{2}} \geq 2^{-1}; x-1,5 \geq -1; x \geq \frac{1}{2}$.

$$\text{б) } \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}; \frac{1}{2} \leq 1-2x; x \leq \frac{1}{4}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}; 7^{-4-3x+1+\frac{1}{2}} < 7^{-1}; -3x-2,5 < -1; 3x > -1,5; x > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{г) } 0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} > 4\sqrt{64}; 4^{x-11} > 32; 2x-22 > 5; x > \frac{27}{2}.$$

$$\mathbf{1403. а) } 7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6; x^2-5x+6 < 0; x \in (2;3).$$

$$\text{б) } (0,6)^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6; x^2-x-6 \leq 0; x \in [-2;3].$$

$$\text{в) } 11^{2x^2+3x} \leq 121; 2x^2+3x-2 \leq 0; x \in [-2; \frac{1}{2}].$$

$$\text{г) } 0,3^{x^2-10x} > \left(3\frac{1}{3}\right)^{24}; x^2-10x+24 < 0; x \in (4;6).$$

$$\mathbf{1404. а) } \sqrt{2^{-1}} \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}; 2^{\frac{x^2-8,5}{2}} \geq 2^{-7}; x^2-8,5 \geq -14;$$

$$2x^2-17 \geq -28; x^2 \geq -\frac{11}{2}; x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{б) } 0,9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3; x^2-4x+3 > 0; x < 1, x > 3.$$

$$\text{в) } 14^{x^2+x} \leq 196; x^2+x-2 \leq 0; x \in [-2;1].$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x} > 9; \frac{13}{2}x - \frac{3}{2}x^2 > 2; 3x^2-13x+4 < 0; x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right).$$

$$\mathbf{1405. а) } 2^x + 2^{x+2} \leq 20; 2^x \leq 4; x \leq 2.$$

$$\text{б) } 3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}; 3^{2x-3}(8) < \frac{8}{3}; 2x-3 < -1; x < 1.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6; \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} \left(1 + \frac{1}{5}\right) > 6; -4-3x > 1; x < -\frac{5}{3}.$$

$$\text{г) } 0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7; 0,3^{6x-1}(1-0,3) \geq 0,7; 6x-1 \leq 0; x \leq \frac{1}{6}.$$

$$\mathbf{1406. а) } 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0; 3^x \in [1;3]; x \in [0;1].$$

б) $5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$; $5^x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$; $x \geq 0$.

в) $0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$; $0,2^x \in (-\infty; 0,2) \cup (1; +\infty)$; $x < 0, x > 1$.

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6\left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0$; $\left(\frac{1}{7}\right)^x \in (-7; 1)$; $x < 0$.

1407. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$; $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$;

$2^x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$; $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$;

б) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$; $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$; $3^x \in (\frac{1}{3}; 3)$; $x \in (-1; 1)$.

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0$; $4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0$;

$\left(\frac{1}{4}\right)^x \in \left(-4; \frac{1}{4}\right)$; $x \in (1; +\infty)$.

г) $0,5^{2x-1} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0$; $2 \cdot 0,5^{2x} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0$;

$0,5^x \leq -2$; $0,5^x \geq \frac{1}{2}$; $x \leq 1$ (опечатка в ответе задачника).

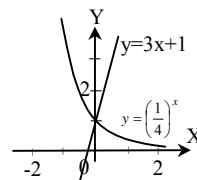
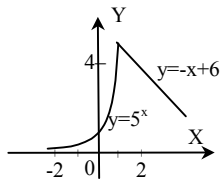
1408. а) $3^x < 5^x$; $\left(\frac{5}{3}\right)^x > 1$; $x > 0$.

б) $6^x \geq 2^x$; $3^x \geq 1$; $x \geq 0$.

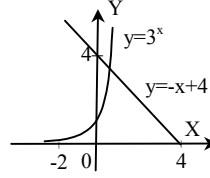
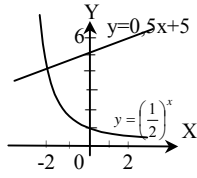
в) $\left(\frac{12}{13}\right)^x \leq 12^x$; $13^x \geq 1$; $x \geq 0$.

г) $0,6^x > 3^x$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 1$; $x < 0$.

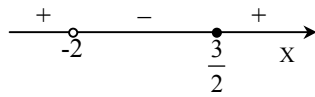
1409. а) см.рис. $5^x \leq -x + 6$; $x \leq 1$; б) см.рис. $\left(\frac{1}{4}\right)^x > 3x + 1$; $x < 0$;



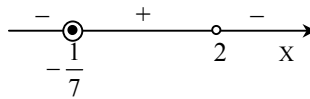
в) см.рис. $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 0,5x + 5$; $x > -2$; г) см.рис. $3^x \geq -x + 4$; $x \geq 1$;



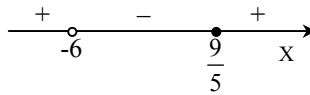
1410. а) $19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1$; $\frac{2x-3}{x+2} \geq 0$; $x \in (-\infty; -2) \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$.



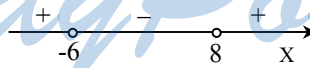
б) $0,36^{\frac{7x+1}{-x+2}} < 1$; $\frac{7x+1}{-x+2} > 0$; $x \in (-\frac{1}{7}; -2]$.



в) $37^{\frac{5x-9}{x+6}} \leq 1$; $\frac{5x-9}{x+6} \leq 0$; $x \in (-6; \frac{9}{5}]$.

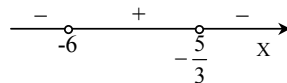


г) $\left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1$; $\frac{9x-18}{6-x} < 0$; $x \in (-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$.



1411. а) $5^{\frac{x}{x+3}} \leq 5$; $\frac{x}{x+3} - 1 \leq 0$; $\frac{3}{x+3} \geq 0$; $x > -3$.

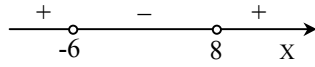
б) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}} > \frac{4}{9}$; $\frac{2x-1}{3x+5} - 1 < 0$;



$$\frac{-x-6}{3x+5} < 0; x < -6, x > -\frac{5}{3}.$$

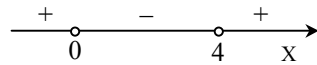
$$\text{в) } 17^{\frac{x}{x-8}} \geq 17; \frac{x}{x-8} - 1 \geq 0; \frac{8}{x-8} \geq 0; x > 8.$$

$$\text{г) } (0,21)^{\frac{3x+4}{x-8}} < 0,21; \frac{3x+4}{x-8} - 1 > 0; \frac{2x+12}{x-8} > 0; x < -6, x > 8.$$



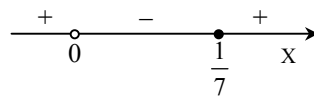
$$1412. \text{ а) } 3^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27}; \frac{x-4}{x} - 3 < -3;$$

$$\frac{x-4}{x} < 0; x \in (0;4).$$



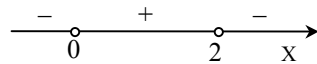
$$\text{б) } \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64}; \frac{6x-1}{x} - 1 \leq -2;$$

$$\frac{7x-1}{x} \leq 0; x \in (0; \frac{1}{7}].$$



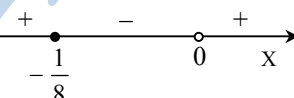
$$\text{в) } 8^{\frac{2-x}{x}-2} > \frac{1}{64}; \frac{2-x}{x} - 2 > -2;$$

$$\frac{2-x}{x} > 0; x \in (0;2).$$



$$\text{г) } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}+1} \leq \frac{121}{36}; \frac{5x+1}{x} + 1 \geq -2;$$

$$\frac{8x+1}{x} \geq 0; x \leq -\frac{1}{8}, x > 0.$$



$$1413. \text{ а) } 4^x \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2,25; \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{9}{4}; x \leq 2.$$

$$\text{б) } 9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x > 0,25; \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}; x < 2.$$

в) $5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}; \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{4}{9}; x \leq 2.$

г) $3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0,0625; \left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^2; x > 2.$

1414. а) $8^{-2x+8} > 512; -2x+8 > 3; 2x < 5; x = 1; x = 2; \text{ответ: } 2.$

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{8x-23} \geq \frac{1}{81}; 8x-23 \leq 2; x \leq \frac{25}{8}; x = 1, x = 2, x = 3; \text{ответ: } 3.$

в) $2^{5x-7} \leq 16; 5x-7 \leq 4; x \leq \frac{11}{5}; x = 1, x = 2; \text{ответ: } 2.$

г) $0,1^{4x-5} > 0,001; 4x-5 < 3; x < 2, x = 1; \text{ответ: } 1.$

1415. а) $2^x \cdot 3^x \geq 36^x \cdot \sqrt{6}; 6^x \leq 6^{-\frac{1}{2}}; x \leq -\frac{1}{2}.$

б) $3^x \cdot 5^x \leq 225^x \cdot \sqrt{15}; 15^x \geq 15^{\frac{1}{2}}; x \geq -\frac{1}{2};$

1416. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 4^x < \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}; x < 2x-2; x > 2;$

б) $\left(\frac{2}{11}\right)^x \cdot 3^x > \left(\frac{36}{121}\right)^{2x+3}; x < 4x+6; 3x > -6; x > -2.$

1417. а) $2^{2x+1} - 3^{2x+1} < 3^{2x} - 7 \cdot 2^{2x}; 2^{2x}(2+7) < 3^{2x}(1+3);$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} > \frac{9}{4}; 2x > 2; x > 1.$

б) $3^{x+1} + 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x > 2 \cdot 7^{2x+1}$

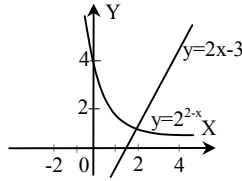
$3^x(3+9+2) > 14 \cdot 7^{2x}; 3^x > 7^{2x}; \left(\frac{3}{49}\right)^x > 1; x < 0.$

1418. а) $5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}; 8 \cdot 10^{x-1} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2};$

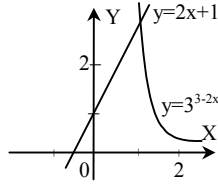
$x-1 > x^2-3x+2; x^2-4x+3 < 0; x \in (1;3).$

б) $3^{2x+1} \cdot 2^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}; 81 \cdot 6^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}; 2x^2+2x-4 < 0;$

$x^2+x-2 < 0; x \in (-2;1).$ **1419.** а) $2^{2-x} > 2x-3; \text{см.рис. } x < 2;$



б) $3^{3-2x} \leq 2x+1$; см.рис. $x \geq 1$;



1420. а) $\frac{x^2+4x+4}{3^x-27} \geq 0$; $\frac{(x+2)^2}{3^x-27} \geq 0$; $x > 3$, $x = -2$.

б) $\frac{0,2^x-0,008}{x^2-10x+25} < 0$; $\frac{0,2^x-0,2^3}{(x-5)^2} < 0$; $x > 3$, $x \neq 5$.

в) $\frac{25-0,2^x}{4x^2-4x+1} \leq 0$; $\frac{5^2-5^{-x}}{(2x-1)^2} \leq 0$; $2 \leq -x$; $x \leq -2$.

г) $\frac{x^2+6x+9}{2^x-4} > 0$; $\frac{(x+3)^2}{2^x-4} > 0$; $x > 2$.

1421. а) $\frac{5}{12^x+143} \geq \frac{5}{12^{x+2}}$; $12^x+143 \leq 12^{x+2}$; $12^x(1-144) \leq -143$;

$12^x \geq 1$; $x \geq 0$.

б) $\frac{16^x+42}{16^x} \leq 22$; $\frac{42}{16^x} \leq 21$; $16^x \geq 2$; $x \geq \frac{1}{4}$.

в) $\frac{8}{11^x+120} \leq \frac{8}{11^{x+2}}$; $11^x+120 \geq 11^{x+2}$; $11^x(1-121) \geq -120$;

$11^x \leq 1$; $x \leq 0$.

г) $\frac{5^x+15}{5^x} < 4$; $\frac{15}{5^x} < 3$; $5^x > 5$; $x > 1$.

1422. а) $2^{6x-10} - 9 \cdot 2^{3x-5} + 8 \leq 0$; $2^{3x-5} \in [1; 8]$; $3x-5 \in [0; 3]$; $x \in \left[\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right]$.

б) $5^{2x+1} - 5^{x+2} \leq 5^x - 5$; $5^{2x+1} - 5^x(25+1) + 5 \leq 0$;

$$5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 \leq 0; 5^x \in \left[\frac{1}{5}; 5 \right]; x \in [-1; 1].$$

$$b) 3^{8x+6} - 10 \cdot 3^{4x+3} + 9 \geq 0; 3^{4x+3} \leq 1; 4x+0 \leq 0; x \leq -\frac{3}{4}; 3^{4x+3} \geq 9;$$

$$x \geq -\frac{1}{4}; x \in \left(-\infty; -\frac{3}{4} \right] \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty \right).$$

$$r) 3^{2x+2} - 3^{x+4} < 3^x - 9; 3^{2x+2} - 3^x(81+1) + 9 < 0;$$

$$9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 < 0; 3^x \in \left(\frac{1}{9}; 9 \right); x \in (-2; 2).$$

$$1423. a) \begin{cases} 2^{x+1} > 4 \\ 7^{3x-10} < 49 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ 3x-10 < 2 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x > 4 \end{cases}; x \in (1; 4).$$

$$b) \begin{cases} \left(\frac{1}{2} \right)^{4x+2,5} > \sqrt{2} \\ 10^{x^2-1} > 1000 \end{cases}; \begin{cases} -2,5-4x > \frac{1}{2} \\ x^2-1 > 3 \end{cases}; \begin{cases} x < -\frac{3}{4} \\ x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \end{cases};$$

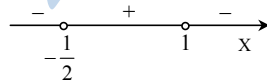
$$x \in (-\infty; -2).$$

$$b) \begin{cases} 0,4^{-x+3} < 0,16 \\ 0,1^{x^2+1} > 0,01 \end{cases}; \begin{cases} -x+3 > 2 \\ x^2+1 < 2 \end{cases}; \begin{cases} x < 1 \\ x \in (-1; 1) \end{cases}; x \in (-1; 1).$$

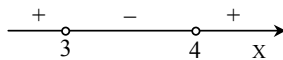
$$r) \begin{cases} \sqrt{5} \cdot 5^{2x-0,5} \geq 1 \\ 0,2^{6-9x} \leq 125 \end{cases}; \begin{cases} 5^{2x} \geq 1 \\ 5^{9x-6} \leq 5^3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \in [0; 1].$$

$$1424. a) (x-6)(5^{x-6} - 25) < 0; x \in (6; 8).$$

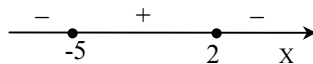
$$b) (2x+1)(3^{3-x} - 9) > 0; x \in \left(-\frac{1}{2}; 1 \right)$$



$$1425. a) (2^x - 8)(3^x - 81) < 0; x \in (3; 4).$$



б) $(3^{x+2} - \frac{1}{27})(5^{3-2x} - \frac{1}{5}) \geq 0; x \in [-5; 2]$.



1426. а) $2,5^{2x+3} \leq 6,25; 2x+3 \leq 2; x \leq -\frac{1}{2}; x = -1$.

б) $(\frac{2}{5})^{7x-9} \geq \frac{8}{125}; 7x-9 \leq 3; x \leq \frac{12}{7}; x = 1$.

в) $1,1^{5x-3} < 1,21; 5x-3 < 2; x < 1; x = 0$.

г) $0,7^{9x+4} > 0,49; 9x+4 < 2; x < -\frac{2}{9}; x = -1$.

1427. а) $5^{x^2-2x} \leq 125; x^2-2x-3 \leq 0; x \in [-1; 3]$.

Ответ: 5.

б) $(\frac{1}{7})^{2x^2-3x} \geq \frac{1}{49}; 2x^2-3x-2 \leq 0; x \in [-\frac{1}{2}; 2]$.

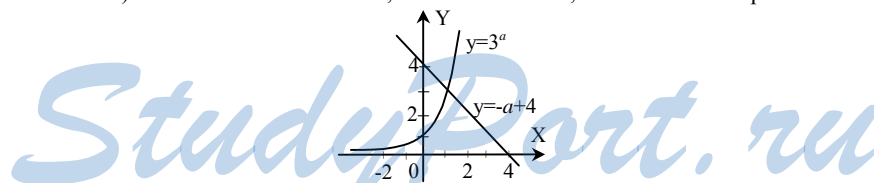
Ответ: 3.

в) $2^{-x^2+8x} > 128; -x^2+8x-7 > 0; x^2-8x+7 < 0; x \in (1; 7)$.

Ответ: 5.

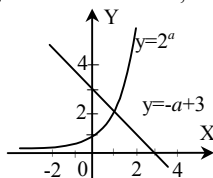
г) $(0,3)^{x^2-x} > 0,09; x^2-x-2 < 0; x \in (-1; 2)$. Ответ: 2.

1428. а) $2x+2-x^2 \geq 3^{x^2-2x+2}; x^2-2x+2 = a; 3^a \leq -a+4$ см.рис.



$a \leq 1; x^2-2x+2 \leq 1; x = 1$.

б) $2^{x^2-4x+5} \geq 4x-2-x^2; x^2-4x+5 = a; 2^a \geq -a+3$ см.рис.



$a \geq 1; x^2-4x+5 \geq 1; x \in \mathbb{R}$.

$$1429. T = \frac{T_0 - T_c}{2^{\frac{t}{10}}} + T_c; 30 = \frac{100 - 20}{2^{\frac{t}{10}}} + 20; 10 \cdot 2^{\frac{t}{10}} = 80; 2^{\frac{t}{10}} = 8;$$

$$\frac{t}{10} = 3; t = 30.$$

Ответ: более получаса.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{T_0 - T_c}{2^{\frac{t}{10}}} + T_c \right) = T_c$$

Физический смысл этого предела состоит в том, что температура чайника с увеличением времени будет все больше опускаться до комнатной, но никогда не опустится станет ниже.

§48. Понятие логарифма

$$1430. \text{ а) } \log_2 8 = 3, 2^3 = 8. \quad \text{ б) } \log_3 \frac{1}{9} = -2, 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{ в) } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4, \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}. \quad \text{ г) } \log_{\frac{1}{5}} 625 = -4, \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625.$$

$$1431. \text{ а) } \log_2 2 = 1, 2^1 = 2. \quad \text{ б) } \log_{\frac{1}{3}} 1 = 0, \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1;$$

$$\text{ в) } \log_{0,1} 0,1 = 1, 0,1^1 = 0,1. \quad \text{ г) } \log_5 1 = 0, 5^0 = 1.$$

$$1432. \text{ а) } \log_4 64 = 3, 4^3 = 64 \quad \text{ б) } \log_2 4\sqrt{2} = 2,5, 2^{\frac{5}{2}} = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{ в) } \log_{0,2} 125 = -3, \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125. \quad \text{ г) } \lg 100\sqrt[5]{10} = 2,2, 10^{2,2} = 100\sqrt[5]{10}.$$

$$1433. \text{ а) } \log_2 2^4 = 4, \text{ б) } \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = -7. \text{ в) } \log_8 8^{-3} = -3, \text{ г) } \log_{0,1} (0,1)^5 = 5.$$

$$1434. \text{ а) } \log_3 \frac{1}{27} = -3. \quad \text{ б) } \log_{0,1} 0,0001 = 4.$$

$$\text{ в) } \lg 0,0001 = -4. \quad \text{ г) } \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4.$$

1435. a) $\log_{\sqrt{7}} 49 = 4$. б) $\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{8} = 5$.
 б) $\log_{\frac{1}{15}} 225\sqrt[3]{15} = -2\frac{1}{3}$. г) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729} = -6$.

1436. a) $\log_{\sqrt{2}} 1 = 0$. б) $\log_{0,5} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 2\frac{1}{2}$.
 б) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3} = 9$. г) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = -\frac{1}{3}$.

1437. a) $3^{\log_3 8} = 8$. б) $4^{\log_4 23} = 23$.
 б) $12^{\log_{12} 1,3} = 1,3$. г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 7} = 7$.

1438. a) $2^{3+\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$. б) $7^{1+\log_7 4} = 7 \cdot 4 = 28$.
 б) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_{\frac{1}{6}} 20} = \frac{1}{36} \cdot 20 = \frac{5}{9}$. г) $(\sqrt{7})^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5} = 49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$.

1439. a) $13^{\log_{13} 4-2} = \frac{4}{169}$. б) $0,5^{\log_{0,5} 4-1} = 2 \cdot 4 = 8$.
 б) $2,2^{\log_{2,2} 5-2} = \left(\frac{5}{11}\right)^2 \cdot 5 = \frac{125}{121}$, г) $10^{\lg 5-0,5} = \frac{5}{\sqrt{10}}$.

1440. a) $8^{2\log_8 3} = 9$. б) $6^{-3\log_6 2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$.
 б) $3^{4\log_3 2} = 2^4 = 16$. г) $5^{-2\log_5 3} = \frac{1}{9}$.

1441. a) $\lg x = 1, x = 10$. б) $\lg x = -2, x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$.
 б) $\lg x = 3, x = 1000$. г) $\lg x = -4, x = \frac{1}{10000}$.

1442. a) $\log_9 x = \frac{1}{2}, x = 3$. б) $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}, x = 0,3^2 = 0,09$.
 б) $\log_8 x = \frac{1}{3}, x = 2$. г) $\log_{0,25} x = \frac{3}{2}, x = 0,5^3 = 0,125$.

1443. a) $\log_4 x = -\frac{1}{2}, x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$. б) $\log_{0,125} x = -\frac{2}{3}, x = 0,5^{-2} = 4$.

$$\text{в) } \log_{32} x = -\frac{4}{5}, x = 2^{-4} = \frac{1}{16}. \quad \text{г) } \log_{0,01} x = -\frac{3}{2},$$

$$x = 0,1^{-3} = 1000.$$

$$1444. \text{ а) } \log_x 4 = 2, x = 2. \quad \text{б) } \log_x 27 = 3, x = 3.$$

$$\text{в) } \log_x 49 = 2, x = 7. \quad \text{г) } \log_x 125 = 3, x = 5.$$

$$1445. \text{ а) } 2^x = 9, x = \log_2 9. \quad \text{б) } 12^x = 7, x = \log_{12} 7.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{3}\right)^x = 4, x = \log_{\frac{1}{3}} 4. \quad \text{г) } (0,2)^x = 5, x = -1.$$

$$1446. \text{ а) } \log_x \frac{1}{27} = -3; x = 3. \quad \text{б) } \log_x 1 = 2, \text{ нет решений.}$$

$$\text{в) } \log_x \frac{1}{16} = -4, x = 2. \quad \text{г) } \log_x 1 = -3, \text{ нет решений.}$$

$$1447. \text{ а) } \log_x 3 = \frac{1}{2}, x = 9. \quad \text{б) } \log_x 4 = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{16}.$$

$$\text{в) } \log_x 7 = \frac{1}{3}, x = 343. \quad \text{г) } \log_x 8 = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{512}.$$

$$1448. \text{ а) } 3^{x+1} = 14, x = \log_3 14 - 1, \quad \text{б) } 4^{5x-4} = 10, x = \frac{1}{5} \log_4 10 + \frac{4}{5}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} = 11; 3-x = \log_{\frac{2}{7}} 11; x = 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11.$$

$$\text{г) } (\sqrt{5})^{8-9x} = 6; 8-9x = \log_{\sqrt{5}} 6; x = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \log_{\sqrt{5}} 6.$$

$$1449. \text{ а) } 2^{x^2+1} = 7; x^2+1 = \log_2 7; x = \pm \sqrt{\log_2 7 - 1}.$$

$$\text{б) } 9^{0,5x^2} = 2; 0,5x^2 = \log_9 2; x = \pm \sqrt{2 \log_9 2}.$$

$$\text{в) } 0,1^{x^2-2} = 3; x^2-2 = \log_{0,1} 3; x = \pm \sqrt{\log_{0,1} 3 + 2}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}x^2+1} = 0,1; \frac{1}{3}x^2+1 = \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{10}; x = \pm \sqrt{3(\log_8 10 - 1)}.$$

$$1450. \text{ а) } 4^x - 5 \cdot 2^x = -6; 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0; 2^x = 2; x = 1; 2^x = 3; x = \log_2 3.$$

$$\text{б) } 16^x = 6 \cdot 4^x - 5; 4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 5 = 0; 4^x = 5; x = \log_4 5; 4^x = 1; x = 0.$$

$$\text{в) } 9^x - 7 \cdot 3^x = -12; 3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12 = 0; 3^x = 4; x = \log_3 4; 3^x = 3; x = 1.$$

$$\text{г) } -9 \cdot 7^x + 14 = -49^x; 7^{2x} - 9 \cdot 7^x + 14 = 0; 7^x = 7; x = 1; 7^x = 2; x = \log_7 2.$$

1451. а) $9^{x+1}+6=189 \cdot 3^{x-2}$; $9 \cdot 3^{2x}-21 \cdot 3^x+6=0$; $3 \cdot 3^{2x}-7 \cdot 3^x+2=0$; $3^x=1/3$;
 $x=-1$; $3^x=2$; $x=\log_3 2$.

б) $25^{x+1}+3=100 \cdot 5^{x-1}$; $25 \cdot 5^{2x}-20 \cdot 5^x+3=0$; $D/4=25$.

$5^x = \frac{10+5}{25} = \frac{3}{5}$; $x = \log_5 \frac{3}{5} = \log_5 3 - 1$; $5^x = \frac{1}{5}$; $x = -1$.

в) $4^{x+1}+5=24 \cdot 2^{x-1}$; $4 \cdot 2^{2x}-12 \cdot 2^x+5=0$; $2^x = \frac{6-4}{4} = \frac{1}{2}$; $x = -1$; $2^x = \frac{5}{2}$; $x = \log_2 5 - 1$.

г) $(\frac{1}{4})^{x+1}+3=(\frac{1}{2})^{x-1}$; $(\frac{1}{2})^{2x}-8 \cdot (\frac{1}{2})^x+12=0$; $(\frac{1}{2})^x=2$;

$x = -1$; $(\frac{1}{2})^x=6$; $x = \log_{\frac{1}{2}} 6$.

1452. а) $2^x \geq 9$; $x \geq \log_2 9$; б) $12^x \leq 7$; $x \leq \log_{12} 7$;

в) $(\frac{1}{3})^x < 4$; $x > \log_{\frac{1}{3}} 4$; г) $(0,2)^x > 5$; $-x > 1$; $x < -1$.

1453. а) $3^{x+1} \leq 14$; $3^x \leq \frac{14}{3}$; $x \leq \log_3 \frac{14}{3} = \log_3 14 - 1$;

б) $5^{5x-4} \geq 10$; $5x-4 \leq \log_5 10$; $x \leq 1 - \frac{1}{5} \log_5 2$;

в) $(\frac{2}{7})^{3-x} > 11$; $3-x < \log_{\frac{2}{7}} 11$; $x > 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11$;

г) $(\sqrt{5})^{8-9x} < 6$; $8-9x < 2 \log_5 6$; $x > \frac{8}{9} - \frac{2}{9} \log_5 6$.

1454. а) $4^x - 5 \cdot 2^x \geq -6$; $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 \geq 0$; $2^x \leq 2$; $2^x \geq 3$; $x \in (-\infty; 1] \cup [\log_2 3; +\infty)$.

б) $16^x \leq 6 \cdot 4^x - 5$; $4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 5 \leq 0$; $4^x \in [1; 5]$; $x \in [0; \log_4 5]$;

в) $9^x - 7 \cdot 3^x < -12$; $3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12 < 0$; $3^x \in (3; 4)$; $x \in (1; \log_3 4)$;

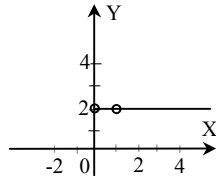
г) $9 \cdot 7^x + 14 > -49^x$; $7^{2x} + 9 \cdot 7^x + 14 > 0$; $7^x \in (-; -7) \cup (-2; +\infty)$; $x \in \mathbb{R}$.

1455. а) $4^x - 2^x + a = a2^x$; $2^{2x} - 2^x(1+a) + a = 0$; $2^x = a$, $2^x = 1$, при $a \leq 0$; $x = 0$;
 при $a > 0$ $x = 0$; $x = \log_2 a$;

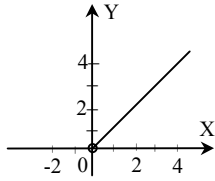
б) $9^x - (2a+1)3^x + a^2 + a - 2 = 0$; $3^{2x} - (2a+1)3^x + a^2 + a - 2 = 0$; $3^x = a+2$, $3^x = a-1$,
 при $a \leq -2$ — решений нет, при $a \in (-2; 1]$: $x = \log_3(a+2)$;

при $a > 1$ $x = \log_3(a+2)$, $x = \log_3(a-1)$.

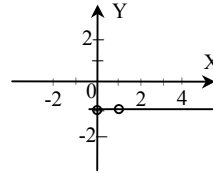
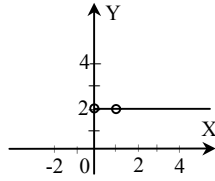
1456. а) $y = \log_x x^2$; $x > 0$, $x \neq 1$; $y = 2$.



$$\text{б) } y = 2^{\log_2 x}$$



$$\text{в) } y = x^{\log_x 2} \quad \text{г) } y = \log_x \frac{1}{x}$$



§ 49. Логарифмическая функция, ее свойства и график

$$1457. \text{ а) } \log_2 4=2; \log_2 8=3; \log_2 16=4;$$

$$\text{б) } \log_2 \frac{1}{2}=-1; \log_2 \frac{1}{4}=-2; \log_2 \frac{1}{16}=-4;$$

$$\text{в) } \log_2 32=5; \log_2 128=7; \log_2 2=1;$$

$$\text{г) } \log_2 \frac{1}{8}=-3; \log_2 \frac{1}{32}=-5; \log_2 \frac{1}{128}=-7.$$

$$1458. \text{ а) } \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}; \log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2};$$

$$\text{б) } \log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}; \log_2 16 \sqrt{128} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2};$$

$$\text{г) } \log_2 \frac{4}{\sqrt{32}} = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}; \log_2 \frac{2}{\sqrt{128}} = 1 - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}.$$

$$1459. \text{ а) } \log_1 \frac{1}{49} = 2;$$

$$\text{б) } \log_3 \sqrt{27} = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \log_{0,1} 0,0001 = 3;$$

$$\text{г) } \log_{0,2} 625 = -4.$$

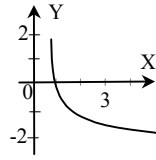
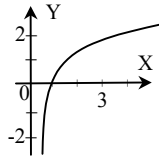
$$1460. \text{ а) } \log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt{5}}{125} = -\frac{1}{2} \log_5 5 + \log_5 125 = -\frac{1}{2} + 3 = 2,5;$$

$$\text{б) } \log_6 \frac{36}{56} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \log_{0,2} \frac{25}{\sqrt{5}} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2};$$

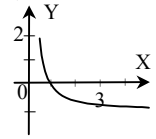
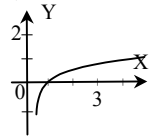
$$\text{г) } \log_{0,1} 10 \sqrt{1000} = -(\log_{10} 100 + \log_{10} \sqrt{10}) = -2,5.$$

$$1461. \text{ а) б)}$$

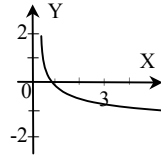
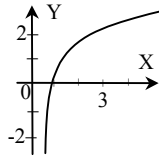


в)

г)

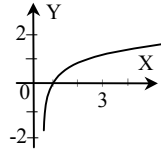
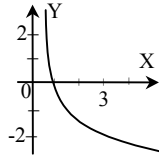


1462. а) б)

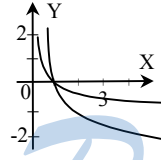
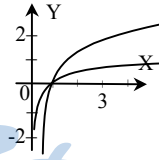


в)

г)

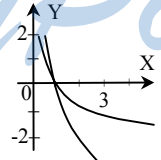
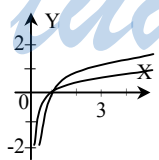


1463. а) б)



в)

г)



1464. а) $\log_4 7 < \log_4 23$, так как основание $4 > 1$ и $7 < 23$;

б) $\log_{2/3} 0,8 > \log_{2/3} 1$, так как основание $2/3 < 1$ и $0,8 < 1$;

в) $\log_9 \sqrt{15} < \log_9 13$;

г) $\log_{1/12} \frac{1}{7} > \log_{1/12} \frac{2}{3}$.

1465. а) $\log_3 41 > \log_3 27 = 3 > 1$;

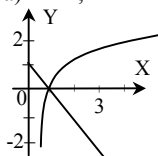
б) $\log_{2,3} 0,1 < 1$;

1474. а) $\log_x 16 = 2$; $x = 4$; б) $\log_x \frac{1}{8} = -3$; $x = 2$;

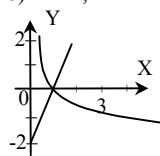
в) $\log_x \sqrt{3} = -1$; $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

г) $\log_x 9 = \frac{1}{2}$; $x = 81$.

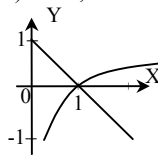
1475. а) $x = 1$;



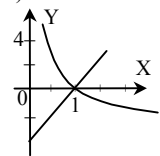
б) $x = 1$;



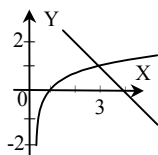
в) $x = 1$;



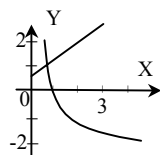
г) $x = 1$.



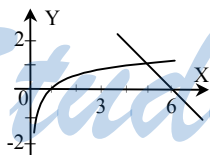
1476. а) $x = 3$;



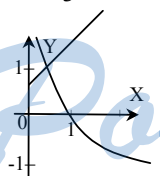
б) $x = \frac{1}{2}$;



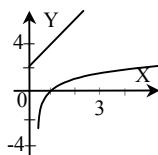
в) $x = 5$;



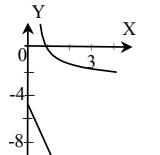
г) $x = \frac{1}{3}$.



1477. а) решений нет;

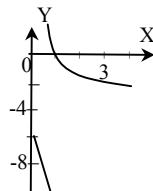
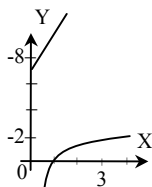


б) решений нет;



в) решений нет;

г) решений нет.



1478. a) $\log_6 x \geq 2, x \geq 36$;

б) $\log_{0,1} x > 3, x < 0,001$;

в) $\log_9 x \leq \frac{1}{2}, x \leq 3$;

г) $\log_{4/5} x < 3, x > \frac{64}{125}$.

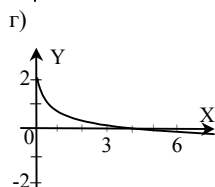
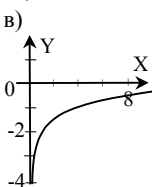
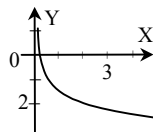
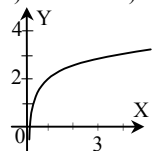
1479. a) $\log_9 x \leq -1, x \leq \frac{1}{9}$;

б) $\log_{1/3} x < -4, x > 81$;

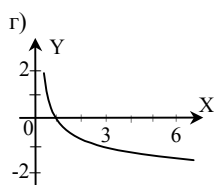
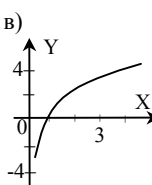
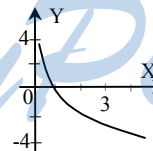
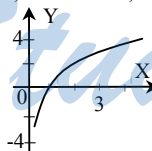
в) $\log_5 x \geq -2, x \geq \frac{1}{25}$;

г) $\log_{0,2} x > -3, x < 125$.

1480. a) б)

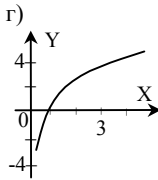
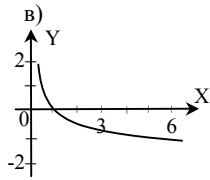
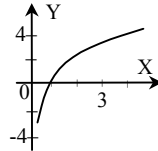
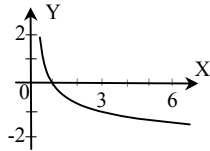


1481. a) б)

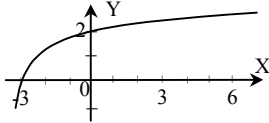


1482. a)

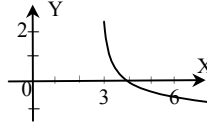
б)



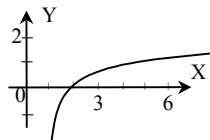
1483. a)



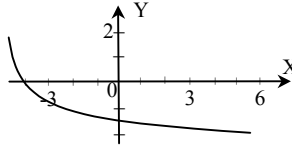
б)



в)



г)



1484. a) $y = \log_6(4x-1)$; $4x-1 > 0$; $x > 1/4$;

б) $\log_{1/9}(7-2x) = y$; $7-2y > 0$; $x < 7/2$;

в) $\log_9(8x+9) = y$; $8x+9 > 0$; $x > -(9/8)$;

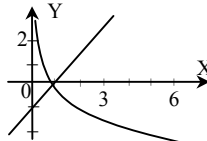
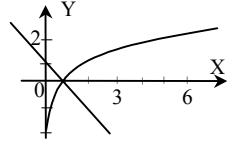
г) $\log_{0,3}(2-3x) = y$; $2-3x > 0$; $x < \frac{2}{3}$.

1485. a) $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 3,7$;

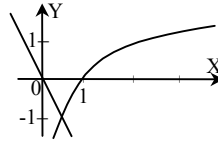
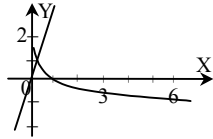
б) $\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$.

1486. a) $y = \log_2 x$, $y = -x+1$, $x > 1$;

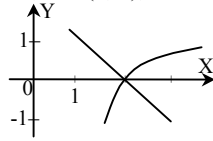
б) $y = \log_{0,5} x$, $y = x-1$, $x \in (0; 1)$;



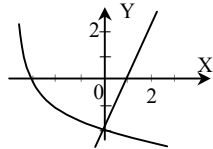
в) $y = \log_{1/7} x, y = 7x, x \in (0; \frac{1}{7})$; г) $y = \log_3 x, y = -3x, x > \frac{1}{3}$.



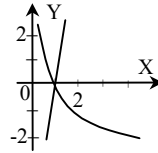
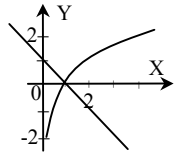
1487. а) $y = \log_4(x-1), y = -x+2, x \in (1; 2)$;



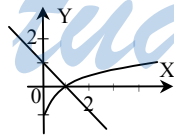
б) $y = \log_{1/2}(x+4), y = 3x-2, x > 0$.



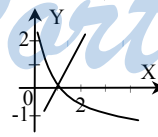
1488. а) $\log_2 x \geq -x+1, x \geq 1$; б) $\log_{3/7} x > 4x-4, x \in (0; 1)$;



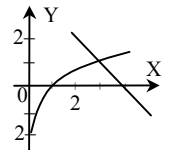
в) $\log_9 x \leq -x+1, x \in (0; 1]$;



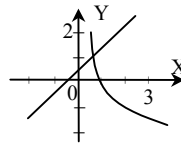
г) $y = \log_{1/3} x < 2x-2, x > 1$.



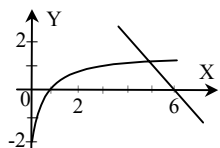
1489. а) $\log_3 x < 4-x, x \in (0; 3]$;



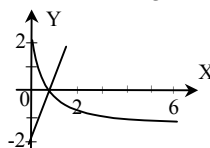
б) $\log_{1/2} x < x + \frac{1}{2}, x > \frac{1}{2}$;



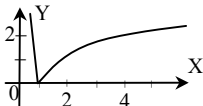
в) $\log_5 x \geq 6 - x, x \geq 5$;



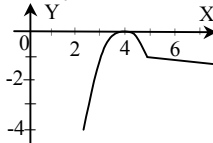
г) $\log_{1/3} x > x + \frac{2}{3}, 0 < x < \frac{1}{3}$.



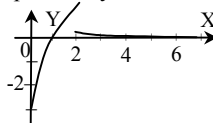
1490. а) при $x < 1$ убывает, при $x \geq 1$ возрастает.



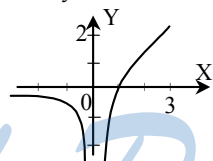
б) при $x < 4$ возрастает, при $x \geq 4$ убывает.



в) при $0 < x < 2$ возрастает, при $x \geq 2$ убывает.



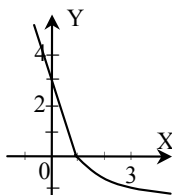
г) при $x > 0$ возрастает, при $x < 0$ убывает.



1491. $f(x) = \begin{cases} -3x + 3, & x \leq 1 \\ \log_{1/3} x, & x > 1 \end{cases}$

а) $f(-8)=27, f(0)=3, f(9)=-2, f(-6)=21, f(3)=-1$;

б) функция убывает на $x \in \mathbb{R}$.



1492. а) $y = \log_5(x^2 - 5x + 6)$, $x^2 - 5x + 6 > 0$, $x < 2$, $x > 3$;
 б) $y = \log_{2/3}(-x^2 - 5x + 14)$, $x^2 + 5x - 14 < 0$, $x \in (-7; 2)$;
 в) $y = \log_9(x^2 - 13x + 12)$, $x^2 - 13x + 12 > 0$, $x < 1$, $x > 12$;
 г) $y = \log_{0,2}(-x^2 + 8x + 9)$, $x^2 - 8x - 9 < 0$, $x \in (-1; 9)$.

1493. а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$, $y \in \mathbb{R}$; б) $y = -22 \log_7 x$, $y \in \mathbb{R}$;
 в) $y = -\log_{1/10} x$, $y \in \mathbb{R}$; г) $y = 12 \log_{1/3} x$, $y \in \mathbb{R}$.

1494. $f(x) = \log_2 x$
 а) $f(2^x) = \log_2 2^x = x \log_2 2 = x$;
 б) $f(4^x) + f(8^x) = \log_2 4^x + \log_2 8^x = 2x + 3x = 5x$.

§ 50. Свойства логарифмов

1495. а) $\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6 = 1$; б) $\log_{15} 3 + \log_{15} 5 = \log_{15} 15 = 1$;
 в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 = \log_{26} 26 = 1$; г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 3 = \log_{12} 12 = 1$.
 1496. а) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$; б) $\lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$;
 в) $\log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 16 = 2$; г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2$.

1497. а) $\log_{144} 3 + \log_{144} 4 = \log_{144} 12 = \frac{1}{2}$;

б) $\lg 40 + \lg 25 = \lg 1000 = 3$;

в) $\log_{216} 2 + \log_{216} 3 = \log_{216} 6 = \frac{1}{3}$;

г) $\lg 2 + \lg 500 = \lg 1000 = 3$.

1498. а) $\log_{1/8} 4 + \log_{1/8} 2 = \log_{1/8} 8 = -1$;

б) $\log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} = \log_8 \frac{1}{8} = -1$;

в) $\log_{1/12} 4 + \log_{1/12} 36 = \log_{1/12} 144 = -2$;

г) $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72} = \log_{12} 1/144 = -2$;

1499. а) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} = \log_3 9 = 2$; б) $\log_2 15 - \log_2 30 = \log_2 \frac{1}{2} = -1$;

в) $\log_{1/2} 28 - \log_{1/2} 7 = \log_{1/2} 4 = -2$; г) $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8 = \log_{0,2} 5 = -1$.

1500. а) $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 1$;

б) $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -1$;

в) $\log_{2/3} 32 - \log_{2/3} 243 = \log_{2/3} \frac{32}{243} = 5;$

г) $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03 = \log_{0,1} 0,1 = 1.$

1501. а) $\log_{\sqrt{2}} 2 = 2;$ б) $\log_{3\sqrt{2}} 18 = 2.$

1502. а) $\log_{1/2} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 5/2;$ б) $\log \frac{1}{100\sqrt{10}} = -5/2.$

1503. а) $(3\lg 2 - \lg 24) : (\lg 3 + \lg 27) = \lg \frac{1}{3} : \lg 81 = \lg 3^{-1} : \lg 3^4 = \frac{-\lg 3}{4\lg 3} = -\frac{1}{4}.$

б) $(\log_3 2 + 3 \log_3 0,25) : (\log_3 28 - \log_3 7) =$
 $= \log_3 (2 \cdot \frac{1}{4^3}) : \log_3 4 = \frac{\log_3 2^{-5}}{\log_3 2^2} = -\frac{5}{2}.$

1504. а) $\sqrt{5} (\log_3 36 - \log_3 4 + 5^{\log_5 8})^{0,5\lg 5} = \sqrt{5} (2+8)^{0,5\lg 5} = \sqrt{5} \sqrt{5} = 5;$

б) $\frac{2}{11} (\log_{12} 3 + \log_{12} 4 + 7^{\log_7 4})^{2\log_5 11} = (1+4)^{2\log_5 11} = \frac{2}{11} \cdot 11^2 = 22.$

1505. а) $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}} = \sqrt[3]{36 - 9} = \sqrt[3]{27} = 3;$

б) $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} = \sqrt[4]{25 - 9} = 2.$

1506. а) $\log_3 4\sqrt[3]{9}; \log_3 4 \log_3 3^{\frac{2}{3}}; 4\sqrt{3} \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3}; 3 \frac{3^{\frac{2}{3}}}{3} > 3^2 > 4 \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9};$

б) $\log_{0,5} 3\sqrt{\sin 3}; 3 \cap 0,5^{\sin 3},$ т. к. $|\sin x| \leq 1 \Rightarrow 0,5^{\sin 3} < 3 \Rightarrow \log_{0,5} 3 < \sin 3;$

в) $\log_2 5\sqrt[3]{7}; \log_2 5 > \log_2 4 = 2; \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7};$

г) $\lg 0,2\sqrt{\cos 0,2}; \lg 2 - 1 < \cos 0,2; \lg 2 - 1 < 0, \text{ а } \cos(0,2) > 0 \Rightarrow \lg 0,2 < \cos 0,2.$

1507. а) $\log_3 2 = c; \log_3 8 = 3\log_3 2 = 3c;$

б) $\log_{0,5} 3 = a; \log_{0,5} 81 = 4\log_{0,5} 3 = 4a.$

1508. а) $\log_5 2 = a; \log_5 10 = \log_5 5 \cdot 2 = 1 + \log_5 2 = 1 + a;$

б) $\log_4 6 = m; \log_4 24 = 1 + \log_4 4 = 1 + m.$

1509. а) $\log_6 42 = b; \log_6 42 = 1 + \log_6 7 = b; \log_6 7 = b - 1;$

б) $\log_7 35 = n; \log_7 35 = \log_7 5 + 1 = n; \log_7 5 = n - 1.$

1510. $\log_{1/3} 7 = d; \log_{1/3} \frac{1}{49} = -2 \log_{1/3} 7 = -2d.$

1511. а) $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9; \log_2 x = \log_2 8; x = 8;$

б) $\log_4 x = \log_4 2\sqrt{2} + \log_4 8\sqrt{8}; \log_4 x = \log_4 16\sqrt{16}; x = 64;$

в) $\log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98; \log_7 x = \log_7 \frac{1}{7}; x = \frac{1}{7};$

$$\text{r) } \lg x = \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}; \lg x = \lg \frac{1}{1000}; x = \frac{1}{1000}.$$

$$\mathbf{1512. a) } \log_{1/2} x = \log_{1/2} 19 - \log_{1/2} 38 + \log_{1/2} 3;$$

$$\log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{57}{38} = \log_{1/2} \frac{3}{2}; x = \frac{3}{2};$$

$$\text{б) } \log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31; \log_{0,2} x = \log_{0,2} 12; x = 12;$$

$$\text{в) } \log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5; \log_{\sqrt{7}} x = \log_{\sqrt{7}} (16 \cdot \frac{5}{2}); x = 40;$$

$$\text{r) } \log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{7}{9} + \log_{1/3} 21 - 2 \log_{1/3} 7; \log_{1/3} x = \log_{1/3} (\frac{1}{3}); x = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{1513. a) } \lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8; \lg x = \lg (\frac{49 \cdot 8}{27}); x = \frac{392}{27};$$

$$\text{б) } \lg x = 2 \lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2} \lg 9; \lg x = \lg (3 \cdot 6); x = 18;$$

$$\text{в) } \lg x = \frac{1}{2} \lg 3 + \frac{2}{3} \lg 5 - \frac{1}{3} \lg 4; \lg x = \lg \frac{\sqrt{3} \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}}; x = \sqrt{3} \sqrt[3]{\frac{25}{4}};$$

$$\text{r) } \lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25; \lg x = \lg \sqrt{5}; x = \sqrt{5}.$$

$$\mathbf{1514. a) } \log_{0,3} x = \log_{0,3} a - 2 \log_{0,3} b; \log_{0,3} x = \log_{0,3} \frac{a}{b^2}; x = \frac{a}{b^2};$$

$$\text{б) } \log_{2,3} x = 4 \log_{2,3} c - 3 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{c^4}{b^3}; x = \frac{c^4}{b^3};$$

$$\text{в) } \log_{1/2} x = 6 \log_{1/2} b - \log_{1/2} c; \log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{b^6}{c}; x = \frac{b^6}{c};$$

$$\text{r) } \log_{2,3} x = -2 \log_{2,3} a - 5 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{1}{a^2 b^5}; x = \frac{1}{a^2 b^5}.$$

$$\mathbf{1515. a) } \log_2 x = 2 \log_2 a - \log_2 b + \log_2 c; \log_2 x = \log_2 \frac{a^2 c}{b}; x = \frac{a^2 c}{b}.$$

$$\text{б) } \log_{2/3} x = 4 \log_{2/3} b + 2 \log_{2/3} a - \log_{2/3} c; \log_{2/3} x = \log_{2/3} \frac{b^4 a^2}{c}; x = \frac{b^4 a^2}{c}.$$

$$\text{в) } \log_5 x = \log_5 c - 2 \log_5 b + \log_5 a; \log_5 x = \log_5 \frac{ac}{b^2}; x = \frac{ac}{b^2}.$$

$$\text{r) } \log_{1/7} x = 3 \log_{1/7} a - 4 \log_{1/7} c + \log_{1/7} b; \log_{1/7} x = \log_{1/7} \frac{a^3 b}{c^4}; x = \frac{a^3 b}{c^4}.$$

1516. a) $\log_2 4 \cdot \log_3 27 = 2 \cdot 3 = 6$; б) $\log_5 125 : \log_4 16 = 3 : 2 = 3/2$;
 в) $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09 = 2 \cdot 2 = 4$; г) $\lg 1000 : \lg 100 = \frac{3}{2}$.

1517. а) $\log_{1/2} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4} = -2 \cdot 2 / (-1) = 4$;
 б) $\log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{3} : \log_{1/7} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5} = 3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2}$;
 в) $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125 = 4 : (-1) \cdot 3 = -12$;
 г) $\log_{\sqrt{5}} 5 \sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10 \sqrt{0,1} = 3 \cdot \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3$.

1518. а) $\log_{1/2} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2} = (-4) \cdot (\frac{1}{3} \cdot -2) : 2 = \frac{10}{3}$;
 б) $\log_{1/3} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{\log_7 2} = (-2) \cdot (\frac{1}{3} \cdot -3) : 2 = \frac{8}{3}$;
 в) $\log_3 27 : \log_{1/2} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49} = 3 : (-2) \cdot \frac{2}{3} = -1$;
 г) $\log_6 \frac{1}{6\sqrt{216}} \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10 \sqrt{0,1} = (\frac{4}{3}) \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$.

1519. а) $2^{2+\log_2 5} = 4 \cdot 5 = 20$; б) $5^{\log_5 16-1} = \frac{16}{5}$;
 в) $3^{1+\log_3 8} = 3 \cdot 8 = 24$; г) $8^{\log_8 3-2} = \frac{3}{64}$.

1520. а) $2^{3\log_2 4} = 64$; б) $(\frac{1}{2})^{2\log_{1/2} 7} = 49$;
 в) $5^{2\log_5 3} = 9$; г) $(0,3)^{3\log_{0,3} 6} = 216$.

1521. а) $8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27$; б) $(\frac{1}{9})^{\log_{1/3} 13} = (\frac{1}{3})^{\log_{1/3} 169} = 169$;
 в) $25^{\log_5 3} = 5^{2\log_5 3} = 9$; г) $(\frac{1}{16})^{\log_{1/2} 5} = (\frac{1}{2})^{4\log_{1/2} 5} = 5^4 = 625$.

1522. а) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5} = \frac{2\log_7 5}{\log_7 5} = 2$; б) $\frac{\log_{1/2} 9}{\log_{1/2} 27} = \frac{2}{3}$;
 в) $\frac{\log_4 36}{\log_4 6} = 2$; г) $\frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64} = \frac{5}{6}$.

1523. а) $\log_7 4 + \log_7 8 \sqrt{\log_7(4+8)}$; $\log_7 32 > \log_7 12$;
 б) $\log_{0,5} 12 - \log_{0,5} 2 \sqrt{\log_{0,5} 12 - 2}$; $\log_{0,5} 6 \geq \log_{0,5} 10$;
 в) $\log_{1/3} 16 + \log_{1/3} 4 \sqrt{\log_{1/3} (16+4)}$; $\log_{1/3} 64 < \log_{1/3} 20$;
 г) $\log_{\sqrt{3}} 15 - \log_{\sqrt{3}} 4 \sqrt{\log_{\sqrt{3}} (15-4)}$; $\log_{\sqrt{3}} \frac{15}{4} < \log_{\sqrt{3}} 11$.

1524. $y = ab^2$; $\log_c y = \log_c(ab^2) = \log_c a + 2\log_c b$.

1525. $x = \frac{ab^2}{c}$; $\log_n x = \log_n \frac{ab^2}{c} = \log_n a + 2\log_n b - \log_n c$.

1526. $x = \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}}$; $\log_n x = \log_n \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}} = 2\log_n a + 3\log_n c - \frac{1}{2} \log_n b$.

1527. а) $\log_2 16a^2 b^3 = 4 + 2\log_2 a + 3\log_2 b$;

б) $\log_2(1/8a(\sqrt{b})^7) = -3 + \log_2 a + \frac{7}{2} \log_2 b$;

в) $\log_2 48a \sqrt{a} b^4 = 4 + \log_2 3 + \frac{3}{2} \log_2 a + 4 \log_2 b$;

г) $\log_2 \frac{b^3}{4a^5} = 3 \log_2 b - 2 - 5 \log_2 a$.

1528. а) $\log_5 \frac{125a^4}{b^4} = 3 + 4 \log_5 a - 4 \log_5 b$;

б) $\log_5 \frac{625(\sqrt{ab})^3}{c^{1/2}} = 4 + \frac{3}{2} \log_5 a + 3 \log_5 b - \frac{1}{2} \log_5 c$;

в) $\log_5 \frac{25\sqrt{5}a^6 b^7}{c^3} = 2,5 + 6 \log_5 a + 7 \log_5 b - 3 \log_5 c$;

г) $\log_5 \left(\frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}} \right)^{-3} = \log_5 \frac{b^{6/5}}{a^{18}} = \frac{6}{5} \log_5 b - 18 \log_5 a$.

1529. а) $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$; $\log_4 x = \log_4 14$; $x = 14$;

б) $\log_{1/3} x - \log_{1/3} 7 = \log_{1/3} 4$; $\log_{1/3} x = \log_{1/3} 28$; $x = 28$;

в) $\log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6$; $\log_9 x = \log_9 30$; $x = 30$;

г) $\log_{1/4} x - \log_{1/4} 9 = \log_{1/4} 5$; $\log_{1/4} x = \log_{1/4} 45$; $x = 45$.

1530. а) $\log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24$; $\log_6 x = \log_6 2$; $x = 2$;

б) $\log_{0,5} 3 + \log_{0,5} x = \log_{0,5} 12$; $\log_{0,5} x = \log_{0,5} 4$; $x = 4$;

в) $\log_5 13 + \log_5 x = \log_5 39$; $\log_5 x = \log_5 3$; $x = 3$;

г) $\log_{1/3} 8 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 4$; $\log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$.

1531. а) $\log_2 3x = \log_2 4 + \log_2 6$; $\log_2 3x = \log_2 24$; $x = 8$;

$$\text{б) } \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 6 + \log_{\sqrt{3}} 2; \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 12; x=24;$$

$$\text{в) } \log_4 5x = \log_4 35 - \log_4 7; \log_4 5x = \log_4 5; x=1;$$

$$\text{г) } \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{3}\right) = \log_{\sqrt{2}} 15 - \log_{\sqrt{2}} 6; \log_{\sqrt{2}} \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{2}} \frac{5}{2}; x = \frac{15}{2}.$$

$$\mathbf{1532.} \text{ а) } \lg(9 \cdot 10^2) = \lg 9 + 2; \quad \text{б) } \lg(9 \cdot 10^{-3}) = \lg 9 - 3;$$

$$\text{в) } \lg(9 \cdot 10^4) = \lg 9 + 4; \quad \text{г) } \lg(9 \cdot 10^{-5}) = \lg 9 - 5.$$

$$\mathbf{1533.} \text{ а) } \lg(\lg 50) = \lg(1 + \lg 5) \approx \lg(1,7);$$

б) $\lg(\lg(0,005)) = \lg(\lg 5 - 3)$, т. к. $\lg 5 - 3 < 0$, то это не удовлетворяет ОДЗ;

$$\text{в) } \lg(\lg 5000) = \lg(3 + \lg 5) \approx \lg(3,7);$$

г) $\lg(\lg(0,00005))$, т. к. $\lg 0,00005 < 0$, то это не удовлетворяет ОДЗ.

$$\mathbf{1534.} \text{ а) } \log_{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{8} + \log_{\sqrt{2}} 2 \cos \frac{\pi}{8} = \log_{\sqrt{2}} \left(2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}\right) = \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= 1 - 2 = -1;$$

$$\text{б) } \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6}\right) + \log_{1/2} \left(\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \log_{1/2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6}\right) = \log_{1/2} \cos \frac{\pi}{3} = \log_{1/2} 1/2 = 1;$$

$$\text{в) } \log_{1/2} 2 \sin \frac{\pi}{12} + \log_{1/2} \cos \frac{\pi}{12} = \log_{1/2} \sin \frac{\pi}{6} = 1;$$

$$\text{г) } \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right) =$$

$$= \log_{\sqrt{3}/2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}\right) = \log_{\sqrt{3}/2} \cos \frac{\pi}{6} = 1.$$

$$\mathbf{1535.} \text{ а) } \log_3 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} - \log_3 (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}) = \log_3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 0;$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{19} + \log_{\sqrt{3}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{19} = \log_{\sqrt{3}} 1 = 0;$$

$$\text{в) } \log_{1/3} 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \log_{1/3} (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6})^{-1} = \log_{1/3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{г) } \log_{1/2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \log_{1/2} \operatorname{tg} \frac{5}{14} \pi = \log_{1/2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \log_{1/2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} = \log_{1/2} 1 = 0.$$

$$\mathbf{1536.} \text{ а) } 36^{1/2 \log_6 18} = 6^{\log_6 18} = 18; \quad \text{б) } 64^{1/4 \log_8 25} = 8^{\log_8 5} = 5;$$

$$\text{в) } 121^{1/2 \log_{11} 35} = 11^{\log_{11} 35} = 35; \quad \text{г) } 25^{1/4 \log_5 9} = 5^{\log_5 3} = 3.$$

$$\mathbf{1537.} \text{ а) } \left(\frac{1}{4}\right)^{1+1/2 \log_{1/2} 14} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/2} 14} = \frac{7}{2};$$

$$6) 25^{1-1/2\log_5 11} = 25 \cdot 5^{\log_5 \frac{1}{11}} = \frac{25}{11};$$

$$B) \left(\frac{1}{9}\right)^{1+1/2\log_3 18} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 18} = 2; \quad r) 49^{1-1/2\log_7 14} = 49 \cdot 7^{\log_7 \frac{1}{14}} = \frac{7}{2}.$$

$$1538. a) \frac{\frac{1}{2}\log_3 64 - 2\log_3 2}{\log_3 2} = \frac{3\log_3 2 - 2\log_3 2}{\log_3 2} = 1;$$

$$6) \frac{\log_6 12 + 2\log_6 2}{\frac{1}{3}\log_6 27 + 4\log_6 2} = \frac{\log_6 48}{\log_6 48} = 1;$$

$$B) \frac{2\log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4} = \frac{\log_{0,5} 4\sqrt{10}}{\log_{0,5} 4\sqrt{10}} = 1;$$

$$r) \frac{\log_{0,3} 16}{\log_{0,3} 15 - \log_{0,3} 30} = \frac{4\log_{0,3} 2}{-\log_{0,3} 2} = -4.$$

$$1539. a) \log_3 4\sqrt[4]{2}; 4\sqrt[4]{2};$$

$$3^{\sqrt[4]{2}} < 3^{1,2} = 3^{\frac{6}{5}}; 4^5 \sqrt[6]{3}; 1024 > 729; \log_3 4 > \sqrt[4]{2};$$

$$6) \log_2 3\sqrt[3]{7}; 3\sqrt[3]{7}; 2^{\sqrt[3]{7}} > 2^{2,5} = 2^{\frac{5}{2}}; 3^2 \sqrt[5]{2}; 9 < 32; \log_2 3 < \sqrt[3]{7}.$$

$$1540. a) \log_x 8 - \log_x 2 = 2; \log_x 4 = 2; x^2 = 4; x = 2;$$

$$6) \log_x 2 + \log_x 8 = 4; \log_x 2(3+1) = 4; \log_x 2 = 1; x = 2;$$

$$B) \log_x 3 + \log_x 9 = 3; \log_x 3(1+2) = 3; \log_x 3 = 1; x = 3;$$

$$r) \log_x \sqrt{5} + \log_x (25\sqrt{5}) = 3; \log_x \sqrt{5} + \log_x \sqrt{5} + 4 \log_x \sqrt{5} = 3;$$

$$\log_x \sqrt{5} = 1/2; x = 5.$$

$$1541. \log_3 2 = a; \log_3 5 = b;$$

$$a) \log_3 10 = \log_3 2 + \log_3 5 = a + b;$$

$$B) \log_3 50 = 2 \log_3 5 + \log_3 2 = a + 2b;$$

$$r) \log_3 200 = \log_3 2 + \log_3 2 + 2 \log_3 5 + \log_3 2 = 3a + 2b.$$

$$1542. \log_5 3 = m; \log_5 2 = n;$$

$$a) \log_5 6 = \log_5 3 + \log_5 2 = m + n;$$

$$\log_5 2 = 2m + n;$$

$$B) \log_5 24 = \log_5 3 + 3 \log_5 2 = m + 3n;$$

$$r) \log_5 72 = 2 \log_5 3 + 3 \log_5 2 = 2m + 3n.$$

$$1543. \log_{1/2} 7 = c; \log_{1/2} 3 = a;$$

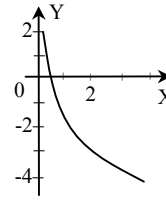
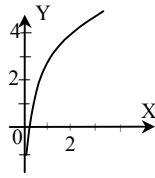
$$a) \log_{1/2} 21 = \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 7 = a + c;$$

$$6) \log_{1/2} \frac{1}{42} = -\log_{1/2} 7 - \log_{1/2} 3 + 1 = 1 - a - c;$$

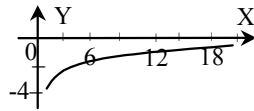
b) $\log_{1/2} 147 = 2 \log_{1/2} 7 + \log_{1/2} 3 = 2c + a;$

г) $\log_{1/2} \frac{49}{\sqrt{3}} = 2 \log_{1/2} 7 - \frac{1}{2} \log_{1/2} 3 = 2c - \frac{1}{2} a.$

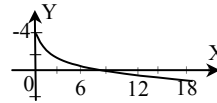
1544. a) б)



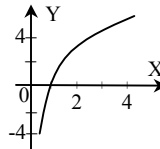
b)



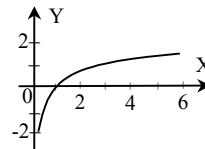
г)



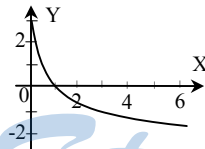
1545. a)



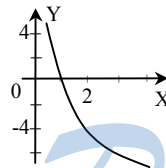
б)



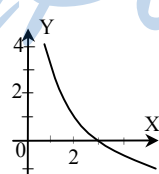
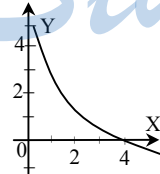
b)



г)

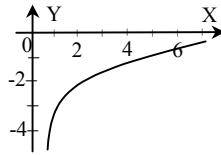
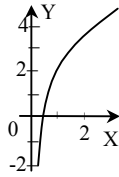


1546. a) б)



b)

г)



§ 51. Логарифмические уравнения

1547. а) $\log_2 x = 3$; $x = 8$; б) $\log_2 x = -2$ $x = \frac{1}{4}$;

в) $\log_2 x = \frac{1}{2}$; $x = \sqrt{2}$; г) $\log_2 x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1548. а) $\log_5 x = 2$; $x = 25$; б) $\log_{1/3} x = -1$; $x = 3$;

в) $\log_{0,2} x = 4$; $x = \frac{1}{625}$; г) $\log_7 x = \frac{1}{3}$; $x = \sqrt[3]{7} \cdot \frac{\log_3 2}{\log_3 2}$.

1549. а) $\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x-6 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 2 \\ x > 1,5 \end{cases} \Rightarrow x > 2$;

$3x-6=2x-3$; $x=3$;

б) $\log_6(14-4x) = \log_6(2x+2)$; $14-4x=2x+2$; $6x=12$; $x=2$;

в) $\log_{1/6}(7x-9) = \log_{1/6} x$; ОДЗ: $\begin{cases} 14-4x-6 > 0 \\ 2x+2 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x < 3,5 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-1; 3,5)$

$7x-9=x$; $x=3/2$;

г) $\log_{0,2}(12x+8) = \log_{0,2}(11x+7)$; ОДЗ: $\begin{cases} 7x-9 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 9/7$; $12x+8=11x+7$;

$x=-1$, не проходит по ОДЗ.

1550. а) $\log_3(x^2+6) = \log_3 5x$. ОДЗ: $\begin{cases} x^2+6 > 0 \\ 5x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$; $x^2-5x+6=0$; $x=3$, $x=2$;

б) $\log_{1/2}(7x^2-200) = \log_{1/2} 50x$; ОДЗ: $x > \sqrt{\frac{200}{7}}$;

$7x^2-50x-200=0$; $\frac{D}{4} = 625+1400=45^2$; $x = \frac{25-45}{7}$ не подходит, $x=10$;

в) $\lg(x^2-6) = \lg(8+5x)$; ОДЗ: ОДЗ: $\begin{cases} |x| + \sqrt{6} > 0 \\ x > -\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x > \sqrt{6}$; $x^2-5x-14=0$;

$x=-2$ не подходит; $x=7$.

$$\text{г) } \lg(x^2-8)=\lg(2-9x); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} |x| > \sqrt{8} \\ x < \frac{2}{9} \end{cases}; x < -\sqrt{8}; x^2+9x-10=0; x=1 \text{ не подходит,}$$

$x=-10$.

$$\mathbf{1551. а) } \log_{0,1}(x^2+4x-20)=0; \text{ ОДЗ: } x^2+4x-20 > 0; \begin{cases} x < -2-2\sqrt{6} \\ x > -2+2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$x^2+4x-20=1; x^2+4x-21=0; x=-7, x=3;$$

$$\text{б) } \log_{1/3}(x^2-10x+10)=0; \text{ ОДЗ: } x^2-10x+10=0; \begin{cases} x < 5-\sqrt{15} \\ x > 5+\sqrt{15} \end{cases}; x^2-10x+10=1;$$

$$x^2-10x+9=0; x=9, x=1;$$

$$\text{в) } \log_7(x^2-12x+36)=0; \text{ ОДЗ: } x^2-12x+36 > 0; \forall x \neq 6; x^2-12x+36=1;$$

$$x^2-12x+35=0; x=7, x=5;$$

$$\text{г) } \log_{12}(x^2-8x+16)=0; \text{ ОДЗ: } x^2-8x+16 > 0; \forall x \neq 4; x^2-8x+16=1;$$

$$x^2-8x+15=0; x=3, x=5.$$

$$\mathbf{1552. а) } \log_3(x^2-11x+27)=2;$$

$$\text{ОДЗ: } x^2-11x+27=0; \begin{cases} x < \frac{11-2\sqrt{3}}{2} \\ x > \frac{11+2\sqrt{3}}{2} \end{cases}; x^2-11x+27=9; x^2-11x+18=0; x=9, x=2;$$

$$\text{б) } \log_{1/7}(x^2+x-5)=-1; \text{ ОДЗ: } x^2+x-5 > 0; \begin{cases} x < \frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ x > \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}; x^2+x-5=7;$$

$$x^2+x-12=0; x=-4, x=3;$$

$$\text{в) } \log_2(x^2-3x-10)=3; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1 > 0; \begin{cases} x > 5 \\ x < -2 \end{cases}; x^2-3x-10=8;$$

$$x^2-3x-18=0; x=6, x=-3;$$

$$\text{г) } \log_{1/3}(x^2+3x-1)=-2; \text{ ОДЗ: } x^2+3x-1 > 0; \begin{cases} x < \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \\ x > \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$x^2+3x-1=9; x^2+3x-10=0; x=-5, x=2.$$

$$\mathbf{1553. а) } \log_2(x^2+7x-5)=\log_2(4x-1);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+7x-5 > 0; \\ 4x-1 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{-7-\sqrt{69}}{2} \\ x > \frac{-7+\sqrt{69}}{2} \\ x > 1/4 \end{cases} \Rightarrow x > \frac{-7+\sqrt{69}}{2} \quad x^2+7x-5=4x-1;$$

$$x^2+3x-4=0; x=-4 \text{ не подходит, } x=1;$$

$$\text{б) } \log_{0,3}(-x^2+5x+7)=\log_{0,3}(10x-7); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} -x^2+5x+7 > 0; \\ 10x-7 > 0 \end{cases}; \begin{cases} \forall x \\ x > 7/10; \end{cases} x > \frac{7}{10};$$

$$-x^2+5x+7=10x-7; x^2+5x-14=0; x=-7 \text{ не подходит, } x=2;$$

$$\text{в) } \log_2(x^2+x-1)=\log_2(-x+7);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+x-1 > 0 \\ x < \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ x > \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x < 7 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; 7\right);$$

$$x^2+2x-8=0; x=-4, x=2;$$

$$\text{г) } \log_{0,2}(-x^2+4x+5)=\log_{0,2}(-x-31); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x^2-4x-5 < 0; \\ x < -31 \end{cases}; \begin{cases} x < -1 \\ x > 5 \\ x < -31 \end{cases}; \begin{cases} x < -31 \end{cases}$$

$$x^2-5x-36=0; x=-4, x=9 \text{ ни один не подходит.}$$

$$\mathbf{1554. а) } \log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2 x = 3; x = 8; \log_2 x = 1; x = 2;$$

$$\text{б) } \log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = 2; x = 16; \log_4 x = -1; x = \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \log_{1/2}^2 x + 3\log_{1/2} x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = -2; x = 4; \log_{1/2} x = -1; x = 2;$$

$$\text{г) } \log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,2} x = -3; x = 125; \log_{0,2} x = 2; x = \frac{1}{25};$$

$$\mathbf{1555. а) } 2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_5 x = \frac{-5-3}{4} = -2; x = \frac{1}{25};$$

$$\log_5 x = -\frac{1}{2}; x = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$\text{б) } 3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_4 x = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{4}; \log_4 x = 2; x = 16;$$

$$\text{в) } 2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,3} x = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2}; x = \sqrt{\frac{10}{3}};$$

$$\log_{0,3}x=4; x=0,0081;$$

$$\text{г) } 3 \log_{1/2}^2 + 5 \log_{1/2} x - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/2} x = \frac{-5-7}{6} = -2; x=4;$$

$$\log_{1/2} x = \frac{1}{3}; x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}.$$

$$\mathbf{1556. а) } \log_2 x = \log_2 3 + \log_2 5; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2 x = \log_2 15; x=15;$$

$$\text{б) } \log_7 4 = \log_7 x - \log_7 9; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_7 x = \log_7 36; x=36;$$

$$\text{в) } \log_{1/3} 4 + \log_{1/3} x = \log_{1/3} 18; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{9}{2}; x = \frac{9}{2};$$

$$\text{г) } \log_{0,4} 9 - \log_{0,4} x = \log_{0,4} 3; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,4} x = \log_{0,4} 3; x=3.$$

$$\mathbf{1557. а) } 2 \log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^2=25; x=5; x=-5 \text{ не подходит;}$$

$$\text{б) } 3 \log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{32} = \log_2 x; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2 x = \log_2 4; x=4;$$

$$\text{в) } 3 \log_{1/7} x = \log_{1/7} 9 + \log_{1/7} 3; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/7} x^3 = \log_{1/7} 27; x=3;$$

$$\text{г) } 4 \log_{0,1} x = \log_{0,1} 2 + \log_{0,1} 8; \text{ ОДЗ: } x > 0; x^4=16; x=2, x=-2 \text{ не подходит.}$$

$$\mathbf{1558. а) } \log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > 2 \\ x > -2 & x > 2; \\ x > 1/2 \end{cases}$$

$$\log_3(x^2-4) = \log_3(2x-1); x^2-2x-3=0; x=3, x=-1 \text{ не подходит;}$$

$$\text{б) } \log_{11}(x+4) + \log_{11}(x-7) = \log_{11}(7-x); \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > -4 \\ x > 7 & x \in \emptyset. \text{ Нет решений;} \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\text{в) } \log_{0,6}(x+3) + \log_{0,6}(x-3) = \log_{0,6}(2x-1); \log_{0,6}(x^2-9) = \log_{0,6}(2x-1); x^2-2x-8=0;$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > -3 \\ x > 3 & x > 3; x=4, x=-2 \text{ не подходит;} \\ x > 1/2 \end{cases}$$

$$\text{г) } \log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > -2 \\ x > -3 & x \in (-2; 1); \log_{0,4}(x^2+5x+6) = \log_{0,4}(1-x); x^2+6x+5=0; x=-5 \text{ не} \\ x < 1 \end{cases}$$

подходит, $x=-1$.

$$\mathbf{1559. а) } \log_{23}(2x-1) - \log_{23} x = 0; \text{ ОДЗ: } x > \frac{1}{2}; 2x-1=x; x=1;$$

$$\text{б) } \log_{0,5}(4x-1) - \log_{0,5}(7x-3) = 1;$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 3/7 \\ x > 1/4 \end{cases} x > \frac{3}{7}; 4x-1 = \frac{1}{2}(7x-3); x=-1 \text{ — не подходит} \Rightarrow \text{нет решения.}$$

$$\text{в) } \log_{3,4}(x^2-5x+8)-\log_{3,4}x=0; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x^2-5x+8 > 0; \\ x > 0 \end{cases}; \begin{cases} \forall x \\ x > 0 \end{cases};$$

$$x^2-6x+8=0; x=4, x=2;$$

$$\text{г) } \log_{1/2}(x+9)-\log_{1/2}(8-3x)=2; \text{ ОДЗ: } x \in (-9; \frac{8}{3}); 4(x+9)=8-3x;$$

$$7x=-28; x=-4.$$

$$\mathbf{1560.} \text{ а) } f(x)=\log_3(5x-2); f(3x-1)=\log_3(15x-7); \log_3(5x-2)=\log_3(15x-7);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 2/5 \\ x > 7/15 \end{cases}; x > \frac{7}{15}; 5x-2=15x-7; 10x=5; x=\frac{1}{2};$$

$$\text{б) } f(x)=\log_2(8x-1); f(\frac{x}{2}+5)=\log_2(4x+39); \log_2(8x-1)=\log_2(4x+39);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 1/8 \\ x > -(39/4) \end{cases}; x > 1/8; 8x-1=4x+39; 4x=40; x=10;$$

$$\mathbf{1561.} \text{ а) } \begin{cases} \log_2(x^2+3x-2)-\log_2 y=1; \\ 3x-y=2 \end{cases}; y=3x-2; \log_2(x^2+3x-2)=\log_2(6x-4);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+3x-2 > 0; \\ x > 2/3 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{-3-\sqrt{17}}{2} \\ x > \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; \\ x > 2/3 \end{cases}; x > \frac{2}{3};$$

$$x^2-3x+2=0; x=2, y=4; x=1, y=1;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x+y=7 \\ \log_3(x^2+4x-3)-\log_3 y=1 \end{cases}; \begin{cases} y=7-2x \\ x^2+4x-3=21-6x \end{cases};$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+4x-3 > 0; \\ x-2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -2-\sqrt{7} \\ x > -2+\sqrt{7}; \\ x > 7/2 \end{cases}; x < \frac{7}{2}; x^2+10x-24=0;$$

$$x=-12, y=31; x=2, y=3.$$

$$\mathbf{1562.} \text{ а) } 7 \log_5^2(2x)-20 \log_5(2x)-3=0; \text{ ОДЗ: } x > 0$$

$$\log_5 2x = \frac{10-11}{7} = -\frac{1}{7}; 2x = \frac{1}{\sqrt[7]{5}}; x = \frac{1}{2\sqrt[7]{5}}; \log_5 2x=3; x = \frac{125}{2}.$$

$$\text{б) } \log_{1/2}^2(x^2+x)+\log_{1/2}(x^2+x)=0; \text{ ОДЗ: } x^2+x > 0; x(x+1) > 0; \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \end{cases};$$

$$\log_{1/2}(x^2+x)=0; x^2+x-1=0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}=0; \log_{1/2}(x^2+x)=-1; x^2+x=2;$$

$$x^2+x-2=0; x=-2, x=1;$$

$$\text{в) } \log_{0,3}^2(x+1)-4\log_{0,3}(x+1)+3=0; \text{ ОДЗ: } x > -1;$$

$$\log_{0,3}(x+1)=3; x+1=0,027; x=-0,973; \log_{0,3}(x+1)=1; x+1=0,3; x=-0,7;$$

$$\text{г) } \log_2^2\left(x+\frac{1}{x}\right)=1; \text{ ОДЗ: } x+1/x > 0; \frac{x^2+1}{x} > 0;$$

$$\log_2\left(x+\frac{1}{x}\right)=1; x^2-2x+1=0; x=1; \log_2\left(x+\frac{1}{x}\right)=-1; 2x^2-x+2=0. \text{ Решений нет.}$$

$$1563. \text{ а) } \lg^2x-\lg x+1=\frac{9}{\lg 10x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \lg^2x-\lg x+1+\lg^3x-\lg^2x+\lg x-9=0;$$

$$\lg^3x=8; \lg x=2; x=100;$$

$$\text{б) } \log_3^2x+3\log_3x+9=\frac{37}{\log_3(x/27)};$$

$$\log_3^3x+3\log_3^2x+9\log_3x-3\log_3^2x-9\log_3x-27=37; \log_3^3x=64; \log_3x=4; x=81;$$

$$\text{в) } \lg^2x-2\lg x+4=\frac{9}{\lg 100x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x \neq 1/100;$$

$$2\lg^2x-4\lg x+8+\lg^3x-2\lg^2x+4\lg x=9; \lg^3x=1; \lg x=1; x=10;$$

$$\text{г) } \log_2^2x+7\log_2x+49=\frac{-218}{\log_2(x/128)}; \text{ ОДЗ: } x > 0; x \neq 128;$$

$$\log_2^3x+7\log_2^2x+49\log_2x-7\log_2x-49\log_2x-343=-218;$$

$$\log_2^3x=125; \log_2x=5; x=32.$$

$$1564. \text{ а) } x^{\log_3x}=81; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию 3:}$$

$$\log_3^2x=4; \log_3x=\pm 2; x=9; x=1/9;$$

$$\text{б) } x^{\log_{0,5}x}=1/16; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию } 1/2:$$

$$\log_{1/2}^2x=4; \log_{1/2}x=\pm 2; x=1/4; x=4;$$

$$\text{в) } x^{\log_2x}=16; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию 2:}$$

$$\log_2^2x=4; \log_2x=\pm 2; x=4; x=1/4;$$

$$\text{г) } x^{\log_{1/3}x}=\frac{1}{81}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ прологарифмируем по основанию } \frac{1}{3}:$$

$$\log_{1/3}^2x=4; \log_{1/3}x=\pm 2; x=9; x=\frac{1}{9}.$$

$$1565. \text{ а) } x^{1+\log_3x}=9; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_3^2x+\log_3x-2=0; \log_3x=-2; x=\frac{1}{9};$$

$$\log_3x=1; x=3;$$

$$\text{б) } x^{\log_{0,5}x-2}=0,125; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{0,5}^2x-2\log_{0,5}x-3=0; \log_{0,5}x=3; x=0,125;$$

$$\log_{0,5}x = -1; x=2;$$

$$\text{в) } x^{5+\log_2 x} = \frac{1}{16}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_2^2 x + 5\log_2 x = -4; \log_2 x = -1; x = \frac{1}{2};$$

$$\log_2 x = -4; x = \frac{1}{16};$$

$$\text{г) } x^{\log_{1/3} x - 4} = 27; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_{1/3}^2 x - 4 \log_{1/3} x + 3 = 0; \log_{1/3} x = 3; x = \frac{1}{27};$$

$$\log_{1/3} x = 1; x = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{1566. а) } \log_2(x-3)(x+5) + \log_2 \frac{x-3}{x+5} = 2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x-3)(x+5) > 0 \\ \frac{x-3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > 3 \end{cases};$$

$$2\log_2|x-3| = 2; |x-3| = 2; x=1 \text{ не подходит; } x=5;$$

$$\text{б) } \log_3(x+3)(x+5) + \log_3\left(\frac{x+3}{x+5}\right) = 4; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} (x+3)(x+5) > 0 \\ \frac{x+3}{x+5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -5 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\log_3|x+3| = 2; |x+3| = 9; x=6, x=-12.$$

$$\mathbf{1567. а) } \lg 100x \cdot \lg x = -1; \text{ ОДЗ: } x > 0; \lg^2 x + 2 \lg x + 1 = 0; \lg x = -1; x = \frac{1}{10};$$

$$\text{б) } \lg^2 10x + \lg 10x = 6 - 3 \lg \frac{1}{x}; \lg^2 x + 2 \lg x + 1 + \lg x + 1 - 6 - 3 \lg x = 0;$$

$$\lg^2 x = 4; \lg x = \pm 2; x = 100; x = \frac{1}{100}.$$

$$\mathbf{1568. а) } 2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4; \text{ ОДЗ: } x < 0; \lg^2(-x) - 4 \lg(-x) + 4 = 0; \lg(-x) = 2; x = -100;$$

$$\text{б) } \lg^2 x^3 + \lg x^2 = 40; \text{ ОДЗ: } x > 0; 9 \lg^2 x + 2 \lg x - 40 = 0; \lg x = \frac{-1 - 19}{9} = -\frac{20}{9};$$

$$x = \frac{1}{10^{20/9}}; \lg x = \frac{18}{9} = 2; x = 100.$$

$$\mathbf{1569. а) } \log_5(6-5^x) = 1-x; \text{ ОДЗ: } 5^x < 6; 6-5^x = 5^{1-x}; 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0;$$

$$5^x = 5; x=1; 5^x = 1; x=0;$$

$$\text{б) } \log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) = 2x-1; \text{ ОДЗ: } 3^{x-1} > 1/4; 4 \cdot 3^{x-1} - 1 = 3^{2x-1};$$

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0; 3^x = 3; x=1; 3^x = 1; x=0.$$

$$\mathbf{1570. а) } \log_9(3^x + 2x - 20) = x - x \log_9 3; \text{ ОДЗ: } 3^x + 2x - 20 > 0;$$

$$3^x + 2x - 20 = 9^{x-x \log_9 3}; 3^x + 2x - 20 = 9^x \cdot 3^{-x}; 2x - 20 = 0; x = 10;$$

$$\text{б) } 0,4^{\lg^2 x - 1} = 6,25^{-2 - \lg x^2}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \left(\frac{2}{5}\right)^{\lg^2 x - 1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4 - 2 \lg x^2};$$

$$\lg^2 x - 1 = 4 + 4 \lg x; \lg^2 x - 4 \lg x - 5 = 0; \lg x = 5; x = 10000; \lg x = -1, x = 1/10.$$

1571.

а) $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12$; ОДЗ: $x > 0$; $x^{\log_6 x} = 6$; $\log_6^2 x = 1$; $x = 6$; $x = \frac{1}{6}$;

б) $10^{\lg^2 x} + 9x^{\lg x} = 1000$; ОДЗ: $x > 0$; $x^{\lg x} = 100$; $\lg^2 x = 2$; $\lg x = \pm \sqrt{2}$; $x = 10^{\pm \sqrt{2}}$.

1572. а) $\begin{cases} \log_5(x+y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} x+y > 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 5 - y \\ \log_6(5y - y^2) = 1 \end{cases}$;

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \\ y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

б) $\begin{cases} \log_{0,5}(x+2y) = \log_{0,5}(3x+y) \\ \log_7(x^2 - y) = \log_7 x \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} x+2y > 0 \\ 3x+y > 0 \\ x^2 - y > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 2x \\ \log_7(x^2 - 2x) = \log_7 x \end{cases}; x^2 - 3x = 0; x = 0, y = 0 \text{ не подходит}; x = 3, y = 6;$$

в) $\begin{cases} \log_9(x-y) = 1/2 \\ \log_{64} x - \log_{64} y = 1/3 \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -y \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 3 + y \\ \log_{64}(3+y) = \log_{64} 4y \end{cases}$;

$$\begin{cases} x = 3 + y \\ 3 = 3y \end{cases} y = 1; x = 4;$$

г) $\begin{cases} \log_{1/3}(3x-y) = \log_{1/3}(x+4) \\ \log_9(x^2 + x - y) = \log_9 x^2 \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x - y > 0 \\ x > -4 \\ x^2 + x - y > 0 \end{cases}$;

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x^2 - x + 4 = x^2 \end{cases}; x = 4; y = 4.$$

1573. а) $\begin{cases} 2^x 2^y = 16 \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 4 - y \\ 4y - y^2 = 3 \end{cases}$;

$$y^2 - 4y + 3 = 0; \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

б) $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \left(\frac{1}{3}\right)^{-y} = \frac{1}{27} \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2 \end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ \log_2 2x = \log_2 4y \end{cases}$;

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ \log_2 2x = \log_2(8x - 12) \end{cases}; 6x=12; x=2, y=1;$$

$$в) \begin{cases} 9^x \cdot 3^y = 81 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 4x - 2x^2 + 1 = 0 \end{cases}; x^2 - 2x + 1 = 0; x=1, y=2;$$

$$г) \begin{cases} (1/2)^x (\sqrt{2})^y = \log_9 3 \\ \log_4 y - \log_4 x = 1 \end{cases}; \begin{cases} -x + (y/2) = -1 \\ \log_4 y = \log_4 4x \end{cases}; \begin{cases} y = -2 + 2x \\ -2 + 2x = 4x \end{cases};$$

$x=-1$, решений нет.

$$1574. а) \begin{cases} \log_2(x - y) - \log_2 3 = 2 - \log_2(x + y) \\ \log_{1/2}(x - y) = -2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ 2 - \log_2 3 = 2 - \log_2(2y + 4) \end{cases};$$

$$\log_2(2y+4)=\log_2 3; y=-(1/2), x=3(1/2);$$

$$б) \begin{cases} \log_3(x + 2y) - 2 \log_3 4 = 1 - \log_3(x - 2y) \\ \log_{1/4}(x - 2y) = -1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 4 + y \\ \log_3(4 + 4y) = 1 + 2 \log_3 4 - \log_3 4 \end{cases}; \log_3(4+4y)=\log_3 12; y=2, x=8.$$

$$1575. а) \begin{cases} 2 \log_3 y + 3^{x^2+5x-5} = 7 \\ 3 \log_3 y - 3^{x^2+5x-5} = 3 \end{cases}; \begin{cases} \log_3 y = 2, y = 9 \\ 4 + 3^{x^2+5x-5} = 7 \end{cases};$$

$$x^2+5x-5=1; x^2+5x-6=0; x=-6; x=1;$$

$$б) \begin{cases} 2 \log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 8 \\ 3 \log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 11 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 3, x = 8 \\ 2^{y^2+4y-4} = 2 \end{cases}; y^2+4y-5=0; y=-5; y=1.$$

§ 52. Логарифмические неравенства

$$1576. а) \log_2 x \geq 4; x \geq 16; \quad б) \log_2 x \leq -3; x \leq \frac{1}{8}, x > 0;$$

$$в) \log_2 x < \frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{2}); \quad г) \log_2 x > -\frac{1}{2}; x > \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$1577. а) \log_{1/3} x \leq 2; x \geq 1/9; \quad б) \log_{1/2} x \geq -3; x \in (0; 8);$$

$$в) \log_{0,2} x < 3; x > \frac{1}{125}; \quad г) \log_{0,1} x > -\frac{1}{2}; x \in (0; \sqrt{10}).$$

$$1578. а) \log_5(3x+1) < 2; (3x+1) \in (0; 25); x \in (-\frac{1}{3}; 8);$$

б) $\log_{0,5} \frac{x}{3} \geq -2$; $\frac{x}{3} \in (0; 4)$; $x \in (0; 12)$;

в) $\log_{1/4} \frac{x}{5} > 1$; $\frac{x}{5} \in (0; \frac{1}{4})$; $x \in (0; \frac{5}{4})$;

г) $\log_{\sqrt{3}} (2x-3) < 4$; $(2x-3) \in (0; 9)$; $x \in (\frac{3}{2}; 6)$.

1579. а) $\log_5 x > \log_5 (3x-4)$; ОДЗ: $x > \frac{4}{3}$; $2x < 4$; $x < 2$; $x \in (\frac{4}{3}; 2)$;

б) $\log_{0,6} (2x-1) < \log_{0,6} x$; ОДЗ: $x > \frac{1}{2}$; $x > 1$;

в) $\log_{1/3} (5x-9) \geq \log_{1/3} 4x$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $x \leq 9$; $x \in (\frac{9}{5}; 9]$;

г) $\log_3 (8-6x) \leq \log_3 2x$; ОДЗ: $x \in (0; \frac{4}{3})$; $8 \leq 8x$; $x \geq 1$; $x \in [1; \frac{4}{3})$.

1580. а) $\log_2 (5x-9) \leq \log_2 (3x+1)$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $2x \leq 10$; $x \in (\frac{9}{5}; 5]$;

б) $\log_{0,4} (12x+2) \geq \log_{0,4} (10x+16)$; $2x \leq 14$; ОДЗ: $x > -\frac{1}{6}$; $x \in (-\frac{1}{6}; 7]$;

в) $\log_{1/3} (-x) > \log_{1/3} (4-2x)$; ОДЗ: $x < 0$; $-x < 4-2x$; $x \in (-\infty; 0)$;

г) $\log_{2,5} (6-x) < \log_{2,5} (4-3x)$; ОДЗ: $x < \frac{4}{3}$; $6-x < 4-3x$; $2x < -2$; $x < -1$.

1581. а) $\log_3 (x^2+6) < \log_3 5x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2-5x+6 < 0$; $x \in (2; 3)$;

б) $\log_{0,6} (6x-x^2) > \log_{0,6} (-8-x)$; $6x-x^2 < -8-x$; ОДЗ: $6x-x^2 > 0$; $x \in (0; 6)$;
 $x^2-7x-8 > 0$, нет решений;

в) $\lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x)$; $x^2-8 \leq 2-9x$; ОДЗ: $x^2-8 > 0$; $\begin{cases} x > 2\sqrt{2} \\ x < -2\sqrt{2} \end{cases}$;

$x^2+9x-10 \leq 0$; $x \in [-10; -2\sqrt{2})$;

г) $\log_{\sqrt{2}} (x^2+10x) \geq \log_{\sqrt{2}} (x-14)$; $x^2+10x > x-14$; ОДЗ: $x > 14$; $x^2+9x+14 > 0$;
 $x > 14$.

1582. а) $\log_{1/2} (6-x) \geq \log_{1/2} x^2$; $6-x \leq x^2$; ОДЗ: $x < 6$; $x^2+x-6 \geq 0$;

$x \in (-\infty; -3] \cup (2; 6)$;

б) $\log_{0,3} (x^2+22) < \log_{0,3} 13x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2+22 > 13x$; $x^2-13x+22 > 0$;

$x \in (0; 2) \cup (11; +\infty)$;

в) $\log_{1/4} (-x-6) \leq \log_{1/4} (6-x^2)$; $-x-6 \geq 6-x^2$; ОДЗ: $6-x^2 > 0$; $x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$;

$x^2-x-12 \geq 0$, решений нет;

$$\Gamma) \log_{0,5}(x^2-27) > \log_{0,5}(6x); x^2-27 < 6x; \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > \sqrt{27} \\ x < -\sqrt{27} \end{cases};$$

$$x^2-6x-27 < 0; x \in (\sqrt{27}; 9).$$

$$\mathbf{1583. a)} \log_8(x^2-7x) > 1; x^2-7x > 8; x^2-7x-8 > 0; x \in (-\infty; -1) \cup (8; +\infty);$$

$$\text{б)} \log_{1/2}(x^2+0,5x) \leq 1; x^2+(1/2)x \geq (1/2); 2x^2+x-1 \geq 0; x \in (-\infty; -1] \cup [1/2; +\infty);$$

$$\text{в)} \log_2(x^2-6x+24) < 4; 0 < x^2-6x+24 < 16; x^2-6x+8 < 0; x \in (2; 4);$$

$$\Gamma) \log_{1/3}(-x^2 + \frac{10x}{9}) \geq 2; 0 < -x^2 + \frac{10x}{9} \leq \frac{1}{9}; x \in (0; \frac{10x}{9});$$

$$9x^2-10x+1 \geq 0; x \in (-\infty; \frac{1}{9}] \cup [1; +\infty). \text{Итого: } x \in (0; \frac{1}{9}] \cup [1; \frac{10}{9}).$$

$$\mathbf{1584. a)} \log_2^2 x > 4 \log_2 x - 3; \text{ОДЗ: } x > 0;$$

$$\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 > 0; \log_2 x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty);$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (8; +\infty); x \in (0; 2) \cup (8; +\infty);$$

$$\text{б)} \log_{1/2}^2 x + 3 \log_{1/2} x < -2; \text{ОДЗ: } x > 0;$$

$$\log_{1/2}^2 x + 3 \log_{1/2} x + 2 < 0; \log_{1/2} x \in (-2; -1); \begin{cases} x \in (0; 4) \\ x \in (2; +\infty) \end{cases}. \text{Итого: } x \in (2; 4);$$

$$\text{в)} \log_4^2 x + \log_4 x \leq 2; \text{ОДЗ: } x > 0;$$

$$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 \leq 0; \log_4 x \in [-2; 1]; x \in [\frac{1}{16}; 4];$$

$$\Gamma) \log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 \geq 0; \text{ОДЗ: } x > 0; \log_{0,2} x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty);$$

$$\begin{cases} x \in [125; +\infty) \\ x \in (0; 0,04] \end{cases}. \text{Итого: } x \in (0; 0,04] \cup [125; +\infty).$$

$$\mathbf{1585. a)} 2 \log_5^2 x + 5 \log_5 x + 2 \geq 0; \text{ОДЗ: } x > 0; \begin{cases} \log_5 x \leq -2 \\ \log_5 x \geq -\frac{1}{2} \end{cases};$$

$$x \in (0; \frac{1}{25}] \cup [\frac{\sqrt{5}}{5}; +\infty);$$

$$\text{б)} 2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 \leq 0; \text{ОДЗ: } x > 0; \log_{0,3} x \in [-\frac{1}{2}; 4];$$

$$\begin{cases} x \in (0; \sqrt{\frac{10}{3}}] \\ x \in [0,0081; +\infty) \end{cases}; x \in [0,0081; \sqrt{\frac{10}{3}}];$$

в) $3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 < 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_4 x \in (\frac{1}{3}; 2)$; $x \in (\sqrt[3]{4}; 16)$;

г) $3 \log_{1/3}^2 x + 5 \log_{1/3} x - 2 > 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\begin{cases} \log_{1/3} x < -2 \\ \log_{1/3} x > \frac{1}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \\ x \in (9; +\infty) \end{cases}$;

$x \in (0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}}) \cup (9; +\infty)$.

1586. а) $\log_2^2 x^2 - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$; ОДЗ: $x > 0$; $4 \log_2 x - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$;

$\log_2 x \in [-\frac{1}{4}; 4]$; $x \in [\sqrt[4]{\frac{1}{2}}; 16]$;

б) в учебнике, по-видимому, опечатка.

$\log_{1/3}^2 x^2 - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$; ОДЗ: $x > 0$;

$4 \log_{1/3}^2 x - 7 \log_{1/3} x + 3 \leq 0$; $\log_{1/3} x \in [\frac{3}{4}; 1]$; $\begin{cases} x \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}] \\ x \in [\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}] \\ x \in [\frac{1}{3}; +\infty) \end{cases}$;

в) $\log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$; ОДЗ: $x < 0$;

$4 \log_3^2 x^2 + 13 \log_3 x + 3 < 0$; $\log_3 x \in (-3; -\frac{1}{4})$; $x \in (\frac{1}{27}; \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$;

г) $\log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$; ОДЗ: $x < 0$;

$4 \log_{1/5}^2 x^2 - 31 \log_{1/5} x - 8 < 0$; $\log_{1/5} x \in (-\frac{1}{4}; 8)$;

$\begin{cases} x \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{5}}) \\ x \in (\frac{1}{390625}; \frac{1}{\sqrt[4]{5}}) \\ x \in (\frac{1}{390625}; +\infty) \end{cases}$;

1587. а) $\log_3 x > \log_3 72 - \log_3 8$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_3 x > 2$; $x > 9$;

б) $3 \log_{1/3} x < \log_{1/3} 9 + \log_{1/3} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/3} x < -1$; $x > 3$;

в) $\log_5 x - \log_5 35 \leq \log_5 \frac{1}{7}$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_5 x \leq 1$; $x \in (0; 5]$;

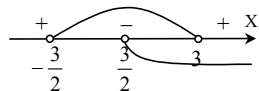
г) $4 \log_{0,6} x \geq \log_{0,6} 8 + \log_{0,6} 2$; ОДЗ: $x > 0$; $x^4 \leq 16$; $x \in (0; 2]$.

1588. а) $\log_{1/3} x + \log_{1/3} (4-x) > -1$; ОДЗ: $x \in (0; 4)$;

$\log_{1/3} (4x-x^2) > \log_{1/3} 3$; $4x-x^2 < 3$; $x^2-4x+3 > 0$; $x \in (0; 1) \cup (3; 4)$;

б) $\log_2(7-x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\log_2(7x-x^2) \geq \log_2 6$; $x^2 - 7x + 6 \leq 0$;
 $x \in [1; 6]$;
 в) $\lg(7-x) + \lg x > 1$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\lg(7x-x^2) > 1$; $x^2 - 7x + 10 < 0$; $x \in (2; 5)$;
 г) $\log_{1/2} x + \log_{1/2}(10-x) \geq -1 + \log_{1/2} 4,5$; ОДЗ: $x \in (0; 10)$;
 $\log_{1/2}(10x-x^2) \geq \log_{1/2} 9$; $x^2 - 10x + 9 \geq 0$; $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$.

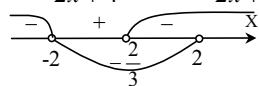
1589. а) $\log_7(6x-9) < \log_7(2x+3)$; ОДЗ: $x > 3/2$;
 $\log_7(\frac{6x-9}{2x+3}) < 0$; $\frac{6x-9-2x-3}{2x+3} < 0$; $\frac{4x-12}{2x+3} < 0$;



$x \in (3/2; 3)$; $x=2$;

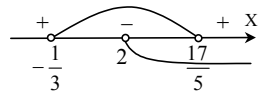
б) $\log_{1/5}(2-x) \geq \log_{1/5}(2x+4)$; ОДЗ: $x \in (-2; 2)$; $\log_{1/5}(\frac{2-x}{2x+4}) \geq 0$;

$\frac{2-x-2x-4}{2x+4} \leq 0$; $\frac{-3x-2}{2x+4} \leq 0$;



$x \in [-\frac{2}{3}; 2)$; $x=1$;

в) $\lg(8x-16) < \lg(3x+1)$; ОДЗ: $x > 2$; $\lg(\frac{8x-16}{3x+1}) < 0$; $\frac{5x-17}{3x+1} < 0$;



$x \in (2; \frac{17}{5})$; $x=3$;

г) $\log_{0,4}(7-x) \geq \log_{0,4}(3x+6)$; ОДЗ: $x \in (-2; 7)$;
 $7-x \leq 3x+6$; $4x \geq 1$; $x \geq 1/4$; $x=6$.

1590. а) $\log_{12}(x^2-x) \leq 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$; $x^2 - x \leq 12$; $x^2 - x - 12 \leq 0$;
 $x \in [-3; 4]$; $x \in [-3; 0) \cup [1; 4)$. Ответ: 6 решений.

б) $\log_{1/2}(x^2-10x+9) \geq 0$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$; $x^2 - 10x + 9 \leq 1$; $x^2 - 10x + 8 \leq 0$;

$x \in [5 - \sqrt{17}; 5 + \sqrt{17}]$; $x \in [5 - \sqrt{17}; 1) \cup [9; 5 + \sqrt{17})$; Ответ: 0 решений.

в) $\log_9(x^2-8x) \leq 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$; $x^2 - 8x \leq 9$; $x^2 - 8x - 9 \leq 0$;
 $x \in [-1; 9]$; $x \in [-1; 0) \cup (8; 9]$. Ответ: 2 решения.

г) $\log_{0,3}(-x^2-7x-5) < 0$; ОДЗ: $x \in (\frac{7-2\sqrt{6}}{2}; \frac{7+2\sqrt{6}}{2})$;

$$-x^2 - 7x - 5 > 1; x^2 - 7x + 6 < 0; x \in (1; 6); x \in \left(\frac{7 - 2\sqrt{6}}{2}; \frac{7 + 2\sqrt{6}}{2} \right).$$

Ответ: 4 решения.

1591. а) $\log_{5x-1} 2 \leq 0$; ОДЗ: $x > \frac{1}{5}; x \neq \frac{2}{5}$; 1. $x \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5} \right); 2 \geq 1; x \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5} \right)$;

2. $x > \frac{2}{5}; 2 \leq 1$, решений нет. Итого: $x \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5} \right)$.

б) $\log_{3x+4} 0,2 > 0$; ОДЗ: $x > -\frac{4}{3}; x \neq -1$; 1. $x \in \left(-\frac{4}{3}; -1 \right); 0,2 < 1$ – тождество.

2. $x > -1; 0,2 > 1$ – решений нет. Итого: $x \in \left(-\frac{4}{3}; -1 \right)$;

в) $\log_{2-3x} 5 > 0$; ОДЗ: $x < \frac{2}{3}; x \neq \frac{1}{3}$; 1. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right); 5 < 1$ – решений нет.

2. $x < \frac{1}{3}; 5 > 1$ – тождество. Итого: $x < \frac{1}{3}$.

г) $\log_{5-x} 0,3 < 0$; ОДЗ: $x < 5; x \neq 4$; 1. $x \in (4; 5); 0,3 \geq 1$ – решений нет;

2. $x < 4; 0,3 \leq 1$ – тождество. Итого: $x < 4$.

1592. а) $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) < \log_2(x^3 - x^2 + 4x - 3)$;
 $\log_2(x^3 - 8) < \log_2(x^3 - x^2 + 4x - 3)$; $0 < x^3 - 8 < x^3 - x^2 + 4x - 3$; $x > 2$; $x^2 - 4x - 5 < 0$;
 $x \in (-1; 5); x \in (2; 5)$;

б) $\lg(x^3 - x^2 + 20) \geq \lg(x + 2) + \lg(x^2 - 2x + 4)$; $x^3 - x^2 + 20 \geq x^3 + 8 > 0$;
 $x > -2$; $x^2 + x - 12 \leq 0$; $x \in [-4; 3]$; $x \in (-2; 3]$.

1593. а) $\begin{cases} \log_2(2x + 3) > \log_2(x - 2) \\ \log_6(3x - 1) \leq \log_6(9x + 4) \end{cases}$; ОДЗ: $x > 2$; $\begin{cases} x > -5 \\ 6x \geq -5 \end{cases}$; $x > 2$;

б) $\begin{cases} \log_3(6x - 1) \leq \log_3(9x + 11) \\ \log_6(3 - x) > \log_6(4x - 1) \end{cases}$; ОДЗ: $x \in \left(\frac{1}{4}; 3 \right)$; $\begin{cases} 3x \geq -12 \\ 5x < 4 \end{cases}$;
 $\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4/5 \end{cases}$; $x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{4}{5} \right)$.

1594. а) $\begin{cases} \log_3 x^2 > \log_3 125 - \log_3 5 \\ \log_{0,2}(x - 1) < 0 \end{cases}$; ОДЗ: $x > 1$; $\begin{cases} \log_3 x > \log_3 5 \\ x - 1 > 1 \end{cases}$;

$\begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}$;

б) $\begin{cases} \log_{1/2} x^2 \geq \log_{1/2} 28 - \log_{1/2} 7 \\ \log_3(4x - 1) > 0 \end{cases}$; ОДЗ: $x > \frac{1}{4}$; $\begin{cases} x \leq 2 \\ 4x - 1 > 1 \end{cases}$;

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$1595. \text{ а) } \begin{cases} \log_{0,1}(x^2 - 12) < \log_{0,1}(-x) \\ 2^{x-1} > 1/8 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } x \in (-\sqrt{12}; 0); \begin{cases} x^2 - 12 > -x \\ x - 1 > -3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 12 > 0 \\ x > -2 \end{cases}, \text{ решений нет.}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3^{x^2-5x-4} < 9 \\ \log_{1/5}(x^2+3) \geq \log_{1/5} 4x \end{cases}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \begin{cases} x^2 - 5x - 6 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-1; 6) \\ x \in [1; 3] \end{cases};$$

$x \in [1; 3].$

§ 53. Переход к новому основанию логарифма

$$1596. \text{ а) } \log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0;$$

$$\text{б) } \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2;$$

$$\text{в) } \log_{25} 9 - \log_5 3 = 0;$$

$$\text{г) } \log_{16} 4 - \log_4 8 = \log_4(2/8) = -1.$$

$$1597. \log_2 3 = a;$$

$$\text{а) } \log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a};$$

$$\text{б) } \log_3 \frac{1}{2} = -\frac{1}{\log_2 3} = -\frac{1}{a};$$

$$\text{в) } \log_3 4 = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a};$$

$$\text{г) } \log_3 \frac{1}{4} = -\frac{2}{\log_2 3} = -\frac{2}{a}.$$

$$1598. \log_5 2 = b;$$

$$\text{а) } \log_2 25 = \frac{2}{\log_5 2} = \frac{2}{b};$$

$$\text{б) } \log_2 \frac{1}{25} = -\frac{2}{\log_5 2} = -\frac{2}{b};$$

$$\text{b) } \log_2 125 = \frac{3}{\log_5 2} = \frac{3}{b}; \quad \text{r) } \log_2 \frac{1}{625} = -\frac{4}{\log_5 2} = -\frac{4}{b}.$$

$$1599. \log_2 3 = a;$$

$$\text{a) } \log_4 9 = \log_2 3 = a; \quad \text{б) } \log_8 18 = \frac{1}{3}(1+2\log_2 3) = \frac{1}{3}(1+2a) = \frac{2a+1}{3};$$

$$\text{b) } \log_4 81 = \log_2 9 = 2a; \quad \text{r) } \log_8 54 = \frac{1}{3}(3\log_2 3 + 1) = \frac{3a+1}{3}.$$

$$1600. \text{ a) } \log_2 7 \vee \log_7 4; \log_2 7 > \frac{2}{\log_2 7}; \quad \text{б) } \log_6 9 \vee \log_9 8; \frac{1}{\log_9 6} > \log_9 8;$$

$$\text{b) } \log_3 5 \vee \log_5 4; \frac{1}{\log_5 3} > \log_5 4; \quad \text{r) } \log_{11} 14 \vee \log_{14} 13; \frac{1}{\log_{14} 11} > \log_{14} 13.$$

$$1601. \text{ a) } \log_2 6 \vee \log_4 5; \log_2 6 \vee \frac{1}{2} \log_2 5; \log_2 6 > \log_2 \sqrt{5}.$$

$$\text{б) } \log_{1/2} 3 \vee \log_{1/4} \frac{3}{2}; \log_{1/2} 3 < \frac{1}{2} \log_{1/2} \frac{3}{2};$$

$$\text{b) } \log_9 6 \vee \log_3 7; \log_3 \sqrt{6} < \log_3 7;$$

$$\text{r) } \log_{1/3} 4 \vee \log_{1/9} 7; \log_{1/3} 4 < \log_{1/3} \sqrt{7}.$$

$$1602. \text{ a) } \log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7; \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1\right) \log_2 x = 7; \log_2 x = 4; x = 16;$$

$$\text{б) } \log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{1/3} x = 6; (1+2-1) \log_3 x = 6; \log_3 x = 3; x = 27.$$

$$1603. \text{ a) } 3 \log_3^2 x = \frac{5}{\log_x 3} + 2; 3 \log_3^2 x - 5 \log_3 x - 2 = 0; \log_3 x = -\frac{1}{3}; x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}};$$

$$\log_3 x = 2; x = 2;$$

$$\text{б) } 2 \log_2^2 x = \frac{5}{\log_x 2} + 3; 2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x - 3 = 0; \log_2 x = -\frac{1}{2}; x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \log_2 x = 3; x = 8.$$

$$1604. \text{ a) } 9^{\log_3 4} + \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36 \cdot \frac{2 \log_3 36}{\log_3 6} = 16 + 4 = 20;$$

$$\text{б) } \log_3 8 \cdot \log_2 27 - 3^{\log_9 25} \cdot \frac{3 \log_2 27}{\log_2 2} = 9 - 5 = 4;$$

$$\text{b) } 3^{4 \log_3 2} + \log_5 \sqrt{2} \cdot \log_4 25 = 16 + \frac{1}{2} = 16 \frac{1}{2};$$

$$\text{r) } 10^{0,5 \lg 16} + 14 \log_3 \sqrt{2} \log_4 81 \cdot \frac{14 \log_2 9}{2 \log_2 3} = 4 + 14 = 18.$$

$$1605. \text{ a) } 5 \log_2 9 \cdot \log_3 64 + 3^{\log_6 8} \cdot 2^{\log_6 8} = 10 \cdot 6 + 8 = 68;$$

$$\text{б) } 2^{4\log_2 3^{-1}} + \log_9 3 + \log_3 64 \cdot \log_4 3 = \frac{81}{2} + \frac{1}{2} + 3 = 44;$$

$$\text{в) } 16(\log_9 45 - 1) \log_{11} 9 \cdot \log_5 121 = 32(\log_9 5) \log_5 9 = 32;$$

$$\text{г) } \log_{15} 3 \cdot \log_3 3 \log_{\sqrt{3}} 5 \cdot (1 + \log_3 5) = 2.$$

$$\mathbf{1606.} \text{ а) } \frac{\log_2 56}{\log_{28} 2} - \frac{\log_2 7}{\log_{224} 2} = (\log_2 7 + 3)(\log_2 7 + 2) - \log_2 7(\log_2 7 + 5) =$$

$$= \log_2^2 7 + 5 \log_2 7 + 6 - \log_2^2 7 - 5 \log_2 7 = 6;$$

$$\text{б) } \frac{\log_3 135}{\log_{45} 3} - \frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3} = 5 \log_3 5 + \log_3^2 5 + 6 - 5 \log_3 5 - \log_3^2 5 =$$

$$= (3 + \log_3 5)(\log_3 5 + 2) - \log_3 5(5 + \log_3 5) = 6.$$

$$\mathbf{1607.} \text{ lg} 2 = a, \text{ lg} 3 = b;$$

$$\text{а) } \log_4 12 = 1 + \log_4 3 = 1 + \frac{\lg 3}{\lg 4} = 1 + \frac{b}{2a}; \quad \text{б) } \log_6 18 = 1 + \log_6 3 = \frac{\lg 3}{\lg 6} + 1 = \frac{b}{a+b} + 1;$$

$$\text{в) } \log_{0,5} 3 = -\log_2 3 = -\frac{\lg 3}{\lg 2} = -\frac{b}{a}; \quad \text{г) } \log_{1/3} 24 = \frac{\lg 24}{\lg \frac{1}{3}} = \frac{3 \lg 2 + \lg 3}{-\lg 3} = \frac{3a+b}{-b}.$$

$$\mathbf{1608.} \text{ log}_2 5 = a, \text{ log}_2 3 = b;$$

$$\text{а) } \log_3 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 3} = \frac{a+b}{b};$$

$$\text{б) } \log_8 75 = \frac{1}{3} \log_2 75 = \frac{1}{3} (2 \log_2 5 + \log_2 3) = \frac{2a+b}{3};$$

$$\text{в) } \log_{16} 45 = \frac{1}{4} (\log_2 5 + 2 \log_2 3) = \frac{a+2b}{4};$$

$$\text{г) } \log_{15} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 15} = \frac{2+b}{a+b}.$$

$$\mathbf{1609.} \text{ а) } \lg 1, \log_4 3, \log_2 7; \quad \text{б) } \log_3 0,5; \lg 1; \log_{0,5} 0,1;$$

$$\text{в) } \log_3 1; \log_5 4; \log_7 9; \quad \text{г) } \log_7 0,6; \log_2 1; \log_{0,2} 0,3.$$

$$\mathbf{1610.} \text{ а) } \lg 0,3; \log_{15} 7; \log_{12} 7; 2^{\log_2 5}.$$

$$\text{б) } \log_{\frac{1}{7}} 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 4}; \log_6 7; 9^{\log_3 15}.$$

$$\mathbf{1611.} \text{ а) } \log_3 x + 1 = 2 \log_x 3; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}; \log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0; \log_3 x = -2; x = \frac{1}{9};$$

$$\log_3 x = 1; x = 3;$$

б) $2\log_x 5 - 3 = -\log_5 x$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0$; $\log_5 x = 2$; $x = 25$;

$\log_5 x = 1$; $x = 5$;

в) $\log_7 x - 1 = 6\log_x 7$; $\log_7^2 x - \log_7 x - 6 = 0$; $\log_7 x = 3$; $x = 343$; $\log_7 x = -2$; $x = \frac{1}{49}$;

г) $\log_2 x + 9\log_x 2 = 10$; ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$; $\log_2^2 x - 10\log_2 x + 9 = 0$; $\log_2 x = 9$; $x = 512$;

$\log_2 x = 1$; $x = 2$.

1612. а) $\log_4(x+12)\log_x 2 = 1$; ОДЗ: $x > 0$, $x \neq 1$; $\log_x(x+12) = 2$; $x+12 = x^2$;
 $x^2 - x - 12 = 0$; $x = 4$; $x = -3$ – не подходит;

б) $1 + \log_x 5 \log_7 x = \log_5 35 \log_x 5$; $1 + \log_7 5 = \log_x 35$; $x = 7$.

1613. а) $\log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$; ОДЗ: $x > 0$; $(\log_2 x + 2)^2 + 2\log_2 x = 11$;

$\log_2^2 x + 6\log_2 x - 7 = 0$; $\log_2 x = -7$; $x = \frac{1}{128}$; $\log_2 x = 1$; $x = 2$;

б) $\log_3^2 x + \log_9^2 x + \log_{27}^2 x = \frac{49}{9}$; ОДЗ: $x > 0$; $(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9})\log_3^2 x = \frac{49}{9}$;

$\log_3^2 x = \frac{36}{9}$; $\log_3 x = \pm \frac{6}{3} = \pm 2$; $x = 9$; $x = \frac{1}{9}$.

1614. $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2) + \log_{(5-2x)}(1+4x+4x^2) = 4$

а) $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2) + 2\log_{(5-2x)}(2x+1) = 4$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -1/2 \\ x < 5/2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$;

$\log_{(2x+1)}(5-2x) + 1 + 2\log_{(5-2x)}(2x+1) - 4 = 0$;

$2\log_{(5-2x)}^2(2x+1) - 3\log_{(5-2x)}(2x+1) + 1 = 0$; $\log_{(5-2x)}(2x+1) = 1/2$;

$2x+1 = \sqrt{5-2x}$; $4x^2+4x+1 = 5-2x$; $4x^2+6x-4 = 0$; $2x^2+3x-2 = 0$;

$x = -2$ – не подходит; $x = \frac{1}{2}$; $\log_{(5-2x)}(2x+1) = 1$; $2x+1 = 5-2x$; $4x = 4$; $x = 1$;

б) $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2) = 4 - \log_{2x+3}(6x^2+23x+21)$;

$3x+7 = a$; $2x+3 = b$; $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$; $\log_a b^2 = 4 - \log_b a$; $2\log_a^2 b - 3\log_a b + 1 = 0$;

$\log_a b = 1/2$; $4x^2+12x+9 = 3x+7$; $4x^2+9x+2 = 0$; $x = -1/4$; $x = -2$ – не подходит;

§ 54. Дифференцирование показательной и логарифмической функций

$\log_a b = 1$; $3x+7 = 2x+3$; $x = -4$ – не подходит. Итого: $x = -1/4$.

1615. a) $\log_9 x^2 + \log_3^2(-x) < 2$; ОДЗ: $x < 0$; $\log_3^2(-x) + \log_3(-x) - 2 < 0$;

$\log_3(-x) \in (-2; 1)$; $-x \in (1/9; 3)$; $x \in (-3; -1/9)$;

б) $\log_4 x^2 + \log_2^2(-x) > 6$; ОДЗ: $x < 0$; $\log_2^2(-x) + \log_2(-x) - 6 > 0$;

$\log_2(-x) \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$; $x \in (-\infty; -4) \cup (-1/8; +\infty)$;

$x \in (-\infty; -4) \cup (-1/8; 0)$.

1616. а) $f(x) = 4 - e^x$; $f'(x) = -e^x$; б) $f(x) = 13e^x$; $f'(x) = 13e^x$;

в) $f(x) = e^x - 19$; $f'(x) = e^x$; г) $f(x) = -8e^x$; $f'(x) = -8e^x$.

1617. а) $f(x) = x^3 e^x$; $f'(x) = 3x^2 e^x + x^3 e^x$; б) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; $f'(x) = e^x \frac{(x-1)}{x^2}$;

в) $f(x) = x^2 e^x$; $f'(x) = e^x(2x + x^2)$; г) $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$; $f'(x) = e^x \frac{3x^2 - x^3}{x^6} = e^x \left(\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right)$.

1618. а) $y = e^x + x^2$; $x_0 = 0$; $y'(x) = e^x + 2x$; $y'(x_0) = 1$;

б) $y = e^x(x+1)$; $x_0 = -1$; $y'(x) = e^x(x+2)$; $y'(x_0) = 1/e$;

в) $y = e^x - x$; $x_0 = 1$; $y'(x) = e^x - 1$; $y'(x_0) = e - 1$;

г) $y = \frac{e^x}{x+1}$; $x_0 = 0$; $y'(x) = e^x \frac{x}{(x+1)^2}$; $y'(x_0) = 0$.

1619. а) $y = e^{3x-1}$; $x_0 = 1/3$; $y'(x) = 3e^{3x-1}$; $y'(x_0) = 3$;

б) $y = 3e^{6+x}$; $x_0 = -5$; $y'(x) = 3e^{x+6}$; $y'(x_0) = 3e$;

в) $y = e^{4-9x}$; $x_0 = 4/9$; $y'(x) = -9e^{4-9x}$; $y'(x_0) = -9$;

г) $y = e^{0,5x-3}$; $x_0 = 4$; $y'(x) = (1/2)e^{0,5x-3}$; $y'(x_0) = 1/2e$.

1620. а) $f(x) = 4e^x + 3$; $x_0 = -2$; $f'(x) = 4e^x$; $f'(x_0) = \frac{4}{e^2}$;

б) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^x$; $x_0 = 1$; $f'(x) = e^x + \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right)$; $f'(x_0) = e(1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}e$;

в) $f(x) = 0,1e^x - 10x$; $x_0 = 0$; $f'(x) = 0,1e^x - 10$; $f'(x_0) = -9,9$;

г) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$; $x_0 = 1$; $f'(x) = \frac{e^x(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x})}{e^{2x}}$; $f'(x_0) = \frac{1-1}{e} = -\frac{1}{2e}$.

1621. а) $g(x) = e^x + \sin x$; $x_0 = 0$; $g'(x) = e^x + \cos x$; $g'(x_0) = 1 + 1 = 2$;

б) $g(x) = e^{-7x+1}$; $x_0 = \frac{1}{7}$; $g'(x) = -7e^{-7x+1}$; $g'(x_0) = -7$;

в) $g(x) = -e^x + 3\cos x$; $x_0 = 0$; $g'(x) = -e^x + 3\sin x$; $g'(x_0) = -1$;

г) $g(x) = x^{\frac{3}{2}} e^x$; $x_0 = 4$; $g'(x) = e^x \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + x^{\frac{3}{2}} \right)$; $g'(x_0) = e^4(3+8) = 11e^4$.

1622. а) $h(x) = (1/e)^x$; $x_0 = 0$; $h'(x) = -e^{-x}$; $h'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = -1$;

б) $h(x)=e^{-x+2}$; $x_0=2$; $h'(x)=-e^{-x+2}$; $h'(x_0)=\operatorname{tg}\alpha=-1$;

в) $h(x)=\frac{1}{e^x}+x^5$; $x_0=-1$; $h'(x)=-e^{-x}+5x^4$; $h'(x_0)=\operatorname{tg}\alpha=-e+5$;

г) $h(x)=x+e^{2x-3}$; $x_0=3/2$; $h'(x)=1+2e^{2x-3}$; $h'(x_0)=\operatorname{tg}\alpha=3$.

1623. а) $h(x)=(1/5)e^{5x-1}$; $x_0=0,2$; $h'(x)=e^{5x-1}$; $h'(x_0)=1$; $\alpha=\frac{\pi}{4}$;

б) $h(x)=e^{-x-\sqrt{3}}$; $x_0=-\sqrt{3}$; $h'(x)=-e^{-x-\sqrt{3}}$; $h'(x_0)=-1$; $\alpha=\frac{3\pi}{4}$;

в) $h(x)=(1/3)e^{1-3x}$; $x_0=1/3$; $h'(x)=-e^{1-3x}$; $h'(x_0)=-1$; $\alpha=\frac{3\pi}{4}$;

г) $h(x)=e^{(\sqrt{3}/3)x-1}$; $x_0=\sqrt{3}$; $h'(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}e^{\sqrt{3}/3x-1}$; $h'(x_0)=\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\alpha=\frac{\pi}{6}$.

1624. а) $y=e^x$; $a=1$; $y(a)=e$; $y'=e^x$; $y'(a)=e$; $y=xe+e-e=ex$;

б) $y=e^x$; $a=2$; $y(a)=e^2$; $y'=e^x$; $y'(a)=e^2$; $y=e^2x-e^2$;

в) $y=e^x$; $a=0$; $y(a)=1$; $y'(a)=1$; $y=x+1$;

г) $y=e^x$; $a=-1$; $y(a)=1/e$; $y'(a)=1/e$; $y=(x/e)+2(1/e)$.

1625. а) $y=e^{3x-1}$; $a=1/3$; $y(a)=1$; $y'(a)=3$; $y=3x+1-(1/3)\cdot 3=3x$;

б) $y=xe^{-2x+1}$; $a=0,5$; $y(a)=1/2$; $y'=e^{-2x+1}-2xe^{-2x+1}$; $y'(a)=1-1=0$; $y=1/2$;

в) $y=\frac{2}{e^x}$; $a=0$; $y(a)=2$; $y'=-2e^{-x}$; $y'(a)=-2$; $y=-2x+2$;

г) $y=\frac{e^x}{x+1}$; $a=0$; $y(a)=1$; $y'=e^x\frac{x}{(x+1)^2}$; $y'(0)=0$; $y=1$.

1626. а) $\int_0^4 e^x dx = e^x \Big|_0^4 = e-1$; б) $\int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3e - \frac{3}{e}$;

в) $\int_{-1}^0 1/2 e^x dx = \frac{1}{2} e^x \Big|_{-1}^0 = (1/2 - 1/2e)$; г) $\int_{-2}^1 (-2e^x) dx = (-2e^x) \Big|_{-2}^1 = -2e + \frac{2}{e^2}$.

1627. а) $\int_0^4 e^{0,5x-1} dx = (2e^{0,5x-1}) \Big|_0^4 = 2e - \frac{2}{e}$;

б) $\int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{e^3}{2} - \frac{1}{2e}$;

в) $\int_{-4}^4 e^{0,25x+1} dx = 4e^{0,25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4e^2 - 4$;

г) $\int_{-0,5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x+2} \Big|_{-0,5}^0 = -\frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{2}$.

1628. а) $y=0$; $x=0$; $x=3$; $y=e^x$; $S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$;

б) $y=0$; $x=0$; $x=4$; $y=e^{-x}$; $S = \int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = -\frac{1}{e^4} + 1$;

в) $y=0$; $x=-1$; $x=1$; $y=e^x$; $S = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e}$;

г) $y=0$; $x=-2$; $x=0$; $y=e^{-x}$; $S = \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = -1 + e^2$.

1629. а) $x=1$; $y=e^x$; $y=e^{-x}$;

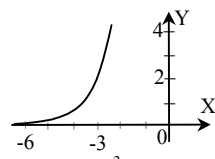
$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e^{-x} dx = e^x \Big|_0^1 - (-e^{-x}) \Big|_0^1 = e - 1 + \frac{1}{e} - 1 = e + \frac{1}{e} - 2$;

б) $x=-1$; $y=\frac{1}{e^x}$; $y=1$; $S = \int_{-1}^0 e^{-x} dx - 1 \cdot 1 = (-e^{-x}) \Big|_{-1}^0 - 1 = -2 + e$;

в) $y=e^x$; $x=2$; $x+2y=2$ или $y=-\frac{x}{2} + 1$; $S = \int_0^2 e^x dx - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = e^x \Big|_0^2 - 1 = e^2 - 2$;

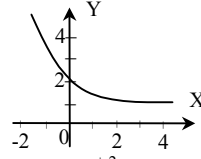
г) $y=e^x$; $x=2$; $x=0$; $y=-e^x$; $S = 2 \int_0^2 (e^x - e^{-x}) dx = 2 \int_0^2 e^x dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1)$.

1630. а) $y = e^{x+4}$;

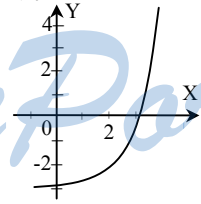
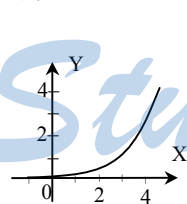


в) $y = e^{x-3}$;

б) $y = e^{-x} + 1$;



г) $y = e^{x+2} - 3$;



1631. а) $y=x^2 e^x$; $y'=e^x(x^2+2x)$; возрастает: $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$;

убывает: $(-2; 0)$; $x=0$ – min; $x=-2$ – max;

б) $y=e^{2x-4}x$; $y'=e^{2x-4}(2x+1)$; возрастает: $(-1/2; +\infty)$; убывает: $(-\infty; 1/2)$;

$x=-1/2$ – min;

в) $y=x^3 e^x$; $y'=e^x(3x^2+x^3)=x^2 e^x(3+x)$; возрастает: $(-3; +\infty)$; убывает: $(-\infty; -3)$;

$x=-3$ – min;

г) $y=\frac{e^x}{x}$; $y'=e^x \frac{x-1}{x^2}$; возрастает: $(1; +\infty)$; убывает: $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$; $x=1$ – min.

1632. $y=x^2e^x$; $y'=e^x(x^2+2x)$; $y'=0$ при $x=0$, $x=-2$; $y(0)=0$; $y(-2)=4/e^2$;

а) $x \in [-1; 1]$; $y(-1)=1/e$; $y(1)=e$, $y_{\min}=0$; $y_{\max}=e$;

б) $x \in [-3; 1]$; $y(-3)=9/e^3$; $y(1)=e$; $y_{\min}=0$; $y_{\max}=e$;

в) $x \in [-3; -1]$; $y_{\min}=1/e$; $y_{\max}=4/e^2$;

г) $x \in [1; 3]$; $y(3)=9e^3$; $y_{\min}=e$; $y_{\max}=9e^3$.

1633. а) $y=x^2 \ln x$; $y'=2x \ln x + x$;

б) $y = \frac{\ln x}{x+1}$; $y' = \frac{(-1)(x+1) - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2+x} - \frac{\ln x}{(x+1)^2}$;

в) $y = \frac{x}{\ln x}$; $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$;

г) $y=(x-5) \ln x$; $y'=\ln x+1-(5/x)$.

1634. а) $y=e^x \ln x$; $y'=e^x(\ln x+1/x)$; б) $y=3 \ln x + \sin 2x$; $y'=3/x+2 \cos 2x$;

в) $y = \sqrt[7]{x^5} \ln x$; $y' = \frac{5 \ln x}{7 \sqrt[7]{x^2}} + \frac{\sqrt[7]{x^5}}{x} = \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}(5/7 \ln x + 1)(\ln x + 1)$;

г) $y=2 \cos \frac{x}{2} - 5 \ln x$; $y' = -\sin \frac{x}{2} - \frac{5}{x}$.

1635. а) $y=\ln x+x$; $x_0=\frac{1}{7}$; $y'=\frac{1}{x}+1$; $y'(x_0)=7+1=8$;

б) $y=x^3 \ln x$; $x_0=e$; $y'=3x^2 \ln x+x^2$; $y'(x_0)=3e^2+e^2=4e^2$;

в) $y=x^2 - \ln x$; $x_0=0,5$; $y'=2x - \frac{1}{x}$; $y'(x_0)=1-2=-1$;

г) $y = \frac{\ln x}{x}$; $x_0=1$; $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$; $y'(x_0)=1$.

1636. а) $y=\ln(2x+2)$; $x_0=-\frac{1}{4}$; $y'=\frac{2}{2x+2}=\frac{1}{x+1}$; $y'(x_0)=\frac{4}{3}$;

б) $y=\ln(5-2x)$; $x_0=2$; $y'=-\frac{2}{5-2x}$; $y'(x_0)=-2$;

в) $y=\ln(9-5x)$; $x_0=-2$; $y'=-\frac{5}{9-5x}$; $y'(x_0)=-\frac{5}{19}$;

г) $y=-3 \ln(-x+4)$; $x_0=-5$; $y'=\frac{3}{4-x}$; $y'(x_0)=\frac{1}{3}$.

1637. а) $f(x)=x^5 - \ln x$; $a=1$; $f(a)=1$; $f'(x)=5x^4 - \frac{1}{x}$; $f'(a)=4$; $y=4x+1-4=4x-3$;

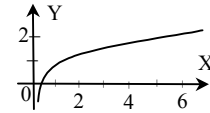
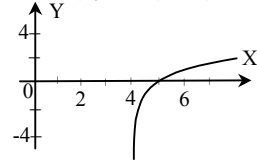
б) $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$; $a=1$; $f(a)=0$; $f'(x)=\frac{x-2x \ln x}{x^4}$; $f'(a)=1$; $y=x-1$;

в) $f(x) = -2x \ln x$; $a = e$; $f(a) = -2e$; $f'(x) = -2 \ln x - 2$; $f'(a) = -4$; $y = -4x - 2e + 4e = -4x + 2e$;

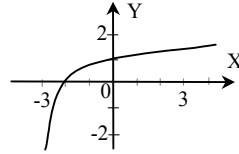
г) $f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x$; $a = 1$; $f(a) = 0$; $f'(x) = x^{-\frac{2}{3}} + (1/3)x^{-\frac{2}{3}} \ln x$; $f'(a) = 1$; $y = x - 1$.

1638. а) $y = \ln(x - 4)$;

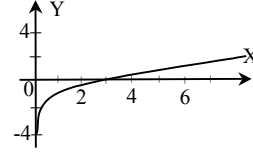
б) $y = \ln ex$;



в) $y = \ln(x + 3)$;



г) $y = \ln(x/e)$



1639. а) $y = x + \ln \frac{1}{x}$; ОДЗ: $x > 0$; $y' = 1 - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x^2} = 1 - \frac{1}{x}$;

убывает: $x \in (0; 1]$; возрастает $x \in (1; +\infty)$; $x = 1 - \min$;

б) $y = x^4 - 4 \ln x$; ОДЗ: $x > 0$; $y' = 4x^3 - \frac{4}{x} = \frac{4x^4 - 4}{x}$;

возрастает: $x \in (1; +\infty)$; убывает: $x \in (0; 1]$; $x = 1 - \min$;

1640. $y = x - \ln x$; $y' = 1 - \frac{1}{x}$; $y' = 0$ при $x = 1$; $y(1) = 1$;

а) $x \in [\frac{1}{e}; e]$; $y(1/e) = (1/e) + 1$; $y(e) = e - 1$; $y_{\min} = 1$; $y_{\max} = e - 1$;

б) $x \in [e; e^2]$; $y(e^2) = e^2 - 2$; $y_{\min} = e - 1$; $y_{\max} = e^2 - 2$.

1641. а) $f(x) = e^{2x}$; $y = 2ex - 5$; $f'(x) = 2e^{2x}$; $y = 2e^{2x_0} + e^{2x_0} - x_0 e^{2x_0}$ — общее уравнение касательной к графику $y = f(x)$; $x_0 = \frac{1}{2}$; $y = 2ex + e - e = 2ex$;

б) $f(x) = \ln(3x + 2)$; $y = x + 7$; $f'(x) = \frac{3}{3x + 2}$; $y = \frac{3x}{3x_0 + 2} + \ln(3x_0 + 2) - x_0 \frac{3}{3x_0 + 2}$;

$x_0 = \frac{1}{3}$; $y = x + \ln 3 - \frac{1}{3}$.

1642. а) $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2$;

б) $\int_1^2 (e^5 + \frac{1}{x}) dx = (e^5 + \ln x) \Big|_1^2 = e^5 + \ln 2 - e$;

$$в) \int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = 0,1 \ln 2;$$

$$г) \int_1^2 \left(e^{2x} + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{e^{2x}}{2} + 2 \ln x \right) \Big|_1^2 = \frac{e^4}{2} + 2 \ln 2 - \frac{e^2}{2}.$$

$$1643. а) \int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln 11 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5};$$

$$б) \int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} = \left(-\frac{1}{5} \ln(6-5x) \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{1}{5} \ln 6 + \frac{1}{5} \ln 11 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6};$$

$$в) \int_0^{1/2} \frac{1}{4x+1} dx = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{1/2} = \frac{1}{4} \ln 3;$$

$$г) \int_5^8 \frac{dx}{9-x} = -\ln(9-x) \Big|_5^8 = \ln 4.$$

$$1644. а) y=0; x=1; x=e; y=\frac{1}{x}; S = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1;$$

$$б) y=0; x=3; x=-1; y=\frac{1}{2x+3}; S = \int_{-1}^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_{-1}^3 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3;$$

$$в) y=0; x=e; x=e^2; y=\frac{2}{x}; S = \int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 4 - 2 = 2;$$

$$г) y=0; x=2; x=5; y=\frac{1}{3x-5}; S = \int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10.$$

$$1645. а) y=e^x; y=\frac{1}{x}; x=2; x=3;$$

$$S = \int_2^3 (e^x - 1/x) dx = (e^x - \ln x) \Big|_2^3 = e^3 - \ln 3 - e^2 + \ln 2 = e^3 - e^2 + \ln \frac{2}{3};$$

$$б) y=\frac{1}{x}; y=1; x=5; S = 4 \cdot 1 - \int_1^5 \frac{1}{x} dx = 4 - \ln x \Big|_1^5 = 4 - \ln 5;$$

$$в) y=\sqrt{x}; y=\frac{1}{x}; x=4;$$

$$S = \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{2}{3} x^{3/2} - \ln x \right) \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \ln 4 - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} - \ln 4 \text{ (в ответе задачника}$$

опечатка);

$$г) y = -\frac{1}{x}; y = -1; x = e; S = 1 \cdot (e-1) - \int_1^e \frac{1}{x} dx = (e-1) - \ln x \Big|_1^e = e-2.$$

1646. а) $f(x)=3e^{x+4}$; $a=\frac{3}{e}$; $f'(x)=3e^{x+4}=\frac{3}{e}$; $e^{x+4}=e^{-1}$; $x=-5$;

б) $f(x)=2+\frac{1}{3}e^{-6x-13}$; $a=-2$; $f'(x)=-2e^{-6x-13}=-2$; $e^{-6x-13}=1$; $6x+13=0$; $x=-\frac{13}{6}$;

в) $f(x)=2e^{-7x+9}$; $a=-14$; $f'(x)=-14e^{-7x+9}=-14$; $-7x+9=0$; $x=\frac{9}{7}$;

г) $f(x)=42-e^{0,1x-4}$; $a=0,1$; $f'(x)=-0,1e^{0,1x-4}=0,1$; $e^{0,1x-4}=-1$ – решений нет.

1647. а) $g(x)=6-\frac{1}{2}e^{2x-3}$; $a=\frac{1}{3}$; $g'(x)=-e^{2x-3}<\frac{1}{3}$; x — любое число;

б) $g(x)=x+e^{4x-3}$; $a=5$; $g'(x)=1+4e^{4x-3}<5$; $e^{4x-3}<1$; $x<\frac{3}{4}$;

в) $g(x)=\frac{1}{3}e^{3x+5}$; $a=\frac{1}{e}$; $g'(x)=e^{3x+5}<\frac{1}{e}$; $3x+5<-1$; $x<-2$;

г) $g(x)=e^{9x+21}-x$; $a=8$; $g'(x)=9e^{9x+21}-1<8$; $9x+21<0$; $x<-\frac{7}{3}$.

1648. а) $y=xe^{2x-1}$; $a=\frac{1}{2}$; $y(a)=\frac{1}{2}$; $y'=e^{2x-1}(2x+1)$; $y'(a)=2$;

$y=2x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot 2=2x-\frac{1}{2}$;

б) $y=\frac{x^2-1}{e^{3-x}}$; $a=2$; $y(a)=\frac{3}{e}$; $y'=\frac{2x+x^2-1}{e^{3-x}}$; $y'(a)=\frac{7}{e}$;

$y=\frac{7}{e}x+\frac{3}{e}-\frac{14}{e}=\frac{1}{e}(7x-11)$;

в) $y=x^3\ln x$; $a=e$; $y(a)=e^3$; $y'=3x^2\ln x+x^2$; $y'(a)=4e^2$; $y=4e^2x+e^3-4e^3=4e^2x-3e^3$;

г) $y=(2x+1)e^{1-2x}$; $a=\frac{1}{2}$;

$y(a)=2$; $y'=2e^{1-2x}-2e^{1-2x}(2x+1)=4xe^{1-2x}$; $y'(a)=-2$; $y=-2x+2+1=-2x+3$.

1649. а) $y=2^x-\log_3(x-1)$; $y'=2^x\ln 2-\frac{1}{(x-1)\ln 3}$;

б) $y=3^{-x}+2\log_{1/2}x$; $y'=-3^{-x}\ln 3+\frac{2}{x\ln(1/2)}$;

в) $y=5^x-7\log_{1/5}(x+1)$; $y'=5^x\ln 5+\frac{7}{(x+1)\ln 5}$;

г) $y=(\frac{1}{7})^x+\log_5(x+4)$; $y'=-\frac{1}{7}^x\ln 7+\frac{1}{(x+4)\ln 5}$.

1650. а) $y=7^x \ln(2x+3)$; $y'=7^x \ln 7 \ln(2x+3) + \frac{2 \cdot 7^x}{2x+3}$;

б) $y = \frac{\log_5(3x+2)}{x^5}$; $y' = \frac{3x^5}{(3x+2)x^{10} \ln 5} - \frac{5x^4 \log_5(3x+2)}{x^{10}} =$
 $= \frac{3}{(3x+2)x^5 \ln 5} - \frac{5 \log_5(3x+2)}{x^6}$;

в) $y=x^2 \log_{1/2}(3x-1)$; $y'=2x \log_{1/2}(3x-1) - \frac{3x^2}{(3x-1) \ln 2}$;

г) $y = \frac{\ln(2x-1)}{3^x}$; $y' = \frac{\frac{2 \cdot 3^x}{2x-1} - 3^x \ln 3 \ln(2x-1)}{3^{2x}} = \frac{2}{(2x-1)3^x} - \frac{\ln 3 \ln(2x-1)}{3^x}$.

1651. а) $y = \log_x(x+1) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$;

$y' = \frac{\frac{\ln x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x}}{\ln^2 x} = \frac{1}{(x+1) \ln x} - \frac{\ln(x+1)}{x \ln^2 x}$;

б) $y = \log_{x-1} x^2 = \frac{2 \ln x}{\ln(x-1)}$; $y' = \frac{2}{x \ln(x-1)} - \frac{\ln x}{(x-1) \ln^2(x-1)}$.

1652. а) $y=e^{2x}-3e^x+x+4$; $y'=2e^{2x}-3e^x+1>0$; $e^x \in (-\infty; 1/2) \cup (1; +\infty)$;

возрастает: $x \in (-\infty; \ln(1/2)) \cup (0; +\infty)$; убывает: $x \in (\ln(1/2); 0)$;

$x = \ln(1/2) - \max$; $x=0 - \min$;

б) $y=1-3x+5e^x-e^{2x}$; $y'=-3+5e^x-2e^{2x}>0$; $2 \cdot e^{2x}-5 \cdot e^x+3<0$; $e^x \in (1; 3/2)$;

возрастает: $x \in (0; \ln(3/2))$; убывает: $x \in (-\infty; 0) \cup (\ln(3/2); +\infty)$;

$x=0 - \min$; $x = \ln(3/2) - \max$.

1653. а) $y=2 \ln x^3 - 5x + \frac{x^2}{2}$; ОДЗ: $x>0$; $y' = \frac{6}{x} - 5 + x > 0$; $\frac{6-5x+x^2}{x} > 0$;

$x^2 - 5x + 6 > 0$; возрастает: $x \in (0; 2) \cup (3; +\infty)$; убывает: $x \in (2; 3)$;

$x = 2 - \max$; $x=3 - \min$;

б) $y = \ln \frac{1}{x^3} + x^2 + x + 3$; ОДЗ: $x>0$; $y' = -\frac{3}{x} + 2x + 1 > 0$; $2x^2 + x - 3 > 0$;

возрастает: $x \in (1; +\infty)$; убывает: $x \in (0; 1)$; $x=1 - \min$.

1654. а) $y=x+\ln(-x)$; $x \in [-4; -0,5]$; $y'=1+\frac{1}{x}$; $y' = 0$ при $x = -1$;

$y(-1) = -1$; $y(-4) = -4 + \ln 4$; $y(-0,5) = -(1/2) - \ln 2$; $y_{\min} = -4 + \ln 4$; $y_{\max} = -1$;

б) $y=x+e^{-x}$; $x \in [-\ln 4; \ln 2]$; $y'=1-e^{-x}$; $y' = 0$ при $x = 0$; $y(0) = 1$;

$y(-\ln 4) = 4 - \ln 4$; $y(\ln 2) = (1/2) + \ln 2$; $y_{\min} = 1$; $y_{\max} = 4 - \ln 4$.

1655. а) $y=4 \cdot 2^{3x} - 27 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+3}$; $x \in [-2; 0]$; $y'=12 \cdot 2^{3x} \ln 2 - 54 \cdot 2^{2x} \ln 2 + 3 \cdot 2^{x+3} \ln 2 =$

$$=6\ln 2(2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 4 \cdot 2^x) = 6\ln 2 \cdot 2^x (2 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 4); y_{\max} = -20; y_{\min} = 5 \frac{3}{4};$$

$$\text{б) } y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{x-2}; x \in [-1; 1]; y' = \ln 3 (3 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 3^x) = 3^x \ln 3 (3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1);$$

$$y' = 0 \text{ при } x = 0, x = -1; y(0) = 0; y(-1) = 4/27; y(1) = 12;$$

$$y_{\min} = -0; y_{\max} = 12.$$

$$1656. \text{ а) } y = e^{\frac{x}{2}}; y' = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}}; y = e^{\frac{x_0}{2}} + \frac{1}{2} e^{\frac{x_0}{2}} (x - x_0) \text{ — касательная;}$$

$$e^{\frac{x_0}{2}} - \frac{x_0}{2} e^{\frac{x_0}{2}} = 0; x_0 = 2; y = \frac{e}{2} x + e - e = \frac{e}{2} x;$$

$$\text{б) } y = \ln x; y' = \frac{1}{x}; y = \frac{x}{x_0} + \ln x_0 - \frac{x_0}{x_0} \text{ — касательная; } \ln x_0 - 1 = 0; x_0 = e; y = \frac{x}{e};$$

$$\text{в) } y = e^{\frac{x}{3}}; y' = \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}}; y = \frac{e^{\frac{x_0}{3}} \cdot x}{3} + e^{\frac{x_0}{3}} - \frac{x_0}{3} e^{\frac{x_0}{3}} \text{ — касательная;}$$

$$1 - \frac{x_0}{3} = 0; x_0 = 3; y = \frac{e}{3} x;$$

$$\text{г) } y = \ln x^3 = 3 \ln x; y' = \frac{3}{x}; y = \frac{3}{x_0} x + 3 \ln x_0 - 3 \text{ — касательная;}$$

$$3 \ln x_0 - 3 = 0; x_0 = e; y = \frac{3x}{e}.$$

$$1657. \text{ а) } y = 3x - 4 + a; y = \ln(3x - 4); y' = \frac{3}{3x - 4};$$

$$y = \frac{3x}{3x_0 - 4} + \ln(3x_0 - 4) - \frac{3x_0}{3x_0 - 4} \text{ — касательная к графику } y = \ln(3x - 4) \text{ в}$$

$$\text{точке } x_0; \frac{3}{3x_0 - 4} = 3; x_0 = \frac{5}{3}; y = 3x - \frac{5}{1} = 3x - 5; a = -1;$$

$$\text{б) } y = 2x + 3 + a; y = \ln(2x + 3); y' = \frac{2}{2x + 3};$$

$$y = \frac{2x}{2x_0 + 3} + \ln(2x_0 + 3) - \frac{2x_0}{2x_0 + 3} \text{ — касательная к графику } y = \ln(2x + 3) \text{ в}$$

$$\text{точке } x_0; \frac{2}{2x_0 + 3} = 2; x_0 = -1; y = 2x + 2; a = -1.$$

$$1658. y = x^6 e^{-x}; y' = e^{-x}(-x^6 + 6x^5) = x^5 e^{-x}(6 - x); y' > 0 \text{ при } x \in (0; 6);$$

$$y' < 0 \text{ при } x \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty); y' = 0 \text{ при } x = 0, x = 6; x \in (a; a + 7);$$

$$\text{а) } \begin{cases} a + 7 > 0 \\ a + 7 \leq 6 \end{cases}; \begin{cases} a \geq 0 \\ a < 6 \end{cases}; a \in (-7; -1] \cup [0; 6);$$

$$\text{б)} \begin{cases} a+7 > 6 \\ a < 0 \end{cases}; a \in (-1; 0);$$

$$\text{в)} \begin{cases} a \geq 6 \\ a+7 \leq 0 \end{cases}; a \in (-\infty; -7] \cup [6; +\infty);$$

$$\text{г)} \begin{cases} a > 0 \\ a+7 < 6 \end{cases} \text{ — нет таких } a.$$

$$1659. \text{ а)} \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 4^x dx + \int_1^2 4x^3 dx = \frac{4^x}{\ln 4} \Big|_0^1 + x^4 \Big|_1^2 = \frac{4-1}{\ln 4} + 16-1 = \frac{3}{\ln 4} + 15;$$

$$\text{б)} \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^1 + \ln x \Big|_1^2 = \frac{2}{3} + \ln 2.$$

$$1660. \text{ а)} y=2^x; y=3-x; y=0; x=0; S = \int_0^1 2^x dx + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{\ln 2};$$

$$\text{б)} y=3^x; y=5-2x; y=0; x=0; S = \int_0^1 3^x dx + \int_1^{5/2} (5-2x) dx = \frac{1}{\ln 3} + (5x-x^2) \Big|_1^{5/2} = \\ = \frac{25}{2} - \frac{25}{4} - 5 + 1 + \frac{1}{\ln 3} = \frac{9}{4} + \frac{1}{\ln 3}.$$

$$1661. \text{ а)} y = \frac{1}{x^2}; y=2^x-1; x=2; S = \int_1^2 \left(2^x - 1 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\frac{2^x}{\ln 2} - x + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \\ = \frac{4}{\ln 2} - 2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\ln 2} + 1 - 1 = \frac{2}{\ln 2} - \frac{3}{2};$$

$$\text{б)} y = \frac{1}{\sqrt{x}}; y=2^{x-1}; x=4; S = \int_1^4 \left(2^{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \left(\frac{2^{x-1}}{\ln 2} - 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^4 =$$

$$= \frac{8}{\ln 2} - 4 - \frac{1}{\ln 2} + 2 = \frac{7}{\ln 2} - 2.$$

$$1662. \text{ а)} y=e^x; y=\frac{e}{x}; x=e; x=0; y=0;$$

$$S = \int_0^1 e^x dx + \int_1^e \frac{e}{x} dx = e^x \Big|_0^1 + e \ln x \Big|_1^e = e-1+e=2e-1;$$

$$\text{б)} y = \left(\frac{1}{3} \right)^x; y=x^2+1; x=2; S = \int_0^2 \left(x^2 + 1 - \frac{1}{3^x} \right) dx =$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{\ln 3} \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{9 \ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{14}{3} - \frac{8}{9 \ln 3} = \frac{2}{3} \left(7 - \frac{4}{3 \ln 3} \right).$$

Глава 8. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

§ 55. Равносильность уравнений

1663. $2^x=256$; $x=8$;

а) $\log_2 x=3$; да;

б) $x^2-9x+8=0$; нет;

в) $3x^2-24x=0$; нет;

г) $\frac{16}{x}=2$; да.

1664. $\sin x=0$; $x=\pi n$;

а) $\cos x=1$; $x=2\pi n$; нет;

б) $\operatorname{tg} x=0$; $x=\pi n$; да;

в) $\cos 2x=1$; $x=\pi n$; да;

г) $\sqrt{x-1} \sin x=0$; $x=1$ и $x=\pi n$; нет.

1665. а) $\sqrt{2x-1}=3$; $x=5$; 1) $5x=25$; 2) $x/5=1$; 3) $\sqrt{x+4}=3$;

б) $\cos x=3$; решений нет; 1) $\sin x=5$; 2) $\cos x=-3$; 3) $\sin x=-10$;

в) $\lg x^2=4$; $x=\pm 100$; 1) $x^2=100^2$; 2) $\sqrt{x^2}=100$; 3) $|x|=100$;

г) $x^{\frac{3}{5}}=-1$; $x=-1$; 1) $x^{\frac{1}{5}}=-1$; 2) $x^{\frac{1}{7}}=-1$; 3) $3 \times \frac{1}{19}=-3$.

1666. а) $\sqrt{7x+3}=x \Rightarrow 7x+3=x^2$ (все x , удовлетворяющие первому уравнению, удовлетворяют и второму);

б) $\log_2(x-1)-\log_2 x=0 \Rightarrow \log_2(1-(1/x))=0$;

в) $\sin(\pi-x) \operatorname{ctg} x=-(1/2) \Rightarrow \cos x=-(1/2)$;

г) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \operatorname{tg} x=0 \Rightarrow \sin x=0$.

1667. а) $x^{37}-12x^2+1=0$ и $x^{37}+1=12x^2$;

перенос слагаемого из одной части уравнения в другую не изменяет равносильности;

б) $\sqrt[5]{x^2-2x-3}=2$ и $x^2-2x-3=32$;

возведение обеих частей уравнения в нечетную степень не нарушает равносильности;

1668. а) $\sqrt{2x^2+2}=\sqrt{x^4+3}$ и $2x^2+2=x^4+3$;

т.к. подкоренные выражения всегда положительны, то возведение в квадрат не нарушит равносильности;

б) $\sqrt[4]{\sin^2 x+1}=1$ и $\sin^2 x=0$,

т.к. подкоренные выражения всегда отрицательные, то возведя в 4 степень и вычтя из обеих частей уравнения единицу получим второе уравнение, равносильны первому.

$$1669. \text{ а) } 3^{\sqrt{x+4}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \text{ и } \sqrt{x} + 4 - x = 0;$$

$$3^{\sqrt{x+4}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x+4}-x} = 3^0;$$

логарифмируя по основанию 3, получим второе уравнение;

$$\text{б) } \sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4 \text{ и } x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 2;$$

$$\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4 \Leftrightarrow 2^{-\frac{x}{2}+x^2+\frac{1}{2}} = 2^2;$$

логарифмируя по основанию 2, получим второе уравнение.

$$1670. \text{ а) } \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} = 3 \text{ и } x^2 + 3x - 1 = 3x^2 + 3;$$

т.к. $x^2 + 1 > 0$ при всех x , то, домножив обе части уравнения на $x^2 + 1$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности;

$$\text{б) } \frac{\sin x + 1}{\sin x + 2} = \frac{1}{2} \text{ и } \sin x + 1 = \frac{1}{2} \sin x + 1,$$

т.к. $\sin x + 2 > 0$ при всех x , то, домножив обе части уравнения на $\sin x + 2$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности.

$$1671. \text{ а) } \sqrt{3x - 5} = \sqrt{9 - 7x}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 5/3; \\ x \leq 9/7; \end{cases}$$

т.к. $5/3 > 9/7$, то эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

$$\text{б) } \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{1 - x^2} = 4;$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 4; \\ x \leq 1 \end{cases}; \text{ эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет}$$

корней.

$$1672. \text{ а) } \lg(x^2 - 9) + \lg(4 - x^2) = \frac{1}{2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x^2 > 9; \\ x^2 < 4 \end{cases};$$

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

$$\text{б) } \lg(x^2 - 3x) - \lg(2x - x^2) = \frac{1}{2}; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x^2 - 3x > 0; \\ 2x - x^2 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty); \\ x \in (0; 2) \end{cases};$$

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

1673. а) $\sqrt{7x-6}=x$; ОДЗ: $\begin{cases} 7x-6 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{6}{7}$; $x^2-7x+6=0$; $x=6$; $x=1$;

б) $x+3=\sqrt{2x+9}$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x+9 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$; $x \geq -3$; $x^2+4x=0$; $x=0$;

$x=-4$, — не входит в ОДЗ;

в) $\sqrt{6x-11}=x-1$; ОДЗ: $\begin{cases} 6x-11 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{11}{6}$; $x^2-8x+12=0$; $x=6$; $x=2$;

г) $-x-5=\sqrt{7x+23}$; ОДЗ: $\begin{cases} -x-5 \geq 0 \\ 7x+23 \geq 0 \end{cases}$; эта система не имеет решений,

поэтому уравнение также не имеет решений.

1674. а) $\sqrt{x^4-3x-1}=x^2-1$; $x^4-3x-1=x^4-2x^2+1$; $2x^2-3x-2=0$;

1) $x=-\frac{1}{2}$; проверка: $\frac{1}{16}+\frac{3}{2}-1 > 0$; $\frac{1}{4}-1 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x=2$ — подходит;

Ответ: 2.

б) $\sqrt{x^4-3x-1}=1-x^2$; 1) $x=-\frac{1}{2}$; проверка: $1-\frac{1}{4} > 0$;

$\frac{1}{16}+\frac{3}{2}-1 > 0 \Rightarrow$ подходит; 2) $x=2$ — не подходит;

Ответ: $-(1/2)$.

в) $\sqrt{x^4+x-9}=1-x^2$; $x^4+x-9=x^4-2x^2+1$; $2x^2+x-10=0$;

1) $x=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$; проверка: $\left(\frac{5}{2}\right)^4-\frac{5}{2}-9 > 0$; $1-(2,5)^2 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x=2$; проверка: $1-4 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

Ответ: решений нет.

г) $\sqrt{x^4+x-9}=x^2-1$;

1) $x=-2,5$, проверка: $(2,5)^2-1 > 0 \Rightarrow$ подходит;

2) $x=2$, проверка: $2^2-1 > 0 \Rightarrow$ подходит.

Ответ: $-2,5$; 2.

1675. а) $\sqrt{x^4-5x^2-2,5x}=5-x^2$; $x^4-5x^2-2,5x=x^4-10x^2+25$;

$5x^2-2,5x-25=0$; $2x^2-x-10=0$;

1) $x=\frac{5}{2}$; проверка: $(2,5)^4-5 \cdot 2,5^2-2,5^2 > 0$; $5-(2,5)^2 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

2) $x=-2$; проверка: $2^4-5 \cdot 2^2+2,5 \cdot 2 > 0$; $5-2^2 > 0 \Rightarrow$ подходит;

Ответ: -2 ;

б) $\sqrt{x^4 - 5x^2 - 2,5x} = x^2 - 5$; $x = \frac{5}{2}$ — подходит; $x = -2$ — не подходит;

Ответ: $5/2$;

в) $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = x^2 - 3$;

$x^4 - 3x^2 - 1,5x = x^4 - 6x^2 + 9$;

$3x^2 - \frac{3}{2}x - 9 = 0$; $2x^2 - x - 6 = 0$;

1) $x = 2$; проверка: $16 - 12 - 3 > 0$; $4 - 3 > 0 \Rightarrow$ подходит;

2) $x = -\frac{3}{2}$; проверка: $\frac{9}{4} - 3 < 0 \Rightarrow$ не подходит;

Ответ: 2;

г) $\sqrt{x^4 - 3x^2 - 1,5x} = 3 - x^2$; $x = -\frac{3}{2}$ — подходит; $x = 2$ — не подходит.

Ответ: $-(3/2)$.

1676. а) $(x^2 - 9)(\sqrt{3 - 2x} - x) = 0$; ОДЗ: $x \leq \frac{3}{2}$;

1) $x = 3$ — не подходит;

2) $x = -3$ — подходит; $\sqrt{3 - 2x} = x$, $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0, \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x = -3$ — подходит;

$x = 1$ — подходит;

Ответ: 1; -3.

б) $(x^2 - 16)(\sqrt{4 - 3x} - x) = 0$; ОДЗ: $x \leq \frac{4}{3}$;

1) $x = 4$ — не подходит;

2) $x = -4$ — подходит;

3) $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 = 0, \\ x \geq 0 \end{cases}$; $x = -4$, $x = 1$ — подходит;

Ответ: 1; -4.

1677. а) $\sin 2x \cdot \sqrt{4 - x^2} = 0$. ОДЗ: $-2 \leq x \leq 2$;

1) $\sin 2x = 0$; $2x = \pi n$; $x = \frac{\pi n}{2}$. $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$,

(т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $\sqrt{4 - x^2} = 0$; $x = \pm 2$;

Ответ: 0 ; $\pm \frac{\pi}{2}$; ± 2 ;

б) $(\cos 2x - 1) \sqrt{9 - x^2} = 0$ ОДЗ: $-3 \leq x \leq 3$;

1) $\cos 2x = 1$; $x = \pi n$; $x = 0$;

2) $9 - x^2 = 0$; $x = \pm 3$;

Ответ: $0; \pm 3$;

в) $(\cos^2 x - \sin^2 x) \sqrt{1 - x^2} = 0$. ОДЗ; $-1 \leq x \leq 1$.

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$; $\cos 2x = 0$; $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $x = -\frac{\pi}{4}$; $x = \frac{\pi}{4}$;

2) $1 - x^2 - 0$; $x = \pm 1$;

Ответ: $1; \pm \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0$; ОДЗ: $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n; \\ -4 \leq x \leq 4 \end{cases}$

1) $\operatorname{tg} x = 0$; $x = \pi n$; $x = \pm \pi$, $x = 0$;

2) $16 - x^2 = 0$; $x = \pm 4$;

Ответ: $0; \pm \pi; \pm 4$.

1678. а) $\frac{\log_2(7 + 6x - x^2) - \log_2(x - 2)}{10x - 24 - x^2} = 2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 7 + 6x - x^2 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ 10x - 24 - x^2 \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2 < x < 7 \\ x \neq 6 \\ x \neq 4 \end{cases}$; т.к. x — целые, то возможные

карни — $x = 3$ и $x = 5$; подстановкой в уравнение легко убедиться, что $x = 5$ — корень, $x = 3$ — не корень;

Ответ: 5;

б) $\frac{\log_2(7 + 6x + x^2) - \log_2(x - 2)}{10x - 24 - x^2} = 2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 6 + 5x - x^2 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 9x + 20 \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2 < x < 6 \\ x \neq 4 \\ x \neq 5 \end{cases}$;

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим $x = 3$;

Ответ: 3.

§ 56. Общие методы решения уравнений

1679. а) $3^{2-x} = 3^{x^2-4x}$;

т.к. обе части положительны, то прологарифмировав по основанию 3 получим: $2 - x = x^2 - 4x$;

б) $(3x^2 - 2)^4 = (x - 3)^4$;

т.к. подстепенные выражения могут быть отрицательными нельзя извлечь корень 4 степени;

$$в). \sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1};$$

т.к. $\sqrt[3]{a}$ определен для всех a , то обе части уравнения можно возвести в куб, не нарушая равносильности; получим: $7-x = 5x+1$;

$$г) \lg \frac{1}{x} = \lg(2x-7), \text{ в исходном уравнении имеем: } 1/x > 0, 2x-7 > 0; \text{ если}$$

это уравнение пропотенцировать, то получим уравнение $1/x = 2x-7$, правая и левая части которого не обязательно положительны, а значит это уравнение не равносильно исходному.

$$1680. а) (2x^4 + 1)^5 = (1 - x^3)^5;$$

аналогично пункту в предыдущей задачи получим равносильное уравнение $2x^4 + 1 = 1 - x^3$;

$$б) \log_{0,2}(2\sin x - 1) = \log_{0,2}(3 - \sin^2 x);$$

поскольку $3 - \sin^2 x > 0$ при всех x , то потенцированием получили уравнение $2\sin x - 1 = 3 - \sin^2 x$; равносильное исходному;

$$в) \sqrt[6]{2^x - 1} = \sqrt[6]{5 - 3 \cdot 2^x};$$

т.к. подкоренные выражения должны быть неотрицательны, то, возведя в шестую степень мы нарушим равносильность;

$$г) \cos(3^x - 1) = \cos(3 - 9^x);$$

уравнение $3^x - 1 = 3 - 9^x$ не будет равносильно исходному, поскольку \cos — периодическая функция.

$$1681. а) 2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2} \sqrt{32}; \text{ ОДЗ: } x \geq 3;$$

$$2^{\sqrt{x-3}} = 2^{\frac{3}{2}}; 4x - 12 = 9; x = \frac{21}{4} > 3;$$

Ответ: 21/4;

$$б) 10^{\log_2(x-3)} \cdot 0,0001 = 0,1^{\log_2(x-7)};$$

ОДЗ: $x > 3$;

$$10^{\log_2(x-3)-4} = 10^{-\log_2(x-7)};$$

$$x^2 - 10x + 21 = 16;$$

$$x^2 - 10x + 5 = 0;$$

$$x = 5 + 2\sqrt{5} > 3, \quad x = 5 - 2\sqrt{5} < 3;$$

Ответ: $x = 5 + 2\sqrt{5}$ (в ответе задачника опечатка).

$$1682. а) 0,5^{\sin x - \cos x} = 1; \sin x - \cos x = 0; \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0; x = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

$$б) (\sqrt{3})^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}; 3^{\frac{1}{2}\cos^2 x + 1,5} = 3^{\frac{3}{2}}; \cos^2 x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi n.$$

$$1683. а) \log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8); \text{ ОДЗ: } x > 2;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; x = 6, x = 8;$$

Ответ: 6; 8;

б) $\log_{0,8} (9x - 4x^2) = \log_{0,8} (x^3 + 4x^2)$; ОДЗ: $0 < x < \frac{9}{4}$; $x^3 + 8x^2 - 9x = 0$;

$x(x^2 + 8x - 9) = 0$; $x = 0$, $x = -9$, $x = 1$; $x = 0$ и $x = -9$ не входят в ОДЗ;
 Ответ: 1;

в) $\log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \end{cases}$, $x \neq 2$;

$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}$; $x^2 - 2x = 0$; $x = 0$, $x = 2$; $x = 2$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: 0;

г) $\log_{0,1} \sqrt{5x-6} = \log_{0,1} \sqrt{x^2-2}$; ОДЗ: $\begin{cases} 5x-6 > 0 \\ x^2-2 > 0 \end{cases}$; $x > \sqrt{2}$;

$5x - 6 = x^2 - 2$; $x^2 - 5x + 4 = 0$; $x = 4$, $x = 1$; $x = 1$ — не подходит;
 Ответ: 4.

1684. а) $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$; $x^2 - 8x + 7 = 0$; $x = 7$, $x = 1$;
 Ответ: 1; 7;

б) $(\sqrt{6x-1} + 1)^9 = (\sqrt{6x+8})^9$; ОДЗ: $\begin{cases} 6x-1 \geq 0 \\ 6x+8 \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{1}{6}$;

$6x - 1 + 1 + 2 + 2\sqrt{6x-1} = 6x + 8$; $6x - 1 = 16$; $x = 17/6$;

Ответ: 17/6;

в) $(2^{2x} + 16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}$; $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$; $2^{2x} = 8$, $x = 3$, $2^{2x} = 2$, $x = 1$;
 Ответ: 1; 3;

г) $(\log_{0,1}^2 x - 2)^3 = (2\log_{0,1} x + 1)^3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,1} x - 2 \log_{0,1} x - 3 = 0$;

$\log_{0,1} x = 3$, $x = 0,001$; $\log_{0,1} x = -1$, $x = 10$;

Ответ: 10; 0,001.

1685. а) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) = 0$;

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$;

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$;

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right)$;

$$\frac{\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)} = 0;$$

$\sin\left(3x + \frac{\pi}{24}\right) = 0$, $\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right) \neq 0$, $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0$;

$$x = -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3}, x \neq \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{4};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3};$$

$$\text{в) } \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right); \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\frac{3x}{2} = 0;$$

$$x = \frac{2\pi n}{3}, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$\text{Ответ: } \frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 2x = \operatorname{ctg} 3x; \frac{\cos 3x \sin 2x - \sin 3x \cos 2x}{\sin 2x \sin 3x} = 0; \sin x = 0, x \neq \frac{\pi n}{2}, x \neq \frac{\pi n}{3};$$

Ответ: нет решений.

$$\mathbf{1686.} \text{ а) } 2^{x^2+3} - 8^{x+1} = 0; x^2 + 3 = 3x + 3; x^2 - 3x = 0; x = 0, x = 3;$$

Ответ: 0; 3.

$$\text{б) } 27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0; 15 - 3x^2 = x^2 - 1; 4x^2 = 16; x = \pm 2;$$

Ответ: ± 2 .

$$\mathbf{1687.} \text{ а) } 2^{\log_8 x - \log_8^2 + 2,5} = (2\sqrt{2} + 1)^2 - 9; 2^{\log_8 x - \log_8^2 + 2,5} = 2^3 + 4\sqrt{2} - 8;$$

$$\log_8 x^2 - \log_8 x = 0; \log_8 x = 0; x = 1;$$

$$\text{б) } 3^{\cos x} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \cos x + 1,5 = 1; \cos x = -(1/2); x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$\mathbf{1688.} \text{ а) } (\sqrt{3})^{\lg x} = \frac{3\sqrt{27}}{3^{\lg x}}; \frac{1}{2} \operatorname{tg} x = 1,5 - \operatorname{tg} x; \operatorname{tg} x = 1; x = \frac{\pi}{4} + \pi n;$$

$$\text{б) } (\sqrt{2})^{2 \cos x} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos 2x}}; \cos x = -\cos x - 1; \cos x = -\frac{1}{2}; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$\mathbf{1689.} \text{ а) } \log_2 \frac{(7x-9)}{3} - \log_2 \frac{(8-x)}{3} = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 7x+9 > 0 \\ 8-x > 0 \end{cases}; -\frac{9}{7} < x < 8;$$

$$7x + 9 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x; 23x = -11; x = -\frac{11}{23};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{11}{23}$$

$$\text{б) } \log_{1,2} (3x-1) + \log_{1,2} (3x+1) = \log_{1,2} 8; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases}; x > \frac{1}{3};$$

$$9x^2 = 9; x = 1, x = -1; x = -1 \text{ — не входит в ОДЗЖ}$$

Ответ: 1.

1690. а) $x^3 - 9x^2 + 20 = 0$; $x(x^2 - 9x + 20) = 0$; $x(x - 4)(x - 5) = 0$;
 $x = 0$, $x = 4$, $x = 5$;
б) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$; $x(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4) = 0$;
 $(x - 2)(x + 2)(x - 3) = 0$; $x = \pm 2, x = 3$;
в) $x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0$; $(x^3 + 8x + 12) = 0$; $x^3(x + 6)(x + 2) = 0$;
 $x = 0$, $x = -2$, $x = -6$;
г) $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$; $(x^2 - 9)(x + 1) = 0$; $(x + 1)(x - 3)(x + 3) = 0$;
 $x = \pm 3$, $x = -1$.

1691. а) $\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 8\sqrt{x} = 0$; ОДЗ: $x \geq 0$; $\sqrt{x}(x^2 - 3x - 18) = 0$;
 $\sqrt{x}(x - 6)(x + 3) = 0$; $x = 0$, $x = 6$, $x = -3$;
 $x = -3$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 0; 6;

б) $\sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0$; ОДЗ: $x \geq 0$; $\sqrt[4]{x}(x^2 - 2x - 16) = 0$;
 $\sqrt[4]{x}(x - 5)(x + 3) = 0$; $x = 0$, $x = 5$, $x = -3$; $x = -3$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 0; 5.

1692. а) $2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0$; $2^x(x + 1) - 4(x + 1) = 0$;
 $(x + 1)(2^x - 4) = 0$; $x = 2x = -1$;
б) $3^x \cdot x - 3^{x+1} + 27 - 9x = 0$; $3^x(x - 3) - 9(x - 3) = 0$;
 $(x - 3)(3^x - 9) = 0$; $x = 2$, $x = 3$;

1693. а) $2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 - x^2 = 0$; $x^2(2 \sin x - 1) - 4(2 \sin x - 1) = 0$;
 $(2 \sin x - 1)(x - 2)(x + 2) = 0$; $x = 2$, $x = -2$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$;
б) $2x^2 \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2$; $x^2(2 \cos x - 1) - 9(2 \cos x - 1) = 0$;
 $(2 \cos x - 1)(x - 3)(x + 3) = 0$; $x = \pm 3$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

1694. а) $\sin 2x = \sin x$; $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$; $x = \pi n$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$;
б) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$; $\cos x(\cos x + 2 \sin x) = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;
 $x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n$;

в) $\sqrt{3} \cos 3x = \sin 6x$; $\cos 3x(\sqrt{3} - 2 \sin 3x) = 0$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$,

$x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$;

г) $\sin^2(\pi + \frac{x}{2}) - \frac{1}{2} \sin x = 0$; $\sin \frac{x}{2}(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0$;

$$\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = 0; \quad x = 2\pi n; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n.$$

1695. а) $8x^6 + 7x^3 - 1 = 0$; пусть $x^3 = a$, тогда получим: $8a^2 + 7a - 1 = 0$;

$$a = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}; \quad a = -1 \Rightarrow x = -1;$$

Ответ: $\frac{1}{2}; -1$;

б) $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$; пусть $x^4 = a \geq 0$, тогда получим: $a^2 + 3a - 4 = 0$;

$$a = 1 \Rightarrow x = \pm 1; \quad a = 4 \text{ — не подходит};$$

Ответ: ± 1 .

1696. а) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 6\sqrt{x-1} = 7; \quad \sqrt{x-1} = a \geq 0; \quad a^2 - 6a - 7 = 0$;

$$a = 7 \Rightarrow x = 50; \quad a = 1 \text{ — не подходит};$$

Ответ: 50;

б) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 5\sqrt{2-x}; \quad \sqrt{2-x} = a \geq 0; \quad a^2 - 5a - 6 = 0$;

$$a = 6 \Rightarrow x = -34; \quad a = -1 \text{ — не подходит};$$

Ответ: -34.

1697. а) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 4\sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}} = 4; \quad \sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a \geq 0; \quad a + (4/a) = 4$;

$$a^2 - 4a + 4 = 0; \quad a = 2; \quad 2x + 3 = 8x - 4; \quad 6x = 7; \quad x = 7/6;$$

б) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} + 5\sqrt{\frac{x+3}{5x-1}} = 6; \quad \sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = a \geq 0; \quad a + \frac{5}{a} = 6; \quad a^2 - 6a + 5 = 0$;

$$a = 1 \Rightarrow x = 1; \quad a = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 25x + 75; \quad 20x = -76; \quad x = -3,8;$$

Ответ: 1; -3,8.

1698. а) $2^x + 2^{x-1} = 3; \quad 2^x = a > 0; \quad a + \frac{2}{a} = 3; \quad a^2 - 3a + 2 = 0$;

$$a = 1 \Rightarrow x = 0; \quad a = 2 \Rightarrow x = 1;$$

Ответ: 0; 1;

б) $25^{-x} - 50 = 5^{-x+1}; \quad 5^{-x} = a > 0; \quad a^2 - 5a - 50 = 0; \quad a = 10 \Rightarrow x = -\log_5 10$;

$$a = -5 \text{ — не подходит};$$

Ответ: $-\log_5 10$;

в) $5^x + 4 = 5^{2x+1}; \quad 5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 = 0; \quad a = 5^x > 0; \quad 5a^2 - a - 4 = 0$;

$$a = -\frac{4}{5} < 0 \text{ — не подходит}; \quad a = 1 \Rightarrow x = 0;$$

Ответ: 0;

г) $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}; \quad 3^x = a > 0; \quad 3 \cdot a^2 - 29a + 18 = 0$;

$$a = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 2 - 1; \quad a = 9 \Rightarrow x = 2;$$

Ответ: 2; $\log_3 2 - 1$.

1699. а) $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7$; $7^x = a > 0$; $7a^2 - 50a + 7 = 0$; $a = 1/7 \Rightarrow x = -1$;

$a = 7 \Rightarrow x = 1$;

Ответ: ± 1 ;

б) $\log_2^2 x + 12 = 7 \log_2 x$; $\log_2 x = a$; $a^2 - 7a + 12 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 8$;

$a = 4 \Rightarrow x = 16$;

Ответ: 8; 16;

в) $4 \sin^2 x + 4 = 17 \sin x$; $\sin x = a$, $|a| \leq 1$; $4a^2 - 17a + 4 = 0$;

$a = 1/4 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$. $a = 4 > 1$ — не подходит;

Ответ: $(-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$;

г) $\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} - 2 = 0$; $\sqrt[6]{x} = a > 0$; $a^2 - a - 2 = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 64$;

$a = -1 > 0$ — не подходит;

Ответ: 64.

1700. а) $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $a = \lg x$; $4a^2 + a - 5 = 0$;

$a = -\frac{5}{4} \Rightarrow x = 10^{-(5/4)}$; $a = 1 \Rightarrow x = 10$;

Ответ: 10; $10^{-(5/4)}$

б) $3^x + 3^{-x+1} = 4$; $3^x = a > 0$; $a^2 - 4a + 3 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 1$; $a = 1 \Rightarrow x = 0$.

Ответ: 0; 1;

в) $2\cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0$; $\cos x = a$, $|a| \leq 1$; $2a^2 - 7a - 4 = 0$;

$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $a = 4 > 1$ — не подходит;

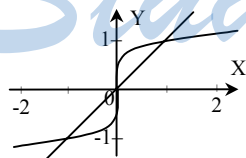
Ответ: $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$;

г) $5^{2\sqrt{x}} + 125 = 6 \cdot 5^{\sqrt{x}+1}$; $5^{\sqrt{x}} = a > 0$; $a^2 - 30a + 125 = 0$; $a = 5 \Rightarrow x = 1$;

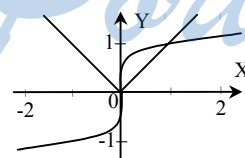
$a = 25 \Rightarrow x = 4$;

Ответ: 1; 4.

1701. а) $x = \sqrt[3]{x}$; $x = 0$; $x = \pm 1$.

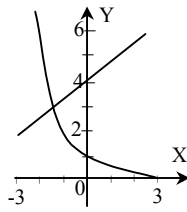
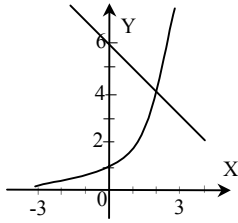


б) $|x| = \sqrt[5]{x}$; $x = 1$; $x = 0$ (см. рис.)

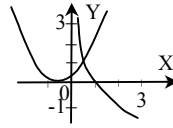
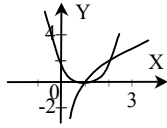


1702. а) $2^x = 6 - x$; $x = 2$ (см. рис.)

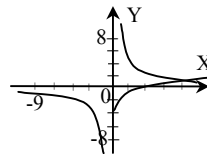
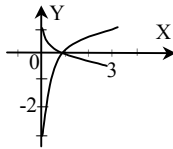
б) $(1/3)^x = x + 4$; $x = -1$ (см. рис.)



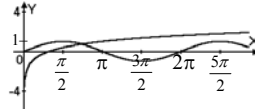
1703. а) $(x-1)^2 = \log_2 x$; $x=1$; $x=2$ (см. рис.) б) $\log_{1/2} x = (x + 1/2)^2$; $x = 1/2$ (см. рис.).



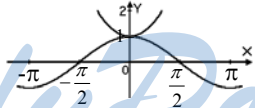
1704. а) $1 - \sqrt{x} = \ln x$; $x=1$ (см. рис.) б) $\sqrt{x} - 2 = \frac{9}{x}$; $x=9$ (см. рис.).



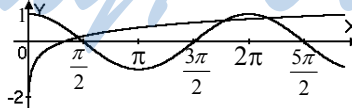
1705. а) $\log_{\pi} x = \sin x$; 1 решение (см. рис.);



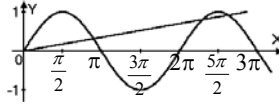
б) $x^2 + 1 = \cos x$; 1 решение (см. рис.);



в) $\log_{3\pi} x = \cos x$; 3 решения (см. рис.);



г) $\sin x = \frac{1}{9} x$; $x=0$ — решение, при $x > 0$ — 3 решения (см. рис.) и в силу нечетности обеих частей уравнения при $x < 0$ также 3 решения; т.к. всего 7 решений.



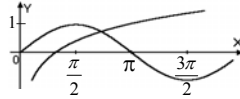
1706. а) $2^x = \sin x$, $x \in [0; +\infty)$; при $x = 0$ $2 = 1 \neq 0 = \sin 0$; при $x > 0$ $2^x > 1$, $\sin x \leq 1$, значит, решений нет;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \cos x$, $x \in (-\infty; 0]$; при $x = 0$, $\frac{4^x}{5} = 1 = \cos 0$; при $x < 0$ $\left(\frac{4}{5}\right)^x > 1$,

$\cos x \leq 1$, т.е. имеется 1 решение — $x = 0$;

в) $7^x = \cos x$, $x \in [0; +\infty)$; рассуждения аналогичны предыдущему пункту; 1 решение;

г) $\log_3 x = \sin x$, $x \in (0; 3]$; 1 решение (см. рис.) (в ответе задачника опечатка).



1707. а) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; $(x^3 - x) - (5x^2 - 5x) + (6x - 6) = 0$;
 $(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$; $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$; $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$;

б) $x^3 + 7x^2 - 6 = 0$; $(x + 1)(x^2 + 6x - 6) = 0$; $x = -1$, $x = -3 \pm \sqrt{15}$;

в) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$; $(x^2 + 3)(x + 2) = 0$; $x = -2$;

г) $x^3 + 4x^2 - 24 = 0$; $(x - 2)(x^2 + 6x + 12) = 0$; $(x - 2)((x + 3)^2 + 3) = 0$; $x = 2$.

1708. а) $(x - 4)^4 + 36 = 13(x^2 - 2x + 1)$; $(x - 4)^4 - 13(x - 1)^2 + 36 = 0$;

1) $(x - 1)^2 = 4$; $x = 3$, $x = -1$; 2) $(x - 1)^2 = 9$; $x = 4$, $x = -2$;

Ответ: 3; 4; -1; -2;

б) $(2x + 3)^4 - 9 = 8(4x^2 + 12x + 9)$; $(2x + 3)^4 - 8(2x + 3)^2 - 9 = 0$;

1) $(2x + 3)^2 = 9$; $x = 0$, $x = -3$; 2) $(2x + 3)^2 = -1$; нет решений;

Ответ: 0; -3.

1709. а) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1$; $x^2 - 5x + 7 = a$; $a^2 - a + 1 = 1$;

1) $a = 0$; $x^2 - 5x + 7 = 0$; решений нет; 2) $a = 1$; $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x = 2$, $x = 3$;

Ответ: 2; 3;

б) $((x - 2)(x - 4))^2 + 2(x - 3)^2 + 2 = 0$; $(x^2 - 6x + 8)^2 + 2(x^2 - 6x + 9) + 2 = 0$;
 $x^2 - 6x + 8 = a$; $a^2 + 2(a + 1) + 2 = 0$; $a^2 + 2a + 4 = 0$; решений нет.

1710. а) $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15$; $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15$; $x^2 - 3x + 1 = a$;
 $a^2 = 16$;

1) $a = 4$; $x^2 - 3x - 3 = 0$; $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$;

2) $a = -4$; $x^2 - 3x + 5 = 0$; решений нет.

Ответ: $\frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$;

б) $(x - 1)(x + 1)x(x + 2) = 24$; $(x^2 + x)(x + x - 2) = 24$; $x^2 + x - 1 = a$; $a^2 = 25$;

1) $a = 5$; $x^2 + x - 6 = 0$; $x = -3$, $x = 2$;

2) $a = -5$; $x^2 + x + 4 = 0$; решений нет;

Ответ: -3 ; 2 .

1711. а) $\frac{3}{x^2 + x + 1} = 3 - x - x^2$; $x^2 + x + 1 = a$; $\frac{3}{a} = -a + 4$; $a^2 - 4a + 3 = 0$;

1) $a = 1$; $x^2 + x = 0$; $x = 0$, $x = -1$;

2) $a = 3$; $x^2 + x - 2 = 0$; $x = -2$, $x = -1$;

Ответ: 0 ; ± 1 ; -2 ;

б) $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$; $x^2 - x = a$; $\frac{a}{a+1} - \frac{a+2}{a-2} = 1$;

$a^2 - 2a - a^2 - 3a - 2 = a^2 - a - 2$; $a^2 + 4a = 0$;

1) $a = 0$; $x^2 - x = 0$; $x = 0$, $x = 1$;

2) $a = -4$; $x^2 - x + 4 = 0$; решений нет;

Ответ: 0 ; 1 .

1712. а) $\sqrt{6x^2 - 3} = \sqrt{5x - 2}$; $\begin{cases} x \geq \frac{2}{5} \\ 6x^2 - 5x - 1 = 0 \end{cases}$; $x = 1$;

б) $\sqrt{3x^2 - 5x} = \sqrt{x^2 + 2x - 5}$; $\begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [\frac{5}{3}; +\infty) \\ 2x^2 - 7x + 5 = 0 \end{cases}$; $x = \frac{5}{2}$.

1713. а) $\sqrt{2x^2 - 11x + 6} = 2x - 9$; $\begin{cases} 2x^2 - 11x + 6 = 4x^2 - 36x + 81 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases}$;

$\begin{cases} 2x^2 - 25x + 75 = 0 \\ x \geq \frac{9}{2} \end{cases}$; $x = 5$, $x = \frac{15}{2}$;

б) $\sqrt{x^2 + 2x - 8} = 2x - 4$; $\begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 8 = 4x^2 - 16x + 16 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x^2 - 18x - 24 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$;
 $x = 4$, $x = 2$.

1714. а) $16x - 15\sqrt{x} - 1 = 0$; $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$;

$\sqrt{x} = (1/16)$ — не имеет решений;

Ответ: 1 ;

б) $2 - x + 3\sqrt{2-x} = 4$; $\sqrt{2-x} = a \geq 0$; $a^2 + 3a - 4 = 0$; $a = 1 \Rightarrow x = 1$;

$a = -4$ — не подходит;

Ответ: 1 ;

в) $3x - 8\sqrt{x} + 5 = 0$; $\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$; $\sqrt{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9}$;

Ответ: $1; \frac{25}{9}$;

г) $5\sqrt{x+3} + x + 3 = 6; \sqrt{x+3} = a \geq 0; a^2 + 5a = 6; a = 1 \Rightarrow x = -2;$
 $a = -5$ — не подходит;
Ответ: -2 .

1715. а) $\sqrt[5]{x} - \sqrt[10]{x} - 2 = 0; \sqrt[10]{x} = a \geq 0; a^2 - a - 2 = 0; a = 2 \Rightarrow x = 1024;$
 $a = -1$ — не подходит;
Ответ: 1024 ;

б) $\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0; \sqrt[8]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[8]{x} = -3$ — нет решений;
Ответ: 1 ;

в) $\sqrt[3]{x} - 6\sqrt[6]{x} + 8 = 0; \sqrt[6]{x} = 4 \Rightarrow x = 4096; \sqrt[6]{x} = 2 \Rightarrow x = 64;$
Ответ: $4096; 64$;

г) $6\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[8]{x} - 4 = 0; \sqrt[8]{x} = 1 \Rightarrow x = 1; \sqrt[8]{x} = (2/3)$ — решений нет;
Ответ: 1 .

1716. а) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}; x \geq 1; 2x + 2\sqrt{x^2-1} = 2;$

$\sqrt{x^2-1} = 1-x; x \leq 1 \Rightarrow x = 1$; проверка: $\sqrt{2} = \sqrt{2}$;

Ответ: 1 ;

б) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{3}$; ОДЗ: $x \geq 1; 2x + 1 = x - 1 + 3 + 2\sqrt{3x-3}$;

$x - 1 = 2\sqrt{3x-3}; \sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} - 2\sqrt{3}) = 0; x = 1, x = 13;$

Ответ: $1; 13$.

1717. а) $\sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}$; ОДЗ: $x \geq \frac{1}{3}$;

$9x + 1 + 2\sqrt{18x^2-2} = 9x + 1; 18x^2 - 2 = 0; x = \frac{1}{3}$;

$x = -(1/3)$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: $1/3$;

б) $\sqrt{6x-14} - \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq 7/3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 9/5 \end{cases}; x \in [\frac{7}{3}; 5];$

$5x - 9 - 2\sqrt{-6x^2 + 44x - 70} = 5x - 9; x^2 - 22x + 35 = 0; x = 5, x = \frac{7}{3}$;

Ответ: $5; 7/3$.

1718. а) $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}; x^2 - 4x - 6 = a \geq 0; a - 12 = \sqrt{2a}$;

$\begin{cases} a^2 - 26a + 144 = 0, \\ a \geq 12 \end{cases}; a = 18; x^2 - 4x - 12 = 0; x = 6, x = -2;$

180

Ответ: 6; -2;

б) $\sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 = 3x + 7$; $x^2 - 3x + 5 = a \geq 0$; $\sqrt{a} = -a + 12$;

$$\begin{cases} a^2 - 25a + 144 = 0; & a = 9; x^2 - 3x - 4 = 0; x = 4, x = -1; \\ a \leq 12 \end{cases}$$

Ответ: 4; -1;

1719. а) $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$; $x^2 - 3x + 3 = a \geq 0$;

$\sqrt{a} + \sqrt{a + 3} = 3$; ОДЗ: $a \geq 0$; $2a + 3 + 2\sqrt{a^2 + 3a} = 9$;

$$\sqrt{a^2 + 3a} = 3 - a; \begin{cases} a^2 + 3a = a^2 - 6a + 9; & a = 1; x^2 - 3x + 2 = 0; x = 2, x = 1; \\ a \leq 3 \end{cases}$$

Ответ: 2; 1;

б) $\sqrt{x^2 + x + 7} + \sqrt{x^2 + x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 19}$; $x^2 + x + 2 = a \geq 0$;

$\sqrt{a + 5} + \sqrt{a} = \sqrt{3a + 13}$; $2a + 5 + 2\sqrt{a^2 + 5a} = 3a + 13$;

$$2\sqrt{a^2 + 5a} = a + 8; \begin{cases} 3a^2 + 4a - 64 = 0; \\ a \geq -8 \end{cases}$$

1) $a = 4$; $x^2 + x - 2 = 0$; $x = -2, x = 1$;

2) $a = -(16/3)$; $x^2 + x + (22/3) = 0$; решений нет;

Ответ: -2; 1.

1720. а) $\sin^2 x + \cos^2 2x = 1$; $1 - \cos 2x + 2\cos^2 2x = 2$;

$2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0$;

1) $\cos 2x = 1$; $2x = \pi + 2\pi n$; $x = \pi/2 + \pi n$;

2) $\cos 2x = -(1/2)$; $2x = \pm(2\pi)/3 + 2\pi n$; $x = \pm\pi/3 + \pi n$;

Ответ: $\pi/2 + \pi n$; $\pm\pi/3 + \pi n$ (в ответе задачника оечатка);

б) $\cos^2 3x - \sin^2 3x - \cos 4x = 0$; $\cos 6x - \cos 4x = 0$; $\sin x \sin 5x = 0$;

$$x = \frac{\pi n}{5}, x = \pi k; x = (\pi n)/5;$$

Ответ: $(\pi n)/5$.

1721. а) $\cos 5x + \cos 7x - \cos 6x = 0$; $2\cos 6x \cos x - \cos 6x = 0$;

$\cos 6x (2 \cos x + 1) = 0$;

1) $\cos x = 1/2$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$;

2) $\cos 6x = 0$; $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}$;

Ответ: $\pm(\pi/3) + 2\pi n$; $(\pi/12) + (\pi n)/6$;

б) $\sin 9x - \sin 5x + \sin 4x = 0$; $2 \sin 2x (\cos 7x + \cos 2x) = 0$;

$$\sin 2x \cos \frac{9x}{2} - \cos \frac{5x}{2} = 0; x = \frac{\pi n}{2}; x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5};$$

Ответ: $\frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}$; $\frac{\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5}$.

1722. а) $\cos 6x - \cos 2x + \cos 8x - \cos 4x = 0$; $\sin 2x (\sin 4x + \sin 6x) = 0$;

$\sin 2x \sin 5x \cos x = 0$; $x = \frac{\pi n}{2}$, $x = \frac{\pi n}{5}$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi n}{5}$;

б) $\sin 3x - \sin x + \cos 3x - \cos x = 0$; $\sin x (\cos 2x - \sin 2x) = 0$;

$\sin x \sin(2x - (\pi/4)) = 0$; $x = \pi n$, $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$;

Ответ: πn ; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

1723. а) $3 \operatorname{tg}^2 x - 8 = 4 \cos^2 x$; ОДЗ: $\cos x \neq 0$; $3 - 3 \cos^2 x - 8 \cos^2 x = 4 \cos^4 x$;
 $4 \cos^4 x + 11 \cos^2 x - 3 = 0$;

1) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$; $\cos x = \pm \frac{1}{2}$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $x = \pm(\pi/3) + \pi n$;

2) $\cos^2 x = -3$; решений нет;

Ответ: $\pm(\pi/3) + \pi n$;

б) $4 \sin^2 x = 4 - 9 \operatorname{tg}^2 x$; $4 \sin^2 x = 4 - 9 \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}$; $4 \sin^4 x - 17 \sin^2 x + 4 = 0$;

1) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$;

2) $\sin^2 x = 4$; решений нет;

Ответ: $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$.

1724. а) $\sin^3 x - \sin^2 x \cos x + 3 \cos^3 x = 3 \sin x \cos^2 x$;

$\sin^2 x (\sin x - \cos x) - 3 \cos^2 x (\sin x - \cos x) = 0$;

$\sin(x - \frac{\pi}{4}) (\sin^2 x - 3 \cos^2 x) = 0$;

1) $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

2) $\operatorname{tg}^2 x = 3$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

б) $\sin^3 x + 5 \sin^2 x \cos x = 6 \cos^3 x$; $\cos x \neq 0$, т.к. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ не являются

решениями;

$$\operatorname{tg}^3 x + 5 \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0; (\operatorname{tg} x - 1)(\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6) = 0;$$

1) $\operatorname{tg} x = 1$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

2) $\operatorname{tg}^2 x + 6 \operatorname{tg} x + 6 = 0$; $\operatorname{tg} x = -3 \pm \sqrt{3}$; $x = \operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\operatorname{arctg}(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$.

1725. а) $\sin x \cos x - 6 \sin x + 6 \cos x + 6 = 0$; $\cos x - \sin x = t$;

$$\sin x \cos x = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}; 1 - t^2 + 12t + 12 = 0; t^2 - 12t - 13 = 0;$$

1) $t = 13$; $\cos x - \sin x = 13$; решений нет;

2) $t = -1$; $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

б) $5 \sin 2x - 11 \sin x - 11 \cos x + 7 = 0$; $\sin x + \cos x = t$;

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = t^2 - 1; 5t^2 - 11t + 2 = 0;$$

1) $t = \frac{1}{5}$; $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{10}$; $x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k$;

2) $t = 2$; $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$; решений нет;

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + (-1)^k \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k$.

1726. а) $8^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}+1} + 8 = 0$; $2^{3\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{2\sqrt{x}} - 6 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 = 0$;

$$(2^{\sqrt{x}} - 1)(2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8) = 0;$$

1) $2^{\sqrt{x}} = 1$; $x = 0$;

2) $2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8 = 0$; $2^{\sqrt{x}} = 4$; $x = 4$;

$2^{\sqrt{x}} = -2$ — не имеет решений;

Ответ: 0; 4;

б) $4^{\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 2^{\log_5 125} = 0$; $2^{2 \log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 8 = 0$;

1) $2^{\log_5 x} = 4$; $x = 25$;

2) $2^{\log_5 x} = 2$; $x = 5$;

Ответ: 25; 5.

1727. а) $2^x \cdot 5^{\frac{1+x}{x}} = 50$; $2^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = 10$; $\frac{1}{x} + x \log_5 2 = \log_5 10$.

$x^2 \log_5 2 - x \log_5 10 + 1 = 0$;
 $D = \log_5^2 10 - 4 \log_5 2 = 1 + 2 \log_5 2 + \log_5^2 2 - 4 \log_5 2$;
 $x = \frac{1 + \log_5 2 + 1 - \log_5^2 2}{2 \log_5 2} = \log_2 5$, $x = \frac{1 + \log_5 2 - 1 + \log_5^2 2}{2 \log_5 2} = 1$;

Ответ: 1; $\log_2 5$;

б) $3^x \cdot 2^{\frac{3}{x}} = 24$; $\frac{3}{x} + x \log_2 3 = 3 + \log_2 3$; $x^2 \log_2 3 - (3 + \log_2 3)x + 3 = 0$;

$x = \frac{3 + \log_2 3 \pm (3 - \log_2 3)}{2 \log_2 3}$; $x = \frac{6}{2 \log_2 3} = 3 \log_3 2$, $x = 1$;

Ответ: $3 \log_3 2$; 1; (в ответе задачника опечатка);

в) $3^{x-1} \cdot 625^{\frac{x-2}{x-1}} = 225$; $3^{x-1} \cdot 625^{\frac{1+x}{x}} = \frac{9}{25}$;

$x - 1 + \frac{1}{1-x} \log_3 625 = 2 - \log_3 25$;

$(x-1)^2 - (x-1)(2 - 2 \log_3 5) - 4 \log_3 5 = 0$;

1) $x - 1 = 2$; $x = 3$;

2) $x - 1 = -2 \log_3 5$; $x = 1 - 2 \log_3 5$;

Ответ: 3; $1 - 2 \log_3 5$;

г) $5^x \cdot 2^{\frac{2+x}{x}} = 40$; $5^x \cdot 2^{\frac{2}{x}} = 20$; $x + \frac{2}{x} \log_5 2 = 1 + \log_5 4$;

$x^2 - x(1 + 2 \log_5 2) + 2 \log_5 2 = 0$; $x = 1$, $x = 2 \log_5 2$;

Ответ: 1; $2 \log_5 2$.

1728. а) $\log_{0,2} \sqrt{5x-4} = \log_{0,2} x$; ОДЗ: $\begin{cases} 5-4 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$; $x > \frac{4}{5}$;

$x^2 - 5x + 4 = 0$; $x = 4$, $x = 1$;

б) $\log_7 \sqrt{3x^2 - 7x - 9} = \log_7 (x + 2)$; ОДЗ: $x > -2$; $3x^2 - 7x + 9 = x^2 + 4x + 4$;

$2x^2 - 11x + 5 = 0$; $x = \frac{1}{2}$, $x = 5$;

в) $\log_3 (x-1) = \log_3 \sqrt{6x-11}$; ОДЗ: $x > 1$; $x^2 - 8x + 12 = 0$; $x = 6$, $x = 2$;

г) $\log_{0,4} x = \log_{0,4} \sqrt{x^2 + x}$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2 = x^2 + x$;

$x = 0$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: нет решений.

1729. а) $\log_{0,5}^2 x + 12 = 7 \log_2 x$; $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0$;

1) $\log_2 x = 3$; $x = 8$; 2) $\log_2 x = 4$; $x = 16$;

Ответ: 8; 16;

$$б) \log_{0,5}^2 x + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} + 8 = 0; \log_{0,5}^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x + 8 = 0;$$

$$1) \log_{0,5}^2 x = 4; x = \frac{1}{16}; 2) \log_{0,5}^2 x = 2; x = \frac{1}{4};$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{16}; \frac{1}{4};$$

$$в) 9 \log_8^2 x = 11 \log_2 x + 12; \log_2^2 x - 11 \log_2 x - 12 = 0;$$

$$1) \log_2 x = 12; x = 4096; 2) \log_2 x = -1; x = \frac{1}{2};$$

$$\text{Ответ: } 4096; \frac{1}{2} \text{ (в ответе задачника опечатка);}$$

$$г) \sqrt{\log_2 x + 11} = 3 \log_8 x - 1; \begin{cases} \log_2 x + 11 = \log_2^2 x - 2 \log_2 x + 1, \\ 3 \log_8 x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2^2 x - 3 \log_2 x - 10 = 0, \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} \log_2 x = 5 \\ \log_2 x = -2; x = 32, x = \frac{1}{4}; \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 32; 1/4.$$

$$1730. а) \log_{x+1} (x^2 - 3x + 1) = 1; x^2 - 3x + 1 = x + 1; x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4;$$

подстановкой убеждаемся, что $x = 0$ — не подходит, $x = 4$ — подходит;

Ответ: 4;

$$б) \log_x (2x^2 - 3x - 4) = 1; 2x^2 - 3x - 4 = x^2;$$

$x = 4$ — подходит; $x = -1$ не подходит;

Ответ: 4.

$$1731. а) \ln (0,2^x - 7) = \ln (9 - 3 \cdot 0,2^x); \text{ОДЗ: } \begin{cases} 0,2^x > 7; \\ 0,2^x < 3 \end{cases}; \text{нет решений;}$$

$$б) 9^{\log_3 x} - 12 \cdot 3^{\log_3 x} + 3^{\log_3 27} = 0; \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 12x + 27 = 0 \end{cases};$$

$$x = 3, x = 9;$$

$$в) e^{\lg(x-2)} \cdot \frac{1}{e} = (e^{-1})^{\lg(x+1)}; \lg(x-2) - 1 = -\lg(x+1);$$

$$\begin{cases} \lg(x^2 - x - 2) = 1 \\ x \geq 2 \\ x \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - x - 12 = 0, \\ x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ x = -3; x = 4; \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$г) \log_5 (2 + 3 \cdot 5^{-x}) = x + 1; 2 + 3 \cdot 5^{-x} = 5 \cdot 5^x; 5 \cdot 5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 3 = 0;$$

$$1) 5^x = 1; x = 0;$$

$$2) 5^x = -(3/5); \text{нет решений;}$$

Ответ: 0.

$$1732. \text{ a) } 10^{\ln^2(3x-e)-5\ln(2x+e)} = (0,1)^{(0,1)^{\ln(2x+e)^5-1}};$$

$$1 - 5 \ln(2x + e) = \ln^2(3x - e) - 5 \ln(2x + e); \ln^2(3x - e) = 1;$$

$$\begin{cases} 3x - e = e \\ 3x - e = 1/e \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{2e}{3} \\ x = \frac{e^2 + 1}{3e} \end{cases}; \text{ проверкой убеждаемся, что оба корня}$$

подходят;

$$\text{Ответ: } \frac{2e}{3}; \frac{e^2 + 1}{3e};$$

$$\text{б) } \lg(9^x + 3^{3x+1} - 1) - \lg(3^x - 2 \cdot 9^x) = 0; 3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 1 = 3^x - 2 \cdot 3^{2x};$$

$$3 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 1 = 0;$$

$$1) 3^x = \frac{1}{3}; x = -1 \text{ — подходит; } 2) 3^x = -1; \text{ нет решений;}$$

Ответ: -1.

$$1733. \text{ a) } \log_{10}(\lg(x+1) - 1)^{-1} = \log_{0,7}(3 \lg(x+1) - 1) - \log_{0,7}(\lg(x+1) + 3);$$

$$\lg(x+1) + 2 \lg(x+1) - 3 = 3 \lg(x+1) - 1; \lg^2(x+1) - \log(x+1) - 2 = 0;$$

$$1) \log(x+1) = 2; x = 99 \text{ — подходит; } 2) \log(x+1) = -1 \text{ — нет решений;}$$

Ответ: 99;

$$\text{б) } \log_{\sqrt{3}}(3x - 2\sqrt{3x-1}) = 2 \log_3(2\sqrt{3x-1} + 1); 3x - 1 = 4\sqrt{3x-1};$$

$$\sqrt{3x-1}(\sqrt{3x-1} - 4) = 0;$$

$$1) \sqrt{3x-1} = 0; x = \frac{1}{3} \text{ — подходит;}$$

$$2) \sqrt{3x-1} = 4; x = \frac{17}{3} \text{ — подходит;}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; \frac{17}{3}.$$

$$1734. \text{ a) } 2 \lg^2 x - 5 |\lg x| = 0; 1) |\lg x| = 0; x = 1; 2) |\lg x| = 5; x = 10^{\pm 5};$$

Ответ: 1; $10^{\pm 5}$;

$$\text{б) } \ln^2 x - \frac{3 \ln^2 x}{|\ln x|} = 0; \ln^2 x \left(1 - \frac{3}{|\ln x|} \right) = 0; |\ln x| = 3; x = e^{\pm 3};$$

Ответ: $e^{\pm 3}$.

$$1735. \text{ a) } \log^2_{0,5} x - 3 |\log_{0,5} x| + \log_{0,5} x = 0;$$

$$1) x \in (0; 1], \text{ т.е. } |\log_{0,5} x| = \log_{0,5} x; \log^2_{0,5} x - 2 \log_{0,5} x = 0;$$

$$\begin{cases} \log_{0,5} x = 0 \\ \log_{0,5} x = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 1/4 \end{cases};$$

2) $x \geq 1$, т.е. $|\log_{0,5} x| = -\log_{0,5} x$; $\log_{0,5}^2 x + 4\log_{0,5} x = 0$;

$$\begin{cases} \log_{0,5}^2 x = 0 \\ \log_{0,5}^2 x = -4 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 16 \end{cases};$$

Ответ: $x = 1$; $x = 16$; $x = \frac{1}{4}$;

б) $\lg^2 x - 9|\lg x| - \lg x = 0$;

1) $x \in (0; 1]$, т.е. $|\lg x| = -\lg x$; $\lg^2 x + 8\lg x = 0$; $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = -8 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{-8} \end{cases}$;

2) $x \geq 1$, т.е. $|\lg x| = \lg x$; $\lg^2 x - 10\lg x = 0$; $\begin{cases} \lg x = 0 \\ \lg x = 10 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x = 10^{10} \end{cases}$;

Ответ: $x = 10^{-8}$; $x = 1$; $x = 10^{10}$.

1736. а) $\log_{\frac{1}{6}} (2\sin x - 1) = \log_{\frac{1}{6}} (2 - \sin^2 x)$; $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$;

$$\begin{cases} \sin x = -3 \\ \sin x = 1 \end{cases}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

б) $\log_5 (2\cos^2 x - 1) = \log_5 (-11\cos x + 5)$; $2\cos^2 x + 11\cos x - 6 = 0$;

$$\begin{cases} \cos x = 1/2 \\ \cos x = -6 \end{cases}; \text{т.к. } -(11/2) + 5 < 0 \text{ и } |\cos x| \leq 1, \text{ то решений нет.}$$

1737. а) $\log_2 \sin x = \log_2 -(\cos x)$;

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} \sin(x + \pi/4) = 0 \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases};$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

б) $\log_3 \cos x = \log_3 -\sin x$.

$$\begin{cases} \cos x + \sin x = 0 \\ \sin x < 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(\pi/4) + \pi n \\ \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n.$$

1738. а) $\sqrt{x} \sin x \log_2 x = 0$;

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sqrt{x} = 0 \\ \log_2 x = 0 \\ x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \pi n \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases};$$

Ответ: πn , $n > 0$; 1.

б) $\sqrt{3x+1} \cos 2x \lg x = 0$;

$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} = 0 \\ \cos 2x = 0 \\ \lg x = 0 \\ 3x+1 \geq 0, x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -(1/3) \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \\ x = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 0, 1$.

1739. а) $2^{5x-1} (\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}) \log_{0,5}(x+4) = 0;$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \log_{0,5}(x+4) = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n \\ x = -3 \\ x > -4 \end{cases};$$

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \geq 0, -3$.

б) $(\sin 2x + \cos 2x)(x - 8\sqrt{2x-15}) = 0;$ ОДЗ: $x > 7,5;$

1) $\sin 2x + \cos 2x = 0; \sin(2x + (\pi/4)) = 0;$

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; n \geq 6$ (т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $x = 8\sqrt{2x-15}; x^2 - 128x + 960 = 0; x = 8, x = 120;$

Ответ: $8; 120; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \geq 6$.

1740. а) $1 + x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|};$ очевидно, $x = 0$ — корень;

т.к. $1 + x^2 > 0, \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} < 1$ при всех $x \neq 0$, то других корней, кроме $x = 0$, нет;

Ответ: 0.

б) $3 - x^2 = 2^{|x|};$ пусть $x \geq 0;$ т.к. парабола убывает на этом промежутке, а $2^{|x|}$ возрастает, то пересечение может быть только одно — в силу четности функций $y = 3 - x^2$ и $y = 2^{|x|}$ $x = -1$ — также корень и других корней, кроме $x = \pm 1$, не будет;

Ответ: 1.

1741. а) $2 - x - \sqrt[5]{x} = 0;$

$2 - x = \sqrt[5]{x}; y = 2 - x$ — убывает, а $y = \sqrt[5]{x}$ — возрастает, значит, графики этих функций имеют только одну общую точку $-x = 1;$

Ответ: 1;

б) $\log_5 x + (x - 5)^3 = 1$;

ОДЗ: $x > 0$, при $x > 0$, $y = \log_5 x$ возрастает и $y = (x - 5)^3$ — возрастает $\Rightarrow y = \log_5 x + (x - 5)^3$ — возрастает; значит график этой функции может иметь только одно пересечение с прямой $y = 1$; легко видеть, что пересечение будет при $x = 5$;

Ответ: 5.

1742. а) $\sin \frac{5\pi}{4} x = x^2 - 4x + 5$; функция $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$

принимает минимальное значение 1 при $x = 2$; функция $y = \sin \frac{5\pi}{4} x$

принимает значение 1 при $x = \frac{2}{5} + \frac{8n}{5} \Rightarrow x = 2$ — единственный корень (т.к.

$x^2 - 4x + 5 > 1$ при $x \neq 2$, а $\sin \frac{5\pi}{4} x \leq 1$);

Ответ: 2;

б) $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$; рассуждая аналогично предыдущему пункту получим: $x = 3$;

Ответ: 3.

1743. а) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$;

функция $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ принимает минимальное значение $y = 1$ при $x = 1$;

функция $\log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10}$ принимает минимальное значение $y = 1$ при $x = 1$;

Ответ: 1;

б) $(x - 7)^6 + \log_5 \sqrt{x^2 - 14x + 74} = 1$;

рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим: $x = 7$;

Ответ: 7.

1744. а) $\log_2 (x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$; функция $y = \log_2 (x^2 - 4x + 8)$

принимает минимальное значение $y = 2$ при $x = 2$ при $x \neq 2$, $y > 2$;

функция $y = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$ принимает максимальное значение $y = 2$ при

$x = 2$; при $x \neq 2$, $y < 2$;

Ответ: 2.

б) $\log_3 (x^2 + 4x + 13) = \cos \pi x - \sin \frac{\pi x}{4}$ рассуждая аналогично предыдущему

пункту, получим: $x = -2$;

Ответ: -2.

§ 57. Решение неравенств с одной переменной

1745. а) $x^2 - 9 = 0$; 1) $|x| \leq 3$; 2) $x^4 \leq 81$; 3) $x^6 \leq 729$;

б) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; 1) $x > 3$; 2) $x^3 > 273$; $x^5 > 243$.

1746. а) $\log_{0,2} x < 0$; 1) $\log_3 x > 0$; 2) $\log_{0,2} x < 1$; 3) $x > 1$;

б) $10^{x-3} < 1$; 1) $\frac{10^x}{1000} < 1$; 2) $10^x < 1000$; 3) $x < 3$.

1747. а) $\sin x + 2 \log_3 x > 20$ и $\sin x > 20 - \log_3 x$; являются равносильными, т.к. перенос из одной части уравнения в другую не нарушает равносильности;

б) $\frac{\sin x}{\sqrt{x^2+1}} \geq 1$ и $\sin x \geq \sqrt{x^2+1}$ являются равносильными, т.к. $\sqrt{x^2+1} > 0$,

поэтому домножив на него, мы не нарушим равносильности;

в) $13 - 13^{x^2-4} \geq 10^x$ и $13 \geq 10^x + 13^{x^2-4}$; являются равносильными, т.к. перенос не нарушает равносильности;

г) $10^{4x-1} \lg(x^2-4) > 0$ и $\lg(x^2-4) < 0$; являются равносильными, т.к. $10^{4x-1} > 0$, поэтому разделив на него, мы не нарушим равносильности.

1748. а) $\lg(x^2+9) > \lg(2x^2+4) \Leftrightarrow x^2+9 > 2x^2+4$ (т.к. $x^2+9 > 0$ и $2x^2+4 > 0$);

б) $1,4^{7x-9} \leq 1,4^{x^2-6} \Leftrightarrow 7x-9 \leq x^2-6$;

в) $\sqrt[5]{4x-9} \geq \sqrt[5]{7x+9} \Leftrightarrow 4x-9 \geq 7x+9$;

г) $\log_{0,2}(16x^2+8) < \log_{0,2}(x^2+1)$, $16x^2+8 > x^2+1$.

1749. а) $\begin{cases} 3x-11 > 2x+13 \\ 17x+9 < 9x+99 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$; нет решений;

б) $\begin{cases} 3x-11 \leq 2x+13 \\ 17+9 \geq 9x+99 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$; $x \in [8; 11]$.

1750. а) $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 12 \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9 \end{cases}$; $\begin{cases} x \geq 3 \\ x > -\frac{9}{4} \end{cases}$; $x \in [3; +\infty)$;

б) $\begin{cases} (x-2)(x^2+2x+4) - x^3 < 8x \\ 3x-16 \leq x \end{cases}$; $\begin{cases} x^3-8-x^3 < 8x \\ 2x \leq 16 \end{cases}$; $\begin{cases} x > -1 \\ x \leq 8 \end{cases}$; $x \in (-1; 8]$.

1751. а) $\begin{cases} 7+3x < 5x+3 \\ 7x-15 < 4x-3 \\ 11x-32 > 13x-42 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \\ x < 5 \end{cases}$; $x \in (2; 4)$;

$$\text{б) } \begin{cases} 29 + 25x > 2(13x + 9) \\ 2x > 5 \\ 3(5x + 3) < 4(4x + 3) \end{cases}; \begin{cases} x < 11 \\ x > 2,5; x \in (2,5; 11) \\ x < 3/7 \end{cases}$$

$$1752. \text{ а) } \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - \frac{168}{21} \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45x + 75 + 210 - 63x - 70x - 245 > -840 \\ 14x - 11x + 11 > 6x - 2 - 39 + 3x \end{cases}; \begin{cases} 88x < 880 \\ 6x < 52 \end{cases}; \begin{cases} x < 10 \\ x < 26/3 \end{cases}$$

$x \in (-\infty; 26/3)$ (в ответе задачника опечатка);

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{12x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases}; \begin{cases} 2x - 4x - 8x < 38 + 11 \\ 10x + 75 > 9x - 9 + 15x \end{cases}; \begin{cases} 10x > 27 \\ 14x < 84 \end{cases}; x \in (2; 7; 6).$$

$$1753. \text{ а) } \begin{cases} x^3 < 3 \\ 3x^2 - x > 5 - 15x \end{cases}; \begin{cases} x(x^2 - 1) < 0 \\ 3x^2 + 14x - 5 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \\ x < -5 \\ x > 1/3 \end{cases}; x \in (-\infty; -5) \cup (1/3; 1);$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x+5}{x-7} < 1 \\ \frac{3x+4}{4x-2} > -1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{12}{x-7} < 0 \\ \frac{7x+2}{4x-2} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 7 \\ x < -(2/7); x \in (-\infty; -(2/7)) \cup (1/2; 7) \\ x > 1/2 \end{cases}$$

$$1754. \text{ а) } \begin{cases} \frac{x}{x+2} - \frac{24}{(x+2)^2} < 0 \\ -3x < 9 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 2x - 24 < 0 \\ x \neq -2 \\ x > -3 \end{cases}; \begin{cases} -6 < x < 4 \\ x > -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$x \in (-3; -2) \cup (-2; 4);$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x^2 - 1,5x - 7}{(x-4)^2} > 0 \\ x^2 < 25 \end{cases}; \begin{cases} 2x^2 - 3x - 14 > 0 \\ -5 < x < 5 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 \\ -5 < x < 5 \end{cases}$$

$x \in (-5; -2) \cup (\frac{7}{2}; 4) \cup (4; 5).$

$$1755. \text{ a) } \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 6 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x < -2; \\ x < 6 \end{cases}; x \in (-\infty; +\infty);$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x-3)^3 > 27 \\ 4x-1 < 12x \end{cases}; \begin{cases} x \geq 0 \\ x > -\frac{1}{8} \end{cases}; x \in (-\frac{1}{8}; +\infty); x > -\frac{1}{8}.$$

$$\text{в) } \begin{cases} x(x+1) \leq 0 \\ 3x-9 > 0 \end{cases}; \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ x > 3 \end{cases}; x \in [-1; 0] \cup (3; +\infty);$$

$$\text{г) } \begin{cases} (x+3)(x^2-3x+9) < 54 \\ x^2-9 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x^3+27 < 54 \\ x^2 > 9 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x < -3; \\ x > 3 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty).$$

$$1756. \text{ a) } \begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} > 0 \\ \frac{5x+1}{4x-2} < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}; +\infty);$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2x}{x+3} < \frac{5}{x} \\ \frac{3}{x-2} < \frac{2}{x} \end{cases}; \begin{cases} \frac{3x+15}{x(x+3)} > 0 \\ \frac{x+4}{x(x-2)} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < -3 \\ x > 0 \\ x < -4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}; x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty);$$

$$\text{в) } \begin{cases} (x+3)(x-1) > 0 \\ 2-x^2 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \\ x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases}; x \in (-\infty; \sqrt{2}) \cup (1; +\infty);$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 < 25 \\ \frac{x-1}{x+3} < 0 \end{cases}; \begin{cases} -5 < x < 5 \\ -3 < x < 1 \end{cases}; x \in (-5; 5).$$

$$1757. \text{ a) } \log_{14}(x-1) \leq \log_{14}(2x+3); 0 < x-1 \leq 2x+3; \begin{cases} x \geq -4 \\ x > 1 \end{cases};$$

Ответ: $x \in (1; +\infty)$;

$$\text{б) } \log_{0,3}(2x+1) < \log_{0,3}(x-3); 2x+1 > x-3 > 0; \begin{cases} x > -4 \\ x > 3 \end{cases}; x \in (3; +\infty).$$

$$1758. \text{ a) } \log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2-5x) \geq \log_{\frac{1}{\pi}}(2x-3);$$

$$0 < 2x^2 - 5x \leq 2x - 3; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \\ 2x^2 - 7x + 3 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 0 \\ 1/2 \leq x \leq 3 \end{cases}; x \in (2,5; 3];$$

$$\text{б) } \lg(5x^2 - 15x) \leq \lg(2x - 6); 0 < 5x^2 - 15x \leq 2x - 6;$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \\ 5x^2 - 17x + 6 \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \\ 0,4 \leq x \leq 3 \end{cases}; \text{решений нет.}$$

$$\mathbf{1759. а) } 2^{\sqrt{x+4}} \geq \frac{1}{2} \sqrt{128}; \text{ОДЗ: } x \geq -4; \sqrt{x+4} \geq -1 + \frac{7}{2};$$

$$\begin{cases} 4x + 16 \geq 25 \\ x + 4 \geq 0 \end{cases}; x \in (\frac{9}{4}; +\infty);$$

$$\text{б) } 0,5^{\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}} \leq 1; \sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}; x \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n].$$

$$\mathbf{1760. а) } \log_9(x^2 - 10x + 40) \leq \log_9(4x - 8); 0 < x^2 - 10x + 40 \leq 4x - 8;$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0; x \in [6; 8];$$

$$\text{б) } \log_{0,7}(9x - 4x^2) \geq \log_{0,7}(x^3 + 4x^2); 0 < 9x - 4x^2 \leq x^3 + 4x^2;$$

$$\begin{cases} x(x^2 + 8x - 9) \geq 0 \\ 0 < x < \frac{9}{4} \end{cases}; x \in [1; \frac{9}{4});$$

$$\text{в) } \log_{\sqrt{2}} \frac{x-2}{2x-4} > \log_{\sqrt{2}} \frac{x+1}{x+2}; \frac{x-2}{2x-4} > \frac{x+1}{x+2} > 0;$$

$$\begin{cases} \frac{2x+2}{x+2} < 1 \\ x > -1 \\ x < -2 \end{cases}; \begin{cases} \frac{x}{x+2} < 0 \\ x > -1 \\ x < -2 \end{cases}; x \in (-1; 0);$$

$$\text{г) } \log_1(5x-4) < \log_1 x^2; x^2 - 5x + 4 < 0; x \in (1; 4).$$

$$\mathbf{1761. а) } (x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$$

$$\text{б) } (x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^9; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x-1)^2 \leq 0; x = 1;$$

$$\text{в) } (x^2 - 10)^{11} < (5 - 2x)^{11}; x^2 + 2x - 15 < 0; x \in (-5; 3);$$

$$\text{г) } (6x^2 - 4x - 2)^7 > (x^2 + 3x + 10)^7; 5x^2 - 7x - 12 > 0; \begin{cases} x < -1 \\ x > 2,4 \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (2,4; +\infty).$$

$$\mathbf{1762. а) } (2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 7)^6; 2^{x+1} + 1 \geq 2^x + 7; 2^x \geq 16; x \in [4; +\infty);$$

$$\text{б) } (2 \cdot 0,1^x + 3)^{10} < (0,1^x + 103)^{10}; 0,1^x \leq 100;$$

$x \in [-2; +\infty)$ (в ответе задачника опечатка);
 в) $(3 - 3\log_{0,2} x)^{13} < (\log_{0,2} x + 7)^{13}$; $3 - 3\log_{0,2} x < \log_{0,2} x + 7$;
 $\log_{0,2} x > -1$; $x \in (0; 5)$; $0 < x < 5$.
 г) $(3\log_7 x - 24)^5 > (2\log_7 x - 22)^5$; $3\log_7 x - 24 > 2\log_7 x - 22$;
 $\log_7 x > 2$; $x \in (49; +\infty)$.

1763. а) $2^{x^2+2} - 8^{x+1} \geq 0$; $2^{x^2} - 2^{3x} \geq 0$; $x^2 \geq 3x$; $x(x-3) \geq 0$;
 $x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$;
 б) $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} < 0$; $3^{15-3x^2} < 3^{x^2-1}$; $3x^2 + x^2 > 16$; $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

1764. а) $(\sqrt{3})^{\lg x} \leq \frac{3\sqrt{3}}{3^{\lg x}}$; $3^{(1/2)\lg x} \leq 3^{(3/2)\lg x}$; $\frac{1}{2} \lg x \leq 1 + \frac{3}{2} - \lg x$;
 $\lg x \leq 1$; $x \in (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n]$;

б) $\sqrt{2}^{2\cos x} > \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}$; $\cos x > -1 - \cos x$; $\cos x > -(1/2)$;
 $x \in (-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n)$.

1765. а) $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0$; $\begin{cases} 3^x \leq -1 \\ 3^x \geq 3 \end{cases}$; $x \in [1; +\infty)$;
 б) $2 \cdot 5^x - 5^x - 1 \leq 0$; $-\frac{1}{2} \leq 5^x \leq 1$; $x \in (-\infty; 0]$.

1766.

а) $3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} \leq 10,5$;

$3^x \cdot 2^{-x} (6+1) \leq 10,5$;

$3^x \cdot 2^{-x} \leq 1,5$;

$3^{x+(1-x)\log_2 3} \leq 3$; $x(1 - \log_2 3) \leq 1 - \log_2 3$; $x \in (-\infty; 1]$;

б) $2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} \geq 2,8$; $2^x 5^{-x} (5+2) \geq 2,8$; $x - x \log_2 5 \geq \log_2 0,4$;

$x \leq \frac{1 - \log_2 5}{1 - \log_2 5}$; $x \in (-\infty; 1]$.

1767. а) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 > 0$; $\begin{cases} \sqrt[6]{x} < -1 \\ \sqrt[6]{x} > 2 \end{cases}$; $x > 64$; $x \in [64; +\infty)$.

б) $\sqrt[5]{x} - 6\sqrt[10]{x} + 8 < 0$; $2 < \sqrt[10]{x} < 4$; $2^{10} < x < 4^{10}$; $x \in (2^{10}; 2^{20})$.

1768. а) $3^x + 3^{-x+1} \leq 4$; $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$; $1 \leq 3^x \leq 3$; $x \in [0; 1]$;
 б) $25^{-x} - 50 > 5^{-x+1}$; $5^{-2x} - 5 \cdot 5^{-x} - 50 > 0$;

$$\begin{cases} 5^{-x} < -5; \\ 5^{-x} > 10 \end{cases}; x \in (-\infty; -\log_5 10).$$

1769. а) $\log^2_2 x - 7 \log_2 x + 12 < 0; 3 < \log_2 x < 4; x \in (8; 16);$

б) $3 \log^2_{1/3} x - 10 \log_{1/3} x + 3 \geq 0; \begin{cases} \log_{1/3} x \geq 3 \\ \log_{1/3} x \leq 1/3 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 1/27 \\ x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \end{cases};$

$x \in (-\infty; 1/27] \cup [\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; +\infty).$

1770. а) $\log^2_2(x-1) + 3 \log_2(x-1) + 2 \geq 0;$

$\begin{cases} \log_2(x-1) \leq -2. \\ \log_2(x-1) \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{5}{4}. \\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}; x \in (1; \frac{5}{4}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty);$

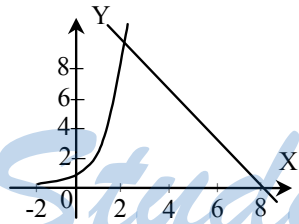
б) $9^{\log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 0,1^{\log_{0,1} 3} < 0; 3^{2 \log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 3 < 0;$

$\frac{1}{3} < 3^{\log_{0,1} x} < 3; -1 < \log_{0,1} x < 1; 0,1 < x < 1; x \in (0,1; 1).$

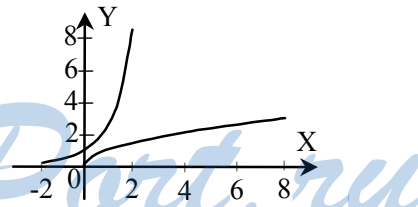
1771. а) $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 < 0; \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1; x \in [\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n];$

б) $\cos^2 x - 5 \cos x + 4 \leq 0; 1 \leq \cos x \leq 4; \cos x = 1; x = 2\pi n.$

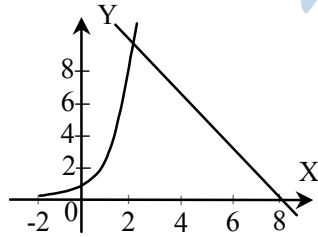
1772. а) $3^x > 12 - 1,5x; x > 2$ (см. рис.); б) $2^x \geq \sqrt{x}; x \geq 0$ (см. рис.);



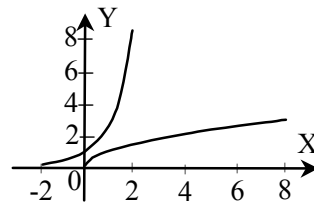
в) $3^x \leq 12 - 1,5x; x \leq 2$ (см. рис.);

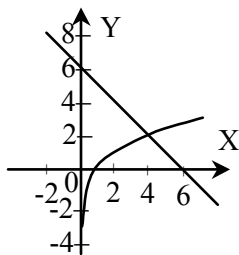


г) $2^x \leq \sqrt{x};$ нет решений (см. рис.).

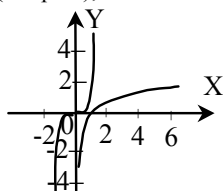


1773. а) $\log_2 x < 6 - x; x \in (0; 4)$ (см. рис.);

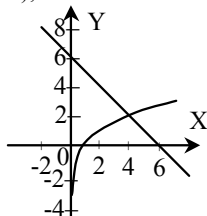




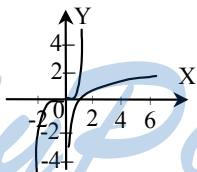
б) $\log_3 x \geq x^3$; решений нет (см. рис.);



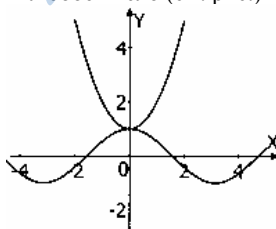
в) $\log_2 x \geq 6 - x$; $x \geq 4$ (см. рис.);



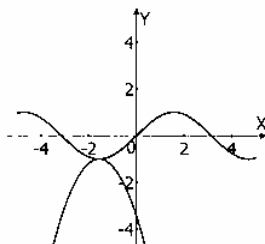
г) $\log_3 x < x^3$; $x > 0$ (см. рис.).



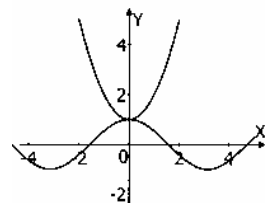
1774. а) $x^2 + 1 \geq \cos x$; x — любое число (см. рис.)



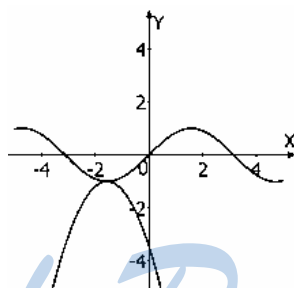
б) $\sin x \leq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$; $x = -\frac{\pi}{2}$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



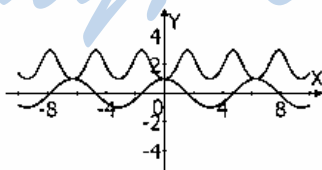
в) $x^2 + 1 \leq \cos x$; $x = 0$ (см. рис.);



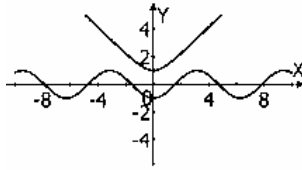
г) $\sin x \geq -(x + \frac{\pi}{2})^2 - 1$; x — любое число (см. рис.)



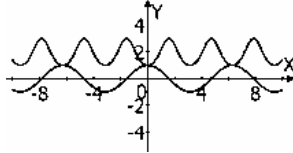
1775. а) $3^{\sin^2 x} \geq \cos x$; x — любое число (см. рис.)



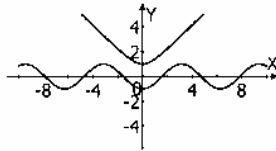
б) $\sqrt{x^2 + 1} \leq -\cos x$; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



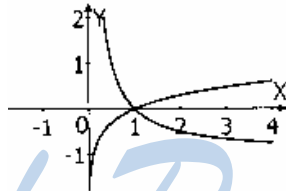
в) $3^{\sin^2 x} \leq \cos x$; $x = 2\pi n$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



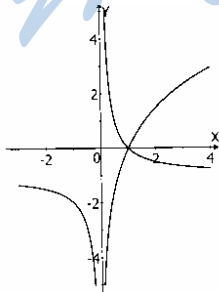
г) $\sqrt{x^2 + 1} \geq \sin x$; x — любое число (см. рис.).



1776. а) $\lg x < \frac{1}{x} - 1$; $x \in (0; 1)$ (см. рис.);



б) $\log_{1,6} x \geq \frac{1}{x} - 1$; $x \geq 1$ (см. рис.);



1777. а) $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}$; область определения данной функции:

$$\begin{cases} x \in [-3; 3] \\ x < 2 & ; x \in [-3; 1) \cup (1; 2); \\ x \neq 1 \end{cases}$$

б) $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\log_8(x-3)}$; область определения данной функции: $\begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 & ; \\ \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq -2 \end{cases} \end{cases}$

$x \in (3; 4) \cup (4; +\infty)$.

1778. а) $9^{x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} \geq 4 \frac{1}{3}$; $3^{2x+2} (9+4) \geq \frac{13}{3}$;

$2x+2 \geq -1$; $x \in (\frac{3}{2}; +\infty)$;

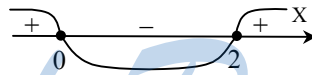
б) $8^{x-2} + 3 \cdot 2^{3x-2} \leq 24 \frac{1}{2}$; $2^{3x-6} (1+3 \cdot 2^4) \leq \frac{49}{2}$;

$3x-6 \leq -1$; $x \in [-\infty; \frac{5}{3}]$.

1779. а) $4\sqrt{x} - 9 \cdot 2\sqrt{x} + 8 < 0$; $1 < 2\sqrt{x} < 8$; $0 < \sqrt{x} < 3$; $x \in (0; 9)$;

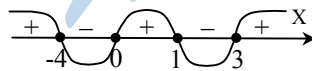
б) $9\sqrt{x} - 10 \cdot 3\sqrt{x} + 9 < 0$; $1 < 3\sqrt{x} < 9$; $0 < \sqrt{x} < 2$; $x \in (0; 4)$.

1780. а) $x^4 - 8x - 6x^3 + 12x^2 \geq 0$; $x(x^3 - 6x + 12x - 8) \geq 0$;
 $x(x-2)(x-2)^2 \geq 0$; $x(x-2)^3 \geq 0$;



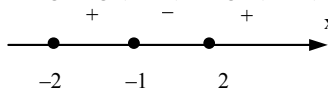
$x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$;

б) $x^4 + 12x < 13x^2$; $x(x^3 - 13x + 12) < 0$; $x((x^3 - x) - (12x - 12)) < 0$;
 $x(x-1)(x^2 + x - 12) < 0$; $x(x-1)(x-3)(x+4) < 0$;



$x \in (-4; 0) \cup (1; 3)$;

1781. а) $(x-2) \log_4(x+2) \geq 0$; ОДЗ: $x > -2$;
 воспользуемся тем, что $\text{sign} \log_4(x+2) = \text{sign}(x+1)$;



$$x \in (-2; -1] \cup [2; +\infty); \text{ б) } (3-x) \sqrt{\log_3(x+5)} \leq 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x > -5; x \geq 3 > -5; x \in [3; +\infty).$$

$$1782. \text{ а) } (x-3,1) \ln(x^2-10x+22) \geq 0;$$

$$1) \begin{cases} x^2-10x+22 \geq 1, \\ x \geq 3,1 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-3) \geq 0, \\ x \geq 3,1 \end{cases}; x \in [3; 3,1] \cup [7; +\infty);$$

$$2) \begin{cases} x \leq 3,1 \\ x^2-10x+22 \leq 1; \\ x^2-10x+22 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ (x-3)(x-7) \leq 0; \\ (x-5+\sqrt{3}) > 0 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 3,1 \\ 3 \leq x \leq 7 \\ x < 5-\sqrt{3} \\ x > 5+\sqrt{3} \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } x \in [3; 3,1] \cup [7; +\infty);$$

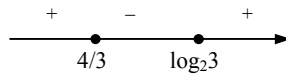
$$\text{б) } (x-7,3) \ln(x^2-8x+8) \leq 0;$$

$$1) \begin{cases} x^2-8x+8 \geq 1, \\ x \leq 7,3 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \geq 0, \\ x \leq 7,3 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3];$$

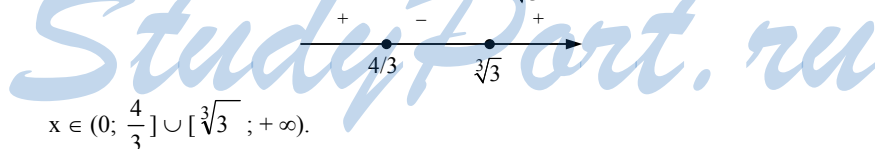
$$2) \begin{cases} x \leq 3,1 \\ x^2-10x+22 \leq 1; \\ x^2-10x+22 > 0 \end{cases}; \begin{cases} (x-7)(x-1) \leq 0 \\ (x-4+2\sqrt{2})(x-4-2\sqrt{2}) > 0; \\ x \geq 7,3 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 1] \cup [7; 7,3].$$

$$1783. \text{ а) } (2^x-3)(3x-4) \leq 0; (2^x-2^{\log_2 3})(3x-4) \leq 0; x \in [\frac{4}{3}; \log_2 3];$$



$$\text{б) } (3\log_3 x - 1)(3x - 4) \geq 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; 3\log_3 \frac{x}{\sqrt[3]{3}} \cdot (3x - 4) \geq 0;$$



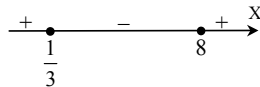
$$x \in (0; \frac{4}{3}] \cup [\sqrt[3]{3}; +\infty).$$

$$1784. \text{ а) } (x+3) \log_{\frac{1}{7}} x < 0; \text{ ОДЗ: } x > 0; \text{ при } x > 0,$$

$$\text{т.е. исходное неравенство равносильно следующему: } \log_{\frac{1}{7}} < 0; x \in (1; +\infty).$$

$$\text{б) } (x-5) \sqrt{x+1} < 0; \begin{cases} x-5 < 0, \\ x \geq -1 \end{cases}; x \in (-1; 5);$$

в) $\frac{e^{3x-1}-1}{x+8} > 0$; воспользуемся тем, что $\text{sign}(e^{3x-1}-1) = \text{sign}(3x-1)$;



$x \in (-\infty; -8) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$;

г) $x \sqrt{x+7} < 0$; $\begin{cases} x < 0 \\ x > -7 \end{cases}$; $x \in (-7; 0)$.

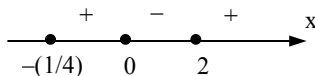
1785. а) $\sqrt{x} \log_2(x^2-8) > 0$; $\begin{cases} x^2-8 > 1 \\ x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| > 3 \\ x > 0 \end{cases}$; $x \in (3; +\infty)$;

б) $3^{x^2-19} \sqrt{x^2-4} < 0$; решений нет, т.к. $3^{x^2-19} > 0$ и $\sqrt{x^2-4} > 0$;

в) $\sqrt{-x} \log_{\frac{1}{8}}(100-x^2) < 0$; ОДЗ: $x \in (-10; 0]$; $100-x^2 > 1$; $x \in (-\sqrt{99}; 0)$;

г) $(2^{x^2-15} - 0,5) \log_6(4x+1) > 0$; $(2^{x^2-5} - 2^{-1}) \log_6(4x+1)$;

ОДЗ: $x > -\frac{1}{4}$; $x \in (-1/4; 0) \cup (2; +\infty)$.



1786. а) $\frac{(x-3)(3^{x-4}+0,3)}{x+2} \leq 0$; ОДЗ: $x \neq 4, x \neq -2$; $\frac{x-3}{x+2} \leq 0$; $x \in (-2; 3]$

(в ответе задачника опечатка);

б) $\frac{(x+5)(2^{x+1}+0,2)}{x-2} \leq 0$; ОДЗ: $x \neq 2, x \neq -1$; $\frac{x+5}{x-2} \leq 0$; $x \in [-5; -1) \cup (-1; 2]$.

1787. а) $(x^2-2x)(\text{tg}^2 x + 2^{x+1}) < 0$; ОДЗ: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$;

т.к. $\text{tg}^2 x + 2^{x+1} > 0$, то $x \in [0; \frac{\pi}{2}] \cup (\frac{\pi}{2}; 2]$;

б) $(x^2+4x)(\text{ctg}^2 x + 3^{x-1}) \leq 0$; т.к. $\text{ctg}^2 x + 3^{x-1} > 0$, то $x \in [-4; -\pi) \cup (-\pi; 0)$.

1788. а) $\frac{\sqrt{2x+4}}{2^{x-3}} \geq \frac{\sqrt{2x+4}}{7^{x-3}}$; ОДЗ: $x \geq -2$; $x = -2$ — решение;

пусть теперь $x \neq -2$; $\frac{1}{2^{x-3}} \geq \frac{1}{7^{x-3}}$; $x \geq 3$;

Ответ: $x \in [3; +\infty) \cup \{-2\}$;

$$\text{б) } \frac{\sqrt{7+6x}}{0,2^{x+1}} \leq \frac{\sqrt{7+6x}}{0,3^{x+1}}; \text{ ОДЗ: } x \geq -\frac{7}{6}; x = -\frac{7}{6} \text{ — решение;}$$

$$\text{пусть теперь } x \neq -(7/6); 5^{x+1} \leq \left(\frac{10}{3}\right)^{x+1}; x \leq -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-\frac{7}{6}; -1\right].$$

$$\mathbf{1789. а) } (\sin^2 x + 1) (\lg(2x - 3) - 2) \leq 0; \lg(2x - 3) \leq 2 \text{ (т.к. } \sin^2 x + 1 > 0);$$

$$0 < 2x - 3 \leq 100; \frac{3}{2} < x \leq \frac{97}{2}; x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{97}{2}\right];$$

$$\text{б) } (\sqrt{6x-1} + 5) \left(5^{x^2-1} - \frac{1}{5}\right) > 0;$$

$$\begin{cases} 5^{x^2-1} - \frac{1}{5} > 0; \\ 6x-1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-1 > -1 \\ x \geq \frac{1}{6} \end{cases}; x \in \left[\frac{1}{6}; +\infty\right);$$

$$\text{в) } \cos x (2^{x+3} + 3^{x-7}) \geq 0; \cos x \geq 0; x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right];$$

$$\text{г) } (2 - \sqrt{3x+1}) (\log_{0,5}^2(3x-6) + 2) < 0;$$

$$\begin{cases} 2 - \sqrt{3x+1} < 0; \\ 3x-6 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}; x \in (2; +\infty).$$

$$\mathbf{1790. а) } \sqrt{3x^2+1} \geq x+1;$$

$$1) x+1 \leq 0; x \leq -1;$$

$$2) x+1 > 0; 3x^2+1 \geq x^2+2x+1; 2x^2-2x \geq 0; x \in (-1; 0] \cup [1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty).$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2+x} < x+1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \leq -1; \\ x \geq 0 \end{cases}; x^2+x < x^2+2x+1; x > -1;$$

$$\text{Ответ: } x \in [0; +\infty).$$

$$\text{в) } \sqrt{5x^2+4} \leq 7x+10;$$

$$\begin{cases} 5x^2+4 \leq 49x^2+140x+100; \\ 7x+10 > 0 \end{cases}; \begin{cases} 11x^2+35x+24 \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \left(x + \frac{24}{11}\right)(x+1) \geq 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}; x \in [-1; +\infty);$$

$$\text{г) } \sqrt{2x^2+7x} > 5-2x;$$

- 1) $5 - 2x \leq 0; \geq 2,5;$
 2) $x < 2,5; 2x^2 + 7x > 25 + 4x^2 - 20x; 2x^2 - 27x + 25 < 0; 1 < x < 12,5;$
 Ответ: $x \in (1; +\infty).$

1791. а) $\sqrt{x^2 - 11x - 12} < \sqrt{x^2 + 11x + 6};$

$0 \leq x^2 - 11x - 12 < x^2 + 11x + 6;$

$$\begin{cases} (x-12)(x+1) \geq 0; \\ 22x > -18 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 12 \\ x \leq -1 \\ x > -\frac{9}{11} \end{cases}; x \in [12; +\infty);$$

б) $\sqrt{5x^2 - 10x - 3} > \sqrt{x - 2x^2 + 3}; 5x^2 - 10x - 3 > x - 2x^2 + 3 \geq 0;$

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x > 2 \\ x < -\frac{3}{7} \end{cases}; x \in [-1; -\frac{3}{7}).$$

1792. а) $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x - 2} \leq \sqrt{x^2 - 4x + 4};$

$\sqrt{x - 2} (\sqrt{x + 2} - 1 - \sqrt{x - 2}) \leq 0;$

$x = 2$ — решение; пусть теперь $x \neq 2; \sqrt{x + 2} \leq \sqrt{x - 2} + 1;$

$0 < x + 2 \leq x - 2 + 1 + 2\sqrt{x - 2};$

$$\begin{cases} 9 \leq 4x - 8 \\ x > 2 \\ x \geq -2 \end{cases}; x \geq \frac{17}{4}.$$

Ответ: $x \in \{2\} \cup [\frac{17}{4}; +\infty);$

б) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x + 3} \geq \sqrt{x^2 + 6x + 9};$ ОДЗ: $x = -3, x \geq 3;$

$\sqrt{x + 3} (\sqrt{x - 3} + 1 - \sqrt{x + 3}) \geq 0;$

$x = -3$ — решение; пусть теперь $x \neq -3;$

$\sqrt{x - 3} + 1 \geq \sqrt{x + 3};$

$x - 3 + 1 + 2\sqrt{x - 3} \geq x + 3 > 0;$

$$\begin{cases} 4x - 12 \geq 25 \\ x \geq 3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq \frac{37}{4} \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{-3\} \cup [\frac{37}{4}; +\infty).$

$$1793. \text{ a) } \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 4x + 26}}{7 - x} > 2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \\ x \neq 7 \end{cases}; \frac{\sqrt{x^2 - 5x - 2x + 12}}{7 - x} > 0;$$

$$1) \begin{cases} x < 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} > 2x - 12 \end{cases}; \begin{cases} x < 7 \\ x \leq 6 \\ x > 6 \\ x^2 - 5x > (2x - 12)^2 \end{cases}; \begin{cases} x < 7 \\ x \leq 6 \\ x > 6 \\ 3x^2 - 43x + 144 < 0 \end{cases};$$

$$6 < x < 7;$$

$$2) \begin{cases} x < 7 \\ \sqrt{x^2 - 5x} < 2x - 12 \end{cases}; \begin{cases} x > 7 \\ 0 \leq x^2 - 5x < 4x^2 + 144 - 48x \end{cases}; \begin{cases} x > 7 \\ x^2 - 5x \geq 0 \\ 3x^2 - 43x + 144 > 0 \end{cases};$$

$$x > 9;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 0] \vee [5; 7) \vee (9; +\infty);$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 4x - 6}}{x - 2} < -2; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}; \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 2x - 10}}{x - 2} < 0;$$

$$1) \begin{cases} x > 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} < 2x + 10 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x^2 + 5x < 4x^2 + 40x + 100 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ 3x^2 + 35x + 100 > 0 \end{cases};$$

$$x > 2;$$

$$2) \begin{cases} x < 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x} > 2x + 10 \end{cases}; \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -5 \\ x > -5 \\ 3x^2 + 35x + 100 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -5 \\ x > -5 \\ -\frac{20}{3} < x < -5 \end{cases}; x \leq -5;$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -5] \cup [2; +\infty).$$

$$1794. \text{ a) } |3x - 9| \geq 6; \begin{cases} 3x - 9 \geq 6 \\ 9 - 3x \geq 6 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty);$$

$$\text{б) } |4 - 2x| < 16; \begin{cases} 4 - 2x < 16 \\ 4 - 2x > -16 \end{cases}; \begin{cases} x > -6 \\ x < 10 \end{cases}; x \in (-6; 10);$$

$$\text{в) } |5x + 10| \leq 15; \begin{cases} 5x + 10 \geq -15 \\ 5x + 10 \leq 15 \end{cases}; x \in [-5; 1];$$

$$\text{г) } |9 + 3x| > 12; \begin{cases} 3x + 9 > 12 \\ 3x + 9 < -12 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x < -7 \end{cases}; x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty).$$

$$1795. \text{ a) } |6x - 1| > 2; \begin{cases} 6x - 1 > 2 \\ 6x - 1 < -2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{6} \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty);$$

$$\text{б) } |3 + 2x| \leq 4; \begin{cases} 3 + 2x \leq 4 \\ 3 + 2x \geq -4 \end{cases}; x \in [-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}];$$

$$\text{в) } |9x - 1| < 4; \begin{cases} 9x - 1 < 4 \\ 9x - 1 > -4 \end{cases}; x \in (-\frac{1}{3}; \frac{5}{9});$$

$$\text{г) } |5 - 6x| \geq 3; \begin{cases} 5 - 6x \geq 3 \\ 5 - 6x \geq -3 \end{cases}; \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq \frac{4}{3} \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{4}{3}; +\infty).$$

$$1796. \text{ a) } |x + 1| \leq 2x; \begin{cases} 4 - 2x < 16 \\ 4 - 2x > -16 \end{cases}; \begin{cases} x > -6 \\ x < 10 \end{cases}; x \in [1; +\infty);$$

$$\text{б) } |3x - 4| > x + 1; \begin{cases} 6x - 1 > 2 \\ 6x - 1 < -2 \end{cases}; \begin{cases} x > 1/2 \\ x < -(1/6) \end{cases}; x \in (-\infty; \frac{3}{4}) \cup (2, 5; +\infty);$$

$$\text{в) } |2x - 1| \geq x; \begin{cases} 6x - 1 > 2 \\ 6x - 1 < -2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{6} \end{cases};$$

$$x \in (-\infty; 1/3] \cup [1; +\infty);$$

$$\text{г) } |16 - 8x| < 4x + 2; \begin{cases} 16 - 8x < 4x + 2 \\ 16 - 8x > -4x - 2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{7}{6} \\ x < \frac{9}{2} \end{cases}; x \in (\frac{7}{6}; \frac{9}{2}).$$

$$1797. \text{ a) } |2x - 1| + |3x - 6| < 12;$$

$$1) x \geq 2; 2x - 1 + 3x - 6 < 12; 5x < 19; x \in [2; \frac{19}{5});$$

$$2) 1/2 \leq x < 2; -x + 5 < 12; x \in [1/2; 2);$$

$$3) x < \frac{1}{2}; -2x + 1 - 3x + 6 < 12; -5x + 7 < 12; x \in (-1; \frac{1}{2});$$

$$\text{Ответ: } x \in (-1; \frac{19}{5});$$

$$\text{б) } |3x - 4| - |x + 2| \geq 4; x \geq \frac{4}{3}; 3x - 4 - x - 2 \geq 4; 2x \geq 10x; x \in [5; +\infty);$$

$$2) -2 \leq x < \frac{4}{3}; -3x + 4 - x - 2 \geq 4; 2 - 4x \geq 4; x \in [-2; -\frac{1}{2}];$$

$$3) x < -2; -2x + 6 \geq 4; x \in (-\infty; -2);$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1/2] \cup [5; +\infty)$.

1798. а) $\sin 2x \geq \sin x$; $\sin x (2 \cos x - 1) \geq 0$;

$$\begin{cases} \cos x \geq 1/2 \\ \sin x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \\ x \in [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n] \end{cases};$$

$$x \in [2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \cup [\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n];$$

б) $\cos 2x \leq \cos x$; $2 \cos^2 x - \cos x - 1 \leq 0$; $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq 1$;

$$x \in [-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n].$$

1799. а) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) \leq \sin x$; $\sin x - \cos x \geq 0$; $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \geq 0$;

$$x \in [\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n];$$

б) $\cos(\frac{\pi}{3} - x) \leq \cos x$; $\sin \frac{\pi}{6} \sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0$; $\sin(\frac{\pi}{6} - x) \geq 0$;

$$x \in [-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n].$$

1800. а) $\cos x > \sin 2x - \cos 3x$; $\cos 2x \cos x - \sin x \cos x > 0$;
 $\cos x (1 - \sin x - 2 \sin^2 x) > 0$; $(2 \sin^2 x + \sin x - 1) < 0$.

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x > 0 \\ -1 < \sin x < \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ 2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin x < -1 \\ \sin x > \frac{1}{2} \end{cases}; x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n);$$

Ответ: $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n) \cup (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$;

б) $\sin x < \cos x - \sin 3x$; $\cos x (2 \sin 2x - 1) < 0$;

$$1) \begin{cases} \cos x > 0 \\ \sin 2x < \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ -\frac{7\pi}{12} + \pi n < x < \frac{\pi}{12} + \pi n \end{cases};$$

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right);$$

$$2) \begin{cases} \cos x < 0 \\ \sin 2x > \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{12} + \pi n < x < \frac{5\pi}{12} + \pi n \end{cases}; x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right);$$

Ответ: $x \in \left(-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$.

1801. а) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5-2^x} > 7^{-2^x+11}$; $2^x - 5 + 2^x - 11 > 0$; $2^x > 8$; $x > 3$;

б) $(0,3)^{\sqrt{5x-1}-2} \leq 1$; ОДЗ: $x \geq \frac{1}{5}$; $\sqrt{5x-1} \geq 2$; $x \geq 1$;

в) $(3^{-1})^{\sin x - \cos 2x} < 3^{\cos 2x - \frac{1}{2}}$; $\cos 2x - \sin x < \cos 2x - \frac{1}{2}$; $\sin x > \frac{1}{2}$;

$x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right)$;

г) $10^{\ln(x-2)} \cdot 0,1 \geq (10^{-1})^{\ln(x+2)}$; ОДЗ: $x > 2$; $\ln(x-2) - 1 \geq -\ln(x+2)$;

$x^2 - 4 \geq -e$; $x \in (-\infty; -\sqrt{4+e}] \cup (\sqrt{4+e}; +\infty)$.

1802. а) $\lg(0,2^x - 5) < \log_{0,1}(95 - 3 \cdot 0,2^x)^{-1}$; ОДЗ: $x < -1$;

$0,2^x - 5 < 95 - 3 \cdot 0,2^x$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 25$; $x > -2$;

Ответ: $x \in (-2; -1)$;

б) $\log_{0,1}(3\sqrt{3x+1}-2) > \frac{1}{4} \log_{0,1}\sqrt{3x+1} \cdot \lg(0,1^{-8})$; ОДЗ: $\sqrt{3x+1} > \frac{2}{3}$;

$3\sqrt{3x+1} - 2 < 3x + 1$; $3x + 1 - 3\sqrt{3x+1} + 2 > 0$;

$\begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{3x+1} > 2 \\ \frac{2}{3} < \sqrt{3x+1} < 1 \end{cases}$ (т.к. x должен входить в ОДЗ);

$x \in \left(-\frac{5}{27}; 0\right) \cup (1; +\infty)$.

1803. а) $\sqrt[3]{3^{2-x} - 13} < \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^x} + 11$; $3^{-x}(9-1) < 24$; $-x < 1$; $x > -1$

(в ответе задачника опечатка);

б) $(\sin x - \cos x)^9 \leq (0,5 - \cos x)^9$; $\sin x \leq \frac{1}{2}$; $x \in \left[-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right]$;

в) $(\sqrt{6x+5} - 1)^5 \geq (6x-4)^{\frac{5}{2}}$; ОДЗ: $x \geq \frac{2}{3}$; $\sqrt{6x+5} - 1 \geq \sqrt{6x-4}$;

$$6x + 6 - 2\sqrt{6x+5} \geq 6x - 4; \quad 2\sqrt{6x+5} \leq 10; \quad 6x + 5 \leq 25; \quad x \leq \frac{10}{3};$$

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x \in \left[\frac{2}{3}; -\frac{10}{3} \right];$

$$\text{г) } \sqrt[3]{2\ln^2 x - 3\ln x + 5} > \sqrt[3]{6 - 4\ln x}; \quad 2\ln^2 + \ln x - 1 > 0; \quad \begin{cases} \ln x < -1 \\ \ln x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x \in (0; \frac{1}{e}) \cup (\sqrt{e}; +\infty).$$

1804. а) $\sqrt{\sqrt{x}+2} - \sqrt{\sqrt{x}-1} \geq 1; \quad \sqrt{x} + 2 \geq \sqrt{x} + 2 \sqrt{\sqrt{x}-1};$

$$\begin{cases} \sqrt{x}-1 \leq 1 \\ \sqrt{x}-1 \geq 0 \end{cases}; \quad x \in [1; 4];$$

б) $\sqrt{\ln x + 3} \leq \ln x + 1; \quad \begin{cases} \ln x \leq -2 \\ \ln x \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{e^3} \end{cases}; \quad x \in [e; +\infty);$

в) $\sin x - \sqrt{\sin x} < 0; \quad 0 < \sqrt{\sin x} < 1; \quad 0 < \sin x < 1;$

$$x \in (2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n);$$

г) $\sqrt{2^x+4} - \sqrt{2^x-4} > 2; \quad 2^x+4 > 4 + 2^x - 4 + 4\sqrt{2^x-4};$

$$\sqrt{2^x-4} < 1; \quad \begin{cases} 2^x < 5 \\ 2^x \geq 4 \end{cases}; \quad x \in [2; \log_2 5) \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

1805. а) $\log_x(21-4x) > 2; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 21-4x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}; \quad x \in (0; 1) \cup (1; \frac{21}{4});$

1) $x \in (0; 1); \quad 21-4x < x^2; \quad x^2+4x-21 > 0; \quad \text{решений нет;}$

2) $x > 1; \quad 21-4x > x^2; \quad x^2+4x-21 < 0; \quad x \in (1; 3);$

Ответ: $x \in (1; 3);$

б) $\log_{2x-3}(x^2-10x+9) \leq 2; \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 22x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \\ x^2-10x+9 > 0 \end{cases}; \quad x > 9; \quad \text{т.к. при } x > 9,$

$$2x-3 > 1, \text{ то имеет: } x^2-10x+9 \leq 4x^2-12x+9; \quad 3x^2-12x \geq 0;$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}; \quad \text{т.к. } x \text{ должен входить в ОДЗ, то } x \in (0; +\infty).$$

1806. а) $\sqrt{\sin x - 1} \leq 4 - x^2$; ОДЗ: $\sin x \geq 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $4 - x^2 \geq 0$;

$x \in [-2; 2]$, т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = \pi/2$;

б) $\sqrt{\cos x - 1} \geq x^2 - 49$; ОДЗ: $\cos x \geq 1$; $x = 2\pi n$; $x^2 \leq 49$; $x \in [-7; 7]$;

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = 0$, $x = \pm 2\pi$.

1807. а) $6 \log_3 (x - 1) \leq 14 + 2x - x^2$; пусть $x - 1 = a > 0$, тогда имеем:

$6 \log_3 a \leq 15 - a^2$; т.к. $y = 15 - a^2$ убывает, а $y = 6 \log_3 a$ — возрастает, то график этой функции могут иметь только одну точку пересечения; очевидно, $a = 3 \Rightarrow a \in (0; 3]$;

Ответ: (1; 4].

б) $\log_2 (x^2 + x - 10) > 25 - 2x - 2x^2$; пусть $x^2 + x - 10 = a > 0$, тогда имеем:

$\log_2 a > 15 - 2a$; т.к. $y = \log_2 a$ возрастает, а $y = 15 - 2a$ — убывает, то графики этих функций могут иметь только одну точку пересечения, очевидно, $a = 2 \Rightarrow$ неравенство выполняется при $a > 2$; $x^2 + x - 10 > 2$;

$x^2 + x - 12 > 0$; $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

§ 58. Системы уравнений

1808. а)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0 \end{cases}; 4y^2 - 14y + 12 = 0;$$

$$2y^2 - 7y + 6 = 0; y = \frac{3}{2}, x = \frac{3}{2}; y = 1, x = 2;$$

б)
$$\begin{cases} y = 2 + x \\ x^3 - y^3 = -8 \end{cases}; x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0; x^2 + 2x = 0;$$

$x = 0, x = -2; y = 2, y = 0$;

Ответ: (0; 2), (-2; 0).

в)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 125 - y^3 + 15y^2 - 75y + y^3 = 35 \end{cases};$$

$$15y^2 - 75y + 90 = 0;$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; y = 2, x = 3; y = 3, x = 2;$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

г)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0; y = -4, x = 9; y = -1; x = 3;$$

Ответ: (0; -4), (3; -1).

$$1809. \text{ а) } \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{cases}; \begin{cases} \cos(x - y) - \cos(x + y) = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \\ x = \frac{\pi}{4} - y \end{cases};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2y\right) = 0; \begin{cases} y = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \\ x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2} \end{cases};$$

Ответ: $\left(-\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}\right)$ (в ответе задачника опечатка).

$$\text{б) } \begin{cases} 3x = y + 1 \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6 \end{cases}; \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6 \end{cases};$$

$7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0$ — квадратное уравнение относительно 7^x ;

1) $7^x = 1; x = 0, y = 1$; 2) $7^x = -(1/7)$ — решений нет;

Ответ: (0; 1).

$$\text{в) } \begin{cases} x = 2y \\ \log_{1/3}(2y + x) + \log_{1/3}(x - y + 1) = \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right); \end{cases}$$

$$\log_{1/3} 4y + \log_{1/3}(y+1) = \log_{1/3}(y+1);$$

$$\begin{cases} 4y(y+1) = y+1 \\ y+1 > 0 \\ 4x > 0 \end{cases}; y = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2};$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

$$\text{г) } \begin{cases} \sqrt{7-6x-y^2} = y+5; \\ y = x-1 \end{cases}; \begin{cases} x = y+1 \\ \sqrt{7-6y-6-y^2} = y+5; \end{cases}$$

$$y^2 + 10y + 25 = -y^2 - 6y + 1; y \geq -5; 2y^2 + 16y + 24 = 0; y^2 + 8y + 12 = 0;$$

1) $y = -2, x = -1$; 2) $y = -6$ — не подходит;

Ответ: (-1; -2).

$$1810. \text{ а) } \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}; (3x + 2y) + 2(x - y) = 1 + (-3) \cdot 2; 5x = -5; x = -1, y = 2;$$

Ответ: (-1; 2).

$$\text{б) } \begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4 \end{cases}; 5\sqrt{x} = 10; x = 4; y = 1;$$

Ответ: (4; 1).

$$\text{в) } \begin{cases} x + y^2 = 2 \\ 2y^2 + x^2 = 3 \end{cases}; x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1, y = \pm 1;$$

Ответ: (1; ± 1).

$$\text{г) } \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3 \\ 3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 1 \end{cases}; 8\sqrt[3]{x} = 16; x = 8, y = 1;$$

Ответ: (8; 1).

$$\text{1811. а) } \begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5 \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0 \end{cases}; 5\log_2 x = -15; x = \frac{1}{8}, y = 9;$$

Ответ: $(\frac{1}{8}; 9)$.

$$\text{б) } \begin{cases} \cos x + \cos 2y = -\frac{1}{2} \\ 3\cos 2y - \cos x = 2,5 \end{cases}; \cos 2y = \frac{1}{2}; y = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, x = \pi + 2\pi k;$$

Ответ: $(\pi + 2\pi k; \pm(\pi/6) + \pi n)$.

$$\text{в) } \begin{cases} 2^{x+2y} - \sqrt{2x+y} = 6 \\ 3\sqrt{2x+y} - 2^{x+2y} = -2 \end{cases}; \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 2^{8-3x} = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = 5/3 \\ y = 2/3 \end{cases};$$

Ответ: $(\frac{5}{3}; \frac{2}{3})$.

$$\text{г) } \begin{cases} 2\sin 2x + \operatorname{tg} 3y = 2 \\ 6\sin 2x - 2\operatorname{tg} 3y = 1 \end{cases}; \sin(2x) = \frac{1}{2}; x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, y = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3};$$

Ответ: $((-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3})$.

$$\text{1812. а) } \begin{cases} \frac{5}{3x-y} + \frac{3}{x-3y} = -2 \\ \frac{15}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = 1 \end{cases}; \text{получив } a = \frac{5}{3x-y}, b = \frac{6}{x-3y},$$

$$\text{получим: } \begin{cases} a + \frac{b}{2} = -2 \\ 3a + \frac{b}{3} = 1 \end{cases}; \frac{7b}{6} = -7; \begin{cases} b = -6 \\ a = 1 \end{cases}; \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}; x = 2, y = 1$$

Ответ: (2; 1).

$$6) \begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{6}{x-y} = -1 \\ \frac{5}{x+y} + \frac{9}{x-y} = -2 \end{cases}; \frac{1}{x+y} = a, \frac{3}{x-y} = b; \begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ 5a + 3b = -2 \end{cases}; \begin{cases} b = 1 \\ a = -1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases}; x = 1, y = -2;$$

Ответ: (1; 2).

$$1813. a) \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ \log_6^2 xy + 1 = 2 \log_6 xy \end{cases}; \log_6 xy = 1; xy = 6; \begin{cases} x = 6 - \frac{3}{2}y \\ 6y - \frac{3}{2}y^2 = 6 \end{cases};$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0; y = 2, x = 3;$$

Ответ: (3; 2).

$$6) \begin{cases} \sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy} \\ 2x - 5y = 6 \end{cases}; \text{уравнение } \sqrt{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy} \text{ — квадратное}$$

относительно $\sqrt[4]{xy} \Rightarrow \sqrt[4]{xy} = 2$ ($\sqrt[4]{xy} = -5$ не имеет решений);

$$\begin{cases} \sqrt[4]{xy} = 2 \\ x = 3 + \frac{5}{2}y \end{cases}; \text{ОДЗ: } xy > 0; 3y + \frac{5}{2}y^2 = 16; 5y^2 + 6y - 32 = 0;$$

$$y = -\frac{16}{5}, x = -5; y = 2, x = 8;$$

Ответ: $(-5; -16/5), (8; 2)$.

$$1814. a) \begin{cases} 3 \log_{1/2} x + 2^{y+1} = 5 \\ 2^y + \log_2 x = 5 \end{cases}; 5 \log_2 x = 5; x = 2, y = 2;$$

Ответ: (2; 2).

$$6) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2 \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6 \end{cases}; 3 \log_2 x^2 + 2 \log_2 16x^2 = 18; \log_2 x^2 = 2;$$

$$x = 2, y = -6; x = -2, y = 10;$$

Ответ: (2; 6), (-2; 10).

$$b) \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2 \\ 3 \sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0 \end{cases}; 2 \sin y = -2; \operatorname{tg}^2 x = 3; y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k;$$

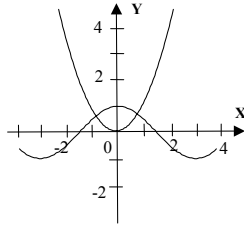
Ответ: $\left(\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \right)$.

$$\text{г) } \begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2 \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases}; \quad |2y-x| = a, \quad 3^{x-y-1} = b; \quad \begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}; \quad -4a = -4;$$

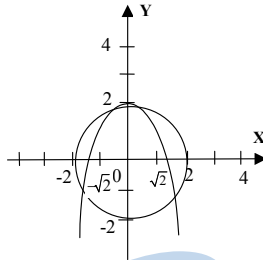
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ 2y - x = \pm 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}; \quad y = 3, \quad x = 5; \quad y = 1, \quad x = 3;$$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

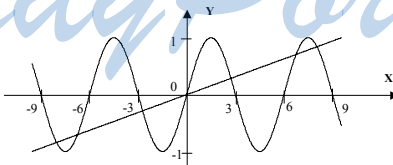
$$\text{1815. а) } \begin{cases} y = x^2 \\ y = \cos x \end{cases}; \quad 2 \text{ решения (см.рис.);}$$



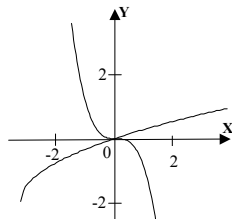
$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}; \quad 4 \text{ решения (см.рис.)}$$



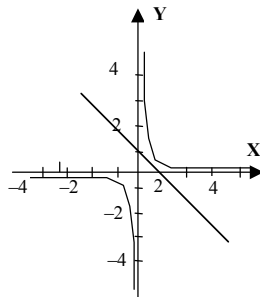
$$\text{в) } \begin{cases} y = \sin x \\ y = 0,1x \end{cases}; \quad 7 \text{ решений (см.рис.);}$$



$$\text{г) } \begin{cases} y + 2 = \sqrt{x+4} \\ y + x^3 = 0 \end{cases}; \quad 1 \text{ решение (см.рис.);}$$

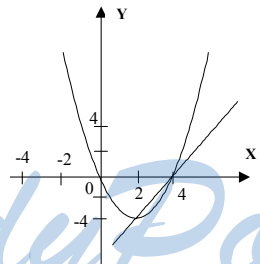


1816. а) $\begin{cases} y + x = 2 \\ xy = 3 \end{cases}$; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка).



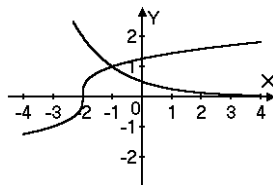
б) $\begin{cases} y = x(x - 4) \\ y + 8 = 2x \end{cases}$.

Ответ: (2; -4), (4; 0) (см.рис.).



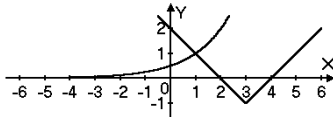
1817. а) $\begin{cases} y \cdot 2^{x+1} = 1 \\ \sqrt[3]{x+2} = y \end{cases}$;

Ответ: (-1; 1) (см. рис.).



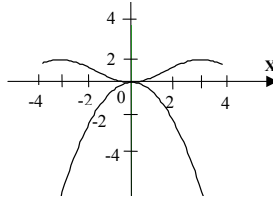
$$\text{б) } \begin{cases} y = 2^{x-1} \\ |x-3| = y+1 \end{cases};$$

Ответ: (1; 1) (см.рис.).



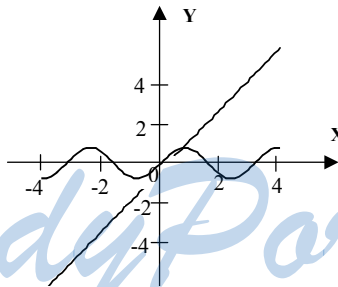
$$\text{1818. а) } \begin{cases} y-1 = \left(\sin x - \frac{\pi}{2}\right); \\ y+x^2 = 0 \end{cases}$$

Ответ: (0; 0) (см.рис.).



$$\text{б) } \begin{cases} y = \sin 2x \\ y-1 = 2x - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Ответ: ($\pi/2$; 1) (см.рис.).



$$\text{1819. а) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 5 \end{cases}; -2(2x+3y)+4x+6y = -1 \cdot 2 + 5; \quad 0 = 3 \Rightarrow \text{нет решений};$$

$$\text{б) } \begin{cases} \cos(x+y) + \sin xy = 1 \\ 2\sin xy + \cos(x+y) = -1 \end{cases}; -(\cos(x+y)+\sin xy)+2\sin xy+\cos(x+y) = -1-1;$$

$\sin xy = -2 \Rightarrow \text{нет решений}.$

$$в) \begin{cases} y-1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x \\ \sin x = y \end{cases}; \quad \sin x - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad \text{но } \left(\frac{1}{3}\right)^x > 0, \quad \text{а } \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow \text{нет}$$

решений.

$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = x - 4 \\ 2x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases}; \quad x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow \text{решений нет.}$$

$$1820. а) \begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 5x^2 - 12x + 7 = 0 \end{cases}; \quad x = 1, y = 1; \quad x = \frac{7}{5}, y = \frac{1}{5};$$

$$\text{Ответ: } (1; 1), \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

$$б) \begin{cases} x^4 - y^4 = 15 \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^4 = 16 \\ y^4 = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2), (1; -2), (-1; 2), (-1; -2).

$$в) \begin{cases} 2\sin(x+y) - 3\cos(x-y) = 5 \\ 7\cos(x-y) + 5\sin(x+y) = -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} \sin(x+y) = 1 \\ \cos(x-y) = -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x-y = \pi + 2\pi n \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \pi(n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3\pi}{4} + \pi(n+k); -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n)\right).$$

$$г) \begin{cases} \frac{y}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x \\ y = \log_2 x \end{cases}; \quad \log_2 x = 3^{2-x}; \quad \text{т.к. } y = \log_2 x \text{ возрастает, а } y = 3^{2-x} \text{ убывает, то}$$

они имеют только 1 точку пересечения (2; 1);

Ответ: (2; 1).

$$1821. а) \begin{cases} \sqrt{x+1} - y = 2 \\ \log_7(4-x) = y \end{cases}; \quad \log_7(4-x) = -2 + \sqrt{x+1}; \quad \text{ОДЗ: } x \in [-1; 4];$$

$y = \log_7(4-x)$ убывает, а $y = \sqrt{x+1} - 2$ возрастает \Rightarrow они имеют только одну

точку пересечения (3; 0);

Ответ: (3; 0).

$$б) \begin{cases} \sqrt{\frac{y-x}{2x}} - \sqrt{\frac{x}{x+y}} = \frac{1}{2} \\ 16\sqrt{\frac{x}{x+y}} - 7\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = 1 \end{cases}; \sqrt{\frac{y-x}{2x}} = a \geq 0; \sqrt{\frac{x}{x+y}} = b \geq 0;$$

$$\begin{cases} a-b = \frac{1}{2} \\ 16b-7a = 1 \end{cases}; 9a=9; \begin{cases} a=1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \frac{y-x}{2x} = 1 \\ \frac{x}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y=3x \\ \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}y \\ x \neq 0 \\ y \neq -x \end{cases}; \begin{cases} y=3x \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Ответ: (с; 3с), с ≠ 0_m — любое число.

$$в) \begin{cases} 2^{x+y} - 3^{x-y} = 1 \\ 2^{x+y} + 3^{x-y} = 3 \end{cases}; \begin{cases} 2^{x+y} = 2 \\ 3^{x-4} = 1 \end{cases}; \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=0 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases};$$

Ответ: $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

$$г) \begin{cases} x+y=1 \\ 2^{x-y} = (\frac{1}{4})^{-1} \cdot \frac{8^{2/3}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x+y=1 \\ 2^{x-y} = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^{-1} = 2^3 \end{cases}; \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases};$$

Ответ: (2; -1).

1822.

$$а) \begin{cases} (2x+y)(x+3y) = 48 \\ \frac{2x+y}{x+3y} = \frac{3}{4} \end{cases}; \begin{cases} 2x+y = \frac{3}{4}(x+3y) \\ x+3y = \pm 8 \end{cases}; x+3y \neq 0;$$

$x=2, y=-2; x=-2, y=-2;$

Ответ: (±2; -2).

$$б) \begin{cases} \frac{x-3}{y+2} = 4 \\ (x-3)^2 + (y+2)^2 = 17 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x-3 = 4(y+2) \\ (y+2)^2 + 16(y+2)^2 - 17 = 0; y+2 = \pm 1 \\ y \neq -2 \end{cases}$$

$y=-1, x=7; y=-3, x=-1;$

Ответ: (7; -1), (-1; 3).

1823.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x^4 - y^4 = 65 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = 65 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}; \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 2 \end{cases};$$

Ответ: (3; 2), (3; -2), (-3; 2), (-3; -2).

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^4 = x^2y^2 + 1 \\ 3x^4 = x^2y^2 + 2 \end{cases}; (x; y) \text{ не является решением при всех } y;$$

$$\frac{x^2y^2 + 1}{x^2y^2 + 2} = \frac{2x^4}{3x^4} = \frac{2}{3};$$

$$x^2y^2 = 1; 2x^4 = 1 + 1; x^4 = 1; x = \pm 1, y = \pm 1;$$

Ответ: (1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1).

1824.

$$\text{a) } \begin{cases} y + x^3 = 4 \\ 3y + y^2 + 2x^3 = 20 \end{cases};$$

$$y^2 + y - 12 = 0; y = -4, x = 2; y = 3, x = 1;$$

Ответ: (2; -4), (1; 3).

$$\text{б) } \begin{cases} y^4 + x = 3 \\ 2x^2 - 5x + 3y^4 = 1 \end{cases};$$

$$2x^2 - 8x + 8 = 0; x^2 - 4x + 4 = 0;$$

$$x = 2, y = \pm 1;$$

Ответ: (± 1 ; 2).

1825. а) $\begin{cases} x^3y^5 = 32 \\ x^5y^3 = 8 \end{cases}$; (0; y) не является решением при всех y, (x; 0) не является решением при всех x;

$$\frac{x^3y^5}{x^5y^3} = \frac{32}{8} \cdot 4; y^2 = 4x^2; y = \pm 2x;$$

1) $x^5 \cdot 8x^3 = 8$; $x = \pm 1, y = \pm 2$;

2) $-x^5 \cdot 8x^3 = 8$ - решений нет;

Ответ: (1; 2), (-1; -2).

$$\text{б) } \begin{cases} (x + 2y)^3(x - 2y)^2 = 9 \\ (x - 2y)^3(x + 2y)^2 = -27 \end{cases};$$

$$x - 2y = -3(x + 2y) \text{ (аналогично пункту а);}$$

$$4x = -4y; x = -y; y^3 y^2 = 1; y = 1, x = -1;$$

Ответ: (-1; 1).

$$1826. \text{ а) } \begin{cases} \frac{x}{y} - xy = -9 \\ 2xy - \frac{3y}{x} = 23 \end{cases};$$

$$2\frac{x}{y} - 3\frac{y}{x} - 5 = 0;$$

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) - 3 = 0;$$

$$1) \frac{x}{y} = -\frac{1}{2}; \begin{cases} y = -2x \\ -4x^2 + 6 = 23 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

$$2) \frac{x}{y} = 3; \begin{cases} x = 3y \\ 3 - 3y^2 = -9 \end{cases}; \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 6 \end{cases};$$

Ответ: (6; 2), (-6; -2).

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x}{y} = -\frac{5}{6} \\ \frac{x^2 + xy}{xy - y^2} = \frac{1}{6} \end{cases};$$

$$\frac{x}{y} = a; \frac{x+y}{x-y} = b; (y \neq 0, x \neq y);$$

$$\begin{cases} b + a = -\frac{5}{6} \\ ab = \frac{1}{6} \end{cases}; \begin{cases} a = -\frac{5}{6} - b \\ b^2 + \frac{5}{6}b + \frac{1}{6} = 0 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} 2x + 2y = y - x \\ 3x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} y = -3x \\ 3x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

(c; -3c), c ≠ 0 — любое число;

$$2) \begin{cases} b = -\frac{1}{3} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} 3x + 3y = y - x \\ 2x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases}; \begin{cases} 4x = -2y \\ 2x = -y \\ y \neq 0 \\ x \neq y \end{cases};$$

(d, -2d), $d \neq 0$ — любое число;

1827.

$$a) \begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ y^2 - 3xy = 16 \end{cases}; (x; 0) \text{ не является решением для всех } x \Rightarrow y \neq 0;$$

$$2 \left(\frac{x}{y} \right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0; \quad \frac{x}{y} = -1, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2};$$

$$1) \begin{cases} x = -y \\ y^2 + 3y^2 = 16 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = 2x \\ 4x^2 - 6x^2 = 16 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

Ответ: $(-2; 2), (2; -2)$.

$$б) \begin{cases} 3x^2 - xy = 10y^2 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \end{cases};$$

$$3 \left(\frac{x}{y} \right)^2 - \frac{x}{y} - 10 = 0 \text{ (аналогично пункту а); } \frac{x}{y} = -\frac{5}{3}, \quad \frac{x}{y} = 2;$$

$$1) \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - 4y^2 + y^2 = 4 \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}, \begin{cases} y = -2 \\ x = -4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -\frac{5}{3}y \\ \frac{25}{9}y^2 + 10y^2 + y^2 = 4 \end{cases};$$

$$y^2 = \frac{36}{64}; \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = -\frac{3}{4} \\ x = \frac{5}{4} \end{cases};$$

Ответ: $(4; 2), (-4; -2), \left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right), \left(\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

$$1828. \text{ a) } \begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = -1 \\ 2x^2 - 3xy - 3y^2 = -4 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = -7 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 6x^2 + 4x^2 = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -7y \\ 49y^2 - 21y^2 + y^2 = -1 \end{cases}; \text{решений нет;}$$

Ответ: (1; -2), (-1; 2).

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + xy + 4y^2 = 6 \\ 3x^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}; \left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = 4 \text{ (аналогично предыдущей задаче);}$$

$$1) \begin{cases} y = -2x \\ x^2 - 2x^2 + 16x^2 = 6 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = -2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}, \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = 2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 4y \\ 48y^2 + 8y^2 = 14 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } (2; 1/2), (-2; 1/2), \left(\sqrt{\frac{2}{5}}; -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right), \left(-\sqrt{\frac{2}{5}}; 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right).$$

$$1829. \text{ a) } \begin{cases} x - 2xy + y = -17 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}; \begin{cases} x + y = a, xy = b \\ a - 2b = -17 \\ a^2 - 2b = 25 \end{cases};$$

$$a^2 - a - 42 = 0; \begin{cases} a = 7 \\ b = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 7 - y \\ 7y - y^2 = 12 \end{cases};$$

$$y^2 - 7y + 12 = 0; \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}; \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a = -6 \\ b = \frac{11}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = -6 - y \\ -6y - y^2 = \frac{11}{2} \end{cases}; 2y^2 + 12y + 11 = 0; \begin{cases} y = \frac{-6 \pm \sqrt{14}}{2} \\ x = -6 + \frac{6 \mp \sqrt{14}}{2} \end{cases};$$

эти решения иррациональны;

Ответ: (3; 4), (4; 3).

$$6) \begin{cases} x + y + x^2 + y^2 = 18 \\ xy + x^2 + y^2 = 19 \end{cases}; \begin{cases} xy - x - y = 1 \\ xy + x^2 + y^2 = 19 \end{cases};$$

$$b = 5, a = 6; \begin{cases} a - b = 1 \\ b^2 - a = 19 \end{cases};$$

$$b^2 - b - 20 = 0;$$

$$1) \begin{cases} b = 5 \\ a = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 = 6 \end{cases}; y^2 - 5y + 6 = 0; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}, \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} b = -4 \\ a = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = -4 - y \\ y^2 + 4y + 5 = 0 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

1830.

$$a) \begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$x + y = a, xy = b; \begin{cases} \frac{a(a^2 - 3b)}{b} = 12 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} b = 3a \\ a^2 - 9a = 36 \end{cases};$$

$$a^2 - 9a - 36 = 0;$$

$$1) \begin{cases} a = 12 \\ b = 36 \end{cases}; \begin{cases} x = 12 - y \\ 12y - y^2 = 36 \end{cases};$$

$$y^2 - 12y + 36 = 0; \begin{cases} y = 6 \\ x = 6 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} a=3; \\ b=9; \end{cases} \begin{cases} x=3-y \\ 3y-y^2=9 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (6; 6).

$$б) \begin{cases} xy(x+y)=20 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}; xy=a, x+y=b; \begin{cases} ab=20 \\ b=\frac{5}{4}a; \frac{5}{4}a^2=20; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a=4 \\ b=5; \end{cases} \begin{cases} x=5-y \\ 5y-y^2=4 \end{cases}; y^2-5y+4=0; \begin{cases} y=1 \\ x=4; \end{cases} \begin{cases} y=4 \\ x=1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} a=-4 \\ b=-5; \end{cases} \begin{cases} x=-5-y \\ y^2+5y-4=0 \end{cases}; \begin{cases} y=\frac{5\pm\sqrt{41}}{2} \\ x=-5-\frac{5\pm\sqrt{41}}{2} \end{cases}; \text{эти корни не являются}$$

рациональными;

Ответ: (4; 1), (1; 4).

$$1831. а) \begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ 2x-3y+z=8 \\ -x+y-5z=-8 \end{cases}; \begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ -7y+7z=14 \\ 3y-8z=-11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ -7y+7z=14 \\ -35z=-35 \end{cases} \begin{cases} z=1 \\ y=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Ответ: (-2; -1; 1).

$$б) \begin{cases} 3x-5y+z=-13 \\ x+3y-2z=5 \\ 2x-2y+5z=-6 \end{cases}; \begin{cases} -14y+7z=-28 \\ x+3y-2z=5 \\ -8y+9z=-16 \end{cases}; \begin{cases} 2y-z=4 \\ x+3y-2z=5 \\ 5z=0 \end{cases}; \begin{cases} z=0 \\ y=2 \\ x=-1 \end{cases}$$

Ответ: (-1; 2; 0).

$$1832. а) \begin{cases} x+y=-1 \\ x-z=2 \\ xy+xz+yz=-1 \end{cases}; \begin{cases} y=-1-x \\ z=x-2 \\ -x-x^2+x^2-2x-x^2+x+2=-1 \end{cases};$$

$$-x^2-2x+3=0; x^2+2x-3=0;$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = -5 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = -1 \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 2; -5), (1; -2; -1)$.

$$\text{б) } \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 5 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 + z \\ x = -1 - 3z \\ 11z^2 + 8z - 3 = 0 \end{cases}; \begin{cases} z = -1 \\ x = 2 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} z = 3/11 \\ x = -(20/11) \\ y = 14/11 \end{cases}$$

Ответ: $(2; 0; -1), \left(-\frac{20}{11}; \frac{14}{11}; \frac{3}{11}\right)$ (в ответе задачника опечатка).

1833. а) $y = ax^2 + bx + c$, $M(1; -2)$, $P(-1; 8)$, $Q(0; 1)$;

$$\begin{cases} -2 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \\ 1 = c \end{cases}; \begin{cases} b = -5 \\ c = 1 \\ a = 2 \end{cases}; y = 2x^2 - 5x + 1.$$

б) $y = ax^2 + bx + c$, $M(-1; 6)$, $P(2; 9)$, $Q(1; 2)$;

$$\begin{cases} 6 = a - b + c \\ 9 = 4a + 2b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ 4 = a + c \\ 13 = 4a + c \end{cases}; \begin{cases} b = -2 \\ a = 3 \\ c = 1 \end{cases}; y = 3x^2 - 2x + 1.$$

$$\text{1834. а) } \begin{cases} \sqrt{x-y} + \sqrt{x+3y} = 4 \\ 2x - y = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ \sqrt{-x+4} + \sqrt{7x-12} = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -x + 4 = 16 + 7x - 12 - 8\sqrt{7x-12} \\ 4 - \sqrt{7x-12} \geq 0 \\ -8x = -8\sqrt{7x-12} \\ x \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 7x - 12 = x^2 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}; \begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases};$$

Ответ: $(4; 4), (3; 2)$ (в ответе задачника опечатка).

$$\text{б) } \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ \sqrt{2x+y} + \sqrt{6x-3y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ \sqrt{5-x} + \sqrt{15x-15} = 2; \\ \begin{cases} 15x - 15 = 4 + 5 - x - 4\sqrt{5-x}; \\ 2\sqrt{5-x} \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 16x - 24 = -4\sqrt{5-x}; \\ x \geq 1 \end{cases}; \\ \begin{cases} \sqrt{5-x} = 6 - 4x; \\ x \geq 1 \end{cases}; \\ \begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 5 - x = 36 + 16x^2 - 48x \end{cases}; \begin{cases} 16x^2 - 47x + 31 = 0 \\ 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 1; \\ y = 2; \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: (1; 2) (в ответе задачника опечатка).

$$1835. \text{ а) } \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5; \\ xy = 216 \end{cases}; \begin{cases} x = 216/y \\ \frac{6}{\sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = 5; \end{cases}; (\sqrt[3]{y})^2 - 5\sqrt[3]{y} + 6 = 0;$$

1) $\sqrt[3]{y} = 3$; $y=27$, $x=8$; 2) $\sqrt[3]{y} = 2$; $y=8$, $x=27$;

Ответ: (27; 8), (8; 27).

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 1; \\ \sqrt{xy} = 4 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{y}} \\ \frac{2}{\sqrt[4]{y}} - \sqrt[4]{y} - 1 = 0 \end{cases};$$

$$\sqrt{y} + \sqrt[4]{y} - 2 = 0;$$

1) $\sqrt[4]{y} = 1$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 16 \end{cases}$;

2) $\sqrt[4]{y} = -2$; решений нет;

Ответ: (1; 16).

$$1836. \text{ а) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} + 2 = 3\sqrt{\frac{y+5}{x+3y}}; \\ xy + 2x = 13 - 4y \end{cases}$$

$$\frac{x+3y}{y+5} + 2\sqrt{\frac{x+3y}{y+5}} - 3 = 0;$$

$$\frac{x+3y}{y+5} = 1 \left(\frac{x+3y}{y+5} = -3 \text{ не подходит, т.к. } \frac{x+3y}{y+5} \geq 0 \right);$$

$$x + 3y = y + 5; \begin{cases} x = 5 - 2y \\ 5y - 2y^2 + 10 - 4y = 13 - 4y \end{cases};$$

$$2y^2 - 5y + 3 = 0; \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 3/2 \\ x = 2 \end{cases};$$

Ответ: (3; 1), (2; 3/2).

$$6) \begin{cases} x^2 + 4x - y^2 - 3y = 0 \\ \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + 3\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = 4; \frac{x+y}{x-y} - 4\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + 3 = 0; \end{cases}$$

$$1) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = 1; \quad x+y = x-y; \quad y = 0; \quad x^2 + 4x = 0; \quad x = 0 \text{ — не подходит};$$

$$x = -4;$$

$$2) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = 3; \quad x+y = 9x-9y; \quad \begin{cases} x = \frac{5y}{4} \\ \frac{25y^2}{16} + 5y - y^2 - 3y = 0 \end{cases}; \quad 9y^2 + 32y = 0;$$

$$\begin{cases} y = -\frac{32}{9} \\ x = -\frac{40}{9} \end{cases};$$

Ответ: (-4; 0), $(-\frac{40}{9}; -\frac{32}{9})$.

$$1837. \text{ a) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{x}{y} - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} + 1 = 0; \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{y}; \quad \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1;$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{2}; \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{2}}; \quad 2\sqrt{\frac{y}{2}} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1; \quad \sqrt{y} = 1; \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases};$$

Ответ: (1; 2), (2; 1).

$$6) \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4 \end{cases};$$

$$1) \frac{y}{x} - \sqrt{\frac{y}{x}} - 2 = 0; \sqrt{y} = 2\sqrt{x}, \quad y = 4x; \sqrt{9x} + \sqrt{x} = 4; \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases};$$

$$2) \sqrt{y} = -\sqrt{x}; \quad x = y = 0 \text{ — не подходит};$$

Ответ: (1; 4).

$$1838. a) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{10}{3}; \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - \frac{10}{3}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0; \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3; \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2} = 9 \end{cases}; \quad 36y - 8y^2 = y^2;$$

$$y(4 - y) = 0; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}; \begin{cases} y = 0 \\ x = 9 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{1}{3}; \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9(9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2}) = 1 \end{cases};$$

$$18\sqrt{9y - 2y^2} = 9y - 80; \quad 324(9y - 2y^2) = 81y^2 - 1440y + 6400;$$

$$720y^2 - 4356y + 6400 = 0; \text{ решений нет};$$

Ответ: (1; 4), (0; 0).

$$6) \begin{cases} 3x - y = 3 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} = \frac{65}{8}; \end{cases}; \begin{cases} (\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 - \frac{65}{8}(\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) + 1 = 0; \\ y = 3x - 3 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 8; \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = 64 + x - 16\sqrt{x};$$

$$76 - 11x = 16\sqrt{x};$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{76}{11} \\ 121x^2 + 5776 - 1928x = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}; \quad x = \frac{1444}{121} \text{ — не подходит};$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = \frac{1}{8}; \\ y = 3x - 3 \end{cases}; \quad 12x - 12 = \frac{1}{64} + x - \frac{\sqrt{x}}{4};$$

$$16\sqrt{x} = 769 - 704x; \text{ решений нет;}$$

Ответ: (4; 9).

1839.

$$\text{a) } \begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x; \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y \end{cases};$$

$$3\sqrt{3y+x} = 3y+x;$$

$$\sqrt{3y+x} \cdot (\sqrt{3y+x} - 3) = 0;$$

$$x = -3y, \sqrt{3y+x} = 3;$$

$$3\sqrt{6y-x} = 6y-x;$$

$$\sqrt{6y-x} \cdot (\sqrt{6y-x} - 3) = 0;$$

$$6y = x; \sqrt{6y-x} = 3;$$

$$1) \begin{cases} x = -3y; \\ 6y = -3y; \end{cases} \begin{cases} x = 0; \\ y = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = -3y; \\ \sqrt{9y} = 3; \end{cases} \begin{cases} x = -3; \\ y = 1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x = 9 - 3y; \\ 6y = 9 - 3y; \end{cases} \begin{cases} x = 6; \\ y = 1; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = 9 - 3y; \\ \sqrt{6y - 9 + 3y} = 2; \end{cases} y - 1 = 1; \begin{cases} x = 3; \\ y = 2; \end{cases}$$

Ответ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{2x-3y} + \sqrt{4x+3y} = 2x; \\ 2\sqrt{2x-3y} = \sqrt{4x+3y} - 3y \end{cases};$$

$$3\sqrt{2x-3y} = 2x-3y;$$

$$\sqrt{2x-3y} \cdot (\sqrt{2x-3y} - 3) = 0;$$

$$2x = 3y, \quad 2x = 9 + 3y;$$

$$3\sqrt{4x+3y} = 4x+3y;$$

$$\sqrt{4x+3y} \cdot (\sqrt{4x+3y} - 3) = 0; \quad 4x = -3y; \quad 4x = 9 - 3y;$$

$$1) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9 - 3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = -3y \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = 9 - 3y \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases};$$

Ответ: (0;0), (3/2;1), (3/2;-2), (3;-1).

1840.

$$a) \begin{cases} 2^{6x-2y} = 4^{x+y+10} \\ 3^{x^2} = 3^{11+y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 11 \\ 6x - 2x^2 + 22 = 2(x + x^2 - 11 + 10) \end{cases};$$

$$4x^2 - 4x - 24 = 0;$$

$$x^2 - x - 6 = 0;$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = -7 \end{cases};$$

Ответ: (3; -2), (-2; -7).

$$6) \begin{cases} \frac{343^{x/y}}{7^{x-y}} = 49 \\ \frac{5^{x/y}}{25^{x-y}} = 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{x}{y} - 2x + 2y = 2 \\ 3\frac{x}{y} - x + y = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 2 \\ 15\frac{x}{y} = 12 \end{cases};$$

$$5x = 4y; \begin{cases} y = -2 \\ x = -1,6 \end{cases};$$

Ответ: (-1,6; -2).

1841.

$$a) \begin{cases} 5^{\sqrt[3]{x}} = 5^{3-\sqrt[3]{y}} \\ (0,25^x)^y = \frac{1}{2^{16}} \end{cases}; \begin{cases} \sqrt[3]{x} = 3 - \sqrt[3]{y} \\ 2xy = 16 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{8}{y} \\ \frac{2}{\sqrt[3]{y}} - 3 + \sqrt[3]{y} = 0 \end{cases};$$

$$\sqrt[3]{y^2} - 3\sqrt[3]{y} + 2 = 0;$$

$$1) \sqrt[3]{y} = 2; \begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}; 2) \sqrt[3]{y} = 1; \begin{cases} y = 1 \\ x = 8 \end{cases};$$

Ответ: (8; 1), (1; 8).

$$b) \begin{cases} 32^{\sqrt[3]{x-2y}} \cdot 8^{\sqrt[3]{x+y}} = 2^{13} \\ 8^{\sqrt[3]{x-2y}} \\ 16^{\sqrt[3]{x+y}} = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 8\sqrt[3]{x-2y} - \sqrt[3]{x+y} = 15 \end{cases};$$

$$29\sqrt[3]{x-2y} = 58; x-2y = 8;$$

$$\begin{cases} x = 8 + 2y \\ \sqrt[3]{x+y} = 1 \end{cases}; 8 + 3y = 1; \begin{cases} y = -\frac{7}{3} \\ x = \frac{10}{3} \end{cases};$$

Ответ: $(\frac{10}{3}; -\frac{7}{3})$.

1842.

$$a) \begin{cases} 2^x \cdot 0,25^{-y} = 512 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}; \begin{cases} x + 2y = 9 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 25 + 4y - 20\sqrt{y} \\ 25 + 6y - 20\sqrt{y} = 9 \end{cases};$$

$$8 + 3y = 10\sqrt{y};$$

$$\begin{cases} y \geq -\frac{8}{3} \\ 9y^2 - 52y + 64 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = \frac{16}{9} \\ x = \frac{49}{9} \end{cases}; \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{49}{9}; \frac{16}{9}\right)$.

$$6) \begin{cases} 9^x \cdot 3^{y-3} = 729 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ \sqrt{x} = 1 + \sqrt{y} \end{cases}; \begin{cases} x = y + 1 + 2\sqrt{y} \\ 2y + 2 + 4\sqrt{y} + y = 9 \end{cases};$$

$$4\sqrt{y} = 7 - 3y;$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{7}{3} \\ 9y^2 - 58y + 49 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases};$$

$y = \frac{49}{9}$ — не подходит;

Ответ: (4; 1).

1843.

$$a) \begin{cases} 6^{2x} + 6^x y = 12 \\ y^2 + y \cdot 6^x = -8 \end{cases};$$

$$(6^x + y)^2 = 4; y = \pm 2 - 6^x;$$

$$1) \begin{cases} y = 2 - 6^x \\ 6^{2x} + 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} y = -2 - 6^x \\ 6^{2x} - 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}; \text{решений нет};$$

Ответ: (1; -4).

$$6) \begin{cases} 7^{2y} - 7^y \cdot x = 28 \\ x^2 - x \cdot 7^y = -12 \end{cases};$$

$$(7^y - x)^2 = 16; x = 7^y \pm 4;$$

$$1) \begin{cases} x = 7^y + 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} - 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}; \text{решений нет};$$

$$2) \begin{cases} x = 7^y - 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} + 4 \cdot 7^y = 27 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases};$$

Ответ: (1; 3).

1844.

$$a) \begin{cases} \log_{13}(x^2 + y^2) = 0,5 \log_{\pi} \pi^2; \\ \log_3 x - 1 = \log_3 2 - \log_3 y \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ xy = 6 \end{cases};$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = (x + y)^2 = 25; \quad x + y = \pm 5;$$

$$1) \begin{cases} x = 5 - y; \\ 5y - y^2 = 6; \end{cases};$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; \quad \begin{cases} y = 2; \\ x = 3; \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3; \\ x = 2; \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -5 - y; \\ y^2 + 5y = 6; \end{cases};$$

$$y = -2, y = -3 \text{ — не подходят, т.к. } y > 0;$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

$$б) \begin{cases} \log_7(x + y) = 4 \log_7(x - y) \\ \log_7(x + y) = 5 \log_7 3 - \log_7(x - y) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + y = (x - y)^4 \\ x + y = \frac{243}{x - y} \end{cases};$$

$$x + y = a, \quad x - y = b; \quad \begin{cases} a = b^4 \\ a = \frac{243}{b} \end{cases};$$

$$b^4 - \frac{243}{b} = 0; \quad b^5 = 243; \quad \begin{cases} b = 3 \\ a = 81 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + y = 81; \\ x - y = 3; \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 42; \\ y = 39; \end{cases};$$

Ответ: (42; 39).

$$1845. a) \begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}; \\ 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases};$$

$$\log_x^2 y - \frac{5}{2} \log_x y + 1 = 0; \quad \log_x y = 2, \quad \log_{xy} = 1/2;$$

$$y = x^2, y = \sqrt{x};$$

$$1) \begin{cases} -3x + 4\sqrt{x} - 1 = 0 \\ y = x^2 \end{cases}; 3x - 4\sqrt{x} + 1 = 0;$$

$$\text{ОДЗ: } x, y > 0, x, y \neq 1; \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ y = \frac{1}{81} \end{cases};$$

$\sqrt{x} = 1$ — не подходит по ОДЗ;

$$2) \sqrt[4]{x} - 3\sqrt[4]{x} - 1 = 0; y = \sqrt{x}; \sqrt[4]{x} = 1 \text{ — не подходит по ОДЗ;}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{81}\right).$$

$$б) \begin{cases} \log_y x - 2 \log_x y = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases};$$

$$\text{ОДЗ: } x, y > 0; x, y \neq 1; \log_y^2 x - \log_y x - 2 = 0;$$

$$\log_y x = 2, \log_y x = -1; x = y^2, x = \frac{1}{y};$$

$$1) \begin{cases} x = y^2 \\ y^4 + 2y^2 - 3 = 0 \end{cases}; y^2 = -3 \text{ — не имеет решения;}$$

$$2) \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ x^2 + \frac{2}{x^2} = 3 \end{cases};$$

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0; x^2 = 1 \text{ — не подходит; } x^2 = 2;$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

1846.

$$а) \begin{cases} \log_2^2 y + \log_2 x \cdot \log_2 y - 2 \log_2^2 x = 0 \\ 9x^2 y - xy^2 = 1 \end{cases};$$

$$\text{ОДЗ: } x, y > 0;$$

$$\left(\frac{\log_2 y}{\log_2 x}\right)^2 + \frac{\log_2 y}{\log_2 x} - 2 = 0;$$

$$1) \log_2 y = \log_2 x \begin{cases} y = x \\ 9x^3 - x^3 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$2) \log_2 y = -2\log_2 x; \begin{cases} y = \frac{1}{x^2} \\ 9 - \frac{1}{x^3} = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 4 \end{cases};$$

Ответ: (1/2; 1/2), (1/2; 4).

$$б) \begin{cases} 2\log_3^2 x + \log_3 x \cdot \log_3 y - \log_3^2 y = 0 \\ xy - \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \log_3 x \cdot (\log_3 x + \log_3 y) = 0 \\ xy - \frac{x^2}{y} = 28 \end{cases};$$

$\log_3 x = 0, \log_3 xy = 0$; ОДЗ: $x, y > 0$;

$$1) \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ 1 - \frac{1}{y^3} = 28 \end{cases}; y = -1/3 \text{ — не подходит};$$

$$2) \begin{cases} x = 1 \\ y - \frac{1}{y} = 28; y^2 - 28y - 1 = 0; \end{cases}$$

$y = 14 \pm \sqrt{197}$, но т.к. $y > 0$, то

$$\begin{cases} y = 14 + \sqrt{197} \\ x = 1 \end{cases};$$

Ответ: (1; $14 + \sqrt{197}$).

1847.

$$а) \begin{cases} x^2 + \lg x = y^2 + \lg y \\ \sqrt{x-y} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases};$$

ОДЗ : $x, y > 0$;

если x заменить на y , а y на x , то получится равносильное уравнение \Rightarrow

$$x = y; \sqrt{x-x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} = 4; \sqrt{x} = 2; x = 4 = y;$$

Ответ: (4; 4).

$$\text{б) } \begin{cases} x + 2\sqrt{x} = y + 2\sqrt{y} \\ x^2 + x + y^2 + y = 12 \end{cases};$$

ОДЗ : $x, y \geq 0$;

$x = y$ (аналогично пункту а);

$$x^2 + x + x^2 + x = 12;$$

$$x^2 + x - 6 = 0; x = 2 = y;$$

Ответ: (2; 2).

1848.

$$\text{а) } \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{4}; \\ x + y = \frac{\pi}{3} \end{cases}; \begin{cases} \cos(x+y) - \cos(x-y) = -\frac{1}{2}; \\ x = \frac{\pi}{3} - y \end{cases};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2y\right) = 1; \begin{cases} y = \frac{\pi}{6} + \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} - \pi n \end{cases};$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{6} - \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n\right)$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}; \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} - y \\ \cos(2y) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2y\right) = -1 \end{cases}; \sin(2y) - \cos(2y) = 1;$$

$$\sin\left(2y - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\begin{cases} y = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2} \end{cases};$$

Ответ: $\left((-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}; (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}\right)$.

$$1849. \text{ a) } \begin{cases} \sin x + \cos y = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\cos y \\ \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi m \\ x = (-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left((-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right), \left((-1)^p \cdot \frac{\pi}{6} + \pi p; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi m \right).$$

$$\text{б) } \begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5 \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75 \end{cases}; \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} - \cos y \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4} \end{cases};$$

$$\frac{1}{4} - \cos^2 y + \cos y + \cos^2 y = \frac{1}{4};$$

$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases};$$

если x заменить на y , а y на x , то уравнения не изменятся, поэтому появляется еще одно решение:

$$\begin{cases} y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi p \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi n \right),$$

$$\left(\frac{\pi}{2} + \pi p; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m \right).$$

$$1850. \text{ a) } \begin{cases} \sin x \sin y = -\frac{1}{2}; \\ \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1; \\ \sin x \cos y - \sin y \cos x = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sin(x-y) = 0 \\ \cos(x-y) - \cos(x+y) = -1 \end{cases};$$

$$1) \begin{cases} \cos(x-y) = 1 \\ \cos(x+y) = 2 \end{cases}; \text{ решений нет;}$$

$$2) \begin{cases} \cos(x-y) = -1 \\ \cos(x+y) = 0 \end{cases}; \begin{cases} x-y = \pi + 2\pi n \\ x+y = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2}(2n+k) \\ y = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2}(2n+k); -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k-2n) \right).$$

$$6) \begin{cases} \cos y \cos x = -\frac{1}{4}; \\ \operatorname{tgy} = \operatorname{ctgx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x+y) + \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} \cos(x+y) = 0 \\ \cos(x-y) = -\frac{1}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x-y = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(2k+n) \\ y = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \end{cases};$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right), \left(-\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n+2k); \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right).$$

$$1851. \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ b_1^3 + b_1^3 \cdot q^3 + b_1^3 \cdot q^6 + \dots = 192 \end{cases}; \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 4 \\ \frac{b_1^3}{1-q^3} = 192 \end{cases};$$

$$\begin{cases} b_1 = 4(1-q) \\ b_1^3 = 192(1-q)(1+q+q^2) \end{cases};$$

$$64(1-q)^3 = 192(1-q)(1+q+q^2);$$

$$q = 1 \text{ — не подходит, т.к. } |q| < 1; (1-q)^2 = 3(1+q+q^2);$$

$$\begin{aligned}
 q^2 - 2q + 1 &= 3q^2 + 3q + 3; \\
 2q^2 + 5q + 2 &= 0; \\
 q = -2 &\text{ — не подходит, т.к. } |q| < 1; \\
 q = -(1/2); b_1 &= 6.
 \end{aligned}$$

1852. Пусть a , b и c — цифры сотен, десятков и единиц соответственно;

$$\begin{cases}
 a + b + c = 8 \\
 a^2 + b^2 + c^2 = 26 & ; \\
 100a + 10b + c + 198 = 100c + 10b + a
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a + b + c = 8 \\
 99a - 99c = -198; \\
 a^2 + b^2 + c^2 = 26
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a = c - 2 \\
 b = 10 - 2c & ; 6c^2 - 44c + 78 = 0; \\
 c^2 - 4c + 4 + 100 + 4c^2 - 40c + c^2 = 26
 \end{cases}$$

$$3c^2 - 22c + 39 = 0; c = \frac{13}{3} \text{ — не подходит, т.к. } c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\};$$

$$\begin{cases}
 c = 3 \\
 a = 1; \\
 b = 4
 \end{cases}$$

Ответ: 143.

1853. В обозначениях предыдущей задачи имеем:

$$\begin{cases}
 a = xb \\
 b = xc \\
 a + y = b + 1; \\
 a + 2y = c \\
 y = b + 1 - xb \\
 a = xb & ; x^2c - 2xc + c - 2 = 0; \\
 b = xc \\
 x^2c + 2xc - 2x^2c + 2 = c
 \end{cases}$$

решим это уравнение относительно x :

$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{c}}; \text{ учитывая, что } a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\}, \text{ получим:}$$

$$1) c = 1, x = 1 \pm \sqrt{2}, b = 1 \pm \sqrt{2} \text{ — не подходит;}$$

$$2) c = 2, x = 0 \text{ — не подходит;}$$

$$x = 2, b = 4, a = 8, y = -3;$$

искмое число — 842;

$$3) c = 3, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, b = 3 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right) - \text{не подходит};$$

$$4) c = 4, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}, b = 4 \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right) - \text{не подходит};$$

$$5) c = 5, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}}, b = 5 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}} \right) - \text{не подходит};$$

$$6) c = 6, x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}, b = 6 \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \right) - \text{не подходит};$$

$$7) c = 7, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}}, b = 7 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}} \right) - \text{не подходит};$$

$$8) c = 8, x = \frac{3}{2}, b = 12, - \text{не подходят};$$

$$x = \frac{1}{2}, b = 4, a = 2, y = -3;$$

искмое число — 248;

$$9) c = 9, x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, b = 9 \left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right) - \text{не подходит};$$

$$10) c = 0, b = 0, a = 0 - \text{не подходят};$$

Ответ: 248, 842.

1854.

Пусть a , b и c — скорости работы первой, второй и третьей бригад соответственно. Тогда имеем:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + 4c = a + b + c; \\ a + b = 2(b + c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b - 2c = 0 \\ a + b - 6c = 0 \end{cases}; \begin{cases} a - b - 2c = 0 \\ 2b - 4c = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a - 2b = 0 \\ b - 2c = 0 \end{cases}; \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{b}{2} \end{cases}; \frac{a}{c} = 4;$$

Ответ: в 4 раза.

§ 59. Уравнения и неравенства с параметрами

1855. $mx - x + 1 = m^2$; $x(m-1) = m^2 - 1$;

$m = 1 \Rightarrow x$ – любое число; $m \neq 1 \Rightarrow x = m + 1$;

а) нет таких m ; б) $m = 1$.

1856. $b^2x - x + 2 = b^2 + b$; $x(b^2 - 1) = b^2 + b - 2$;

$x(b^2 - 1) = (b-1)(b+2)$; $b = 1$, x – любое число;

$b = -1 \Rightarrow$ нет решений; $b \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{b+2}{b+1}$;

а) $b \neq \pm 1$; б) $b = -1$; в) $b = 1$.

1857.

а) $a^2x - 4x + 2 = a$;

$x(a^2 - 4) = a - 2$;

$a = 2 \Rightarrow x$ – любое число; $a = -2 \Rightarrow$ нет решений;

$a \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{1}{a+2}$.

б) $\frac{x}{a} + x - 1 = a$; $x(1 + \frac{1}{a}) = a + 1$;

$a = 0$ – уравнение не имеет смысла;

$a = -1 \Rightarrow x$ – любое число;

$a \neq 0$, $a \neq -1 \Rightarrow x = a$.

1858.

а) $mx - x + 1 \geq m^2$; $x(m-1) \geq m^2 - 1$;

$m = 1 \Rightarrow x$ – любое число;

$m > 1 \Rightarrow x \geq m + 1$; $m < 1 \Rightarrow x \leq m + 1$.

б) $b^2x - x + 1 > b$; $x(b^2 - 1) > b - 1$;

$b = 1 \Rightarrow$ нет решений;

$b = -1 \Rightarrow x$ – любое число;

$b \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, $x > \frac{1}{b+1}$;

$b \in (-1; 1)$, $x < \frac{1}{b+1}$.

1859.

а) $a^2x - 4x \geq a - 2$;

$x(a^2 - 4) \geq a - 2$; $a = \pm 2$, x – любое число;

$a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \Rightarrow x \geq \frac{1}{a+2}$; $a \in (-2; 2) \Rightarrow x \leq \frac{1}{a+2}$;

(в ответе задачника опечатка).

б) $\frac{x}{a} + x \leq a + 1$; $x\left(\frac{a+1}{a}\right) \leq a + 1$;

$a = 0$ – неравенство не имеет смысла;

$a = -1$, x – любое число; $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \Rightarrow x \leq a$;

$a \in (-1; 0)$, $x \geq a$.

1860.

$ax^2 + 4x - a + 5 = 0$; $a = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$;

$a \neq 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 4 - (5 - a)a = a^2 - 5a + 4$;

при $a = 1, a = 4, x = -\frac{2}{a}$;

при $a \in (1; 4)$ нет решений;

при $a < 1, a > 4, x = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}$ – два решения;

а) $a < 1, a > 4, a \neq 0$;

б) $a = 1, a = 4, a = 0$; в) $a \in (1; 4)$.

1861.

а) $y = 6x + a$; $y = x^2$; $y' = 2x$;

$y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 - x_0 \cdot 2x_0$ – уравнение касательной к графику $y = x^2$;

$x_0 = 3, y = 6x - 9 \Rightarrow a = -9$;

Ответ: $a = -9$.

б) $y = 4x$; $y = x^2 + a$; прямая $y = 4x$ может иметь с графиком $y = x^2 + a$

одну общую точку только если она является касательной к этому графику;

$y' = 2x$; $y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 + a - 2x_0^2$; $x_0 = 2$; $y = 4x - 4 + a$; $a = 4$;

Ответ: $a = 4$.

1862.

а) $y = x^2 - 4x + 2$; $y = -2x + b$; абсциссы точек пересечения графиков являются корнями уравнения;

$$x^2 - 2x + 2 - b = 0 ;$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 2 + b = b - 1 ;$$

Ответ: $b \geq 1$.

б) $y = x^2 + 6x + 7$; $y = 2x + b$;

аналогично п. а: $x^2 + 4x + 7 - b = 0$;

$$\frac{D}{4} = 4 - 7 + b = b - 3 ;$$

Ответ: $b \geq 3$.

1863.

$$\text{а) } \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 ; \\ y = 3x + a \end{cases} ;$$

$$2x^2 - 8x + 1 - a = 0 ;$$

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 + 2a = 14 + 2a \geq 0 ;$$

Ответ: $a \geq -7$.

$$\text{б) } \begin{cases} y = 3x^2 - 4x - 2 ; \\ y = -10x + a \end{cases} ; 3x^2 + 6x - 2 - a = 0 ;$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 6 + 3a = 3a + 15 \geq 0 ;$$

Ответ: $a \geq -5$.

1864.

$$ax^2 + 4x - 3 + a > 0 ; a = 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4} ; a \neq 0 ;$$

$$\frac{D}{4} = -(a^2 - 3a - 4) ;$$

а) неравенство выполняется при любых x , если:

$$\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases} ; \begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases} ; a > 4 ;$$

б) неравенство не имеет решений, если:

$$\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}; \begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases}; a < -1;$$

1865.

a) $y = 2x^2 - 3ax + 2$;

ось симметрии данной параболы — прямая $x = \frac{3a}{4}$;

$$\frac{3a}{4} < -3; a < -4.$$

б) $y = 5x^2 - 7ax + 2$; аналогично задаче пункта а:

$$\frac{7a}{10} > 4; a > \frac{40}{7} \text{ (в ответе задачника опечатка).}$$

1866.

a) $\sqrt{x-2}(x-a) \geq 0$; $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-a \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq a \end{cases}$

Ответ: $x > 2$, если $a < 2$; $x \geq a$, если $a \geq 2$.

б) $(6-x) \cdot \sqrt{x-a} > 0$; $\begin{cases} x-a > 0 \\ 6-x > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > a \\ x < 6 \end{cases}$

Ответ: $a < x < 6$, если $a < 6$; нет решений, если $a \geq 6$.

1867.

a) $x^2 - 2bx + b^2 - 4b + 3 = 0$;

уравнение имеет 2 корня, если $D > 0$;

$$D/4 = b^2 - b^2 + 4b - 3 > 0; b > \frac{3}{4};$$

Ответ: $b = 1$ (в ответе задачника опечатка).

б) $x^2 + 2(b-2)x + b^2 - 10b + 12 = 0$;

$$D/4 = b^2 - 4b + 4 - b^2 + 10b - 12 > 0;$$

$$b > \frac{4}{3};$$

Ответ: $b = 2$ (в ответе задачника опечатка).

1868. a) $x^2 - 8ax + 27 = 0$;

$$D/4 = 16a^2 - 27 > 0;$$

$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{3}}{4}) \cup (\frac{3\sqrt{3}}{4}; +\infty)$ — при таких a уравнение имеет 2 корня;

$$x = 4a \pm \sqrt{16a^2 - 27};$$

$$1) \frac{4a + \sqrt{16a^2 - 27}}{4a - \sqrt{16a^2 - 27}} = 3;$$

$$\sqrt{16a^2 - 27} = 2a; \begin{cases} a \geq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; a = 1,5;$$

$$2) \frac{4a - \sqrt{16a^2 - 27}}{4a + \sqrt{16a^2 - 27}} = 3;$$

$$\sqrt{16a^2 - 27} = -2a; \begin{cases} a \leq 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}; a = -1,5;$$

Ответ : $a = \pm 1,5$.

$$б) x^2 - 10ax + 24 = 0;$$

$$D/4 = 25a^2 - 24 > 0;$$

$$a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{24}}{5}) \cup (\frac{\sqrt{24}}{5}; +\infty);$$

$$x = 5a \pm \sqrt{25a^2 - 24};$$

$$1) \frac{5a + \sqrt{25a^2 - 24}}{5a - \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3};$$

$$5a + 5\sqrt{25a^2 - 24} = 0; \sqrt{25a^2 - 24} = -a;$$

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; a = -1;$$

$$2) \frac{5a - \sqrt{25a^2 - 24}}{5a + \sqrt{25a^2 - 24}} = \frac{2}{3}; \sqrt{25a^2 - 24} = a;$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}; a = 1;$$

Ответ: $a = \pm 1$.

1869.

а) $y = (3a + 1)x^2 + 2x - 5$; вершина параболы (x_B, y_B) лежит внутри IV координатной четверти, если $x_B > 0, y_B < 0$;

$$x_B = -\frac{1}{3a + 1} > 0;$$

$$3a+1 < 0; a < -\frac{1}{3}; y_B = \frac{1}{3a+1} - \frac{2}{3a+1} - 5 < 0;$$

$$\frac{-1-15a-5}{3a+1} < 0;$$

$$\frac{15a+6}{3a+1} > 0; \text{ поскольку } 3a+1 < 0, \text{ то } 15a+6 < 0; a < -(2/3);$$

$$\begin{cases} a < -\frac{2}{3} \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a < -\frac{2}{3};$$

$$\text{Ответ: } a < -\frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } y = 3x^2 + (4a-1)x + 3;$$

$$x_B > 0, y_B > 0;$$

$$x_B = -\frac{4a-1}{6} > 0; a < 4;$$

$$y_B = \frac{16a^2-8a+1}{12} - \frac{16a^2-8a+1}{6} + 3 > 0;$$

$$-16a^2 + 8a - 1 + 36 > 0;$$

$$16a^2 - 8a - 35 < 0;$$

$$-\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}; \begin{cases} -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4} \\ a < 4 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4};$$

$$\text{Ответ: } -\frac{5}{4} < a < \frac{1}{4}.$$

1870.

$$\text{а) } (\log_3 a)x^2 - (2\log_3 a - 1)x + \log_3 a - 2 = 0; \text{ ОДЗ: } a > 0;$$

$$1) a = 1; \text{ тогда уравнение примет вид: } x - 2 = 0;$$

$$x = 2 \text{ — единственный корень;}$$

$$2) a \neq 1; \text{ тогда для существования единственного корня необходимо:}$$

$$D = 4\log_3^2 a - 4\log_3 a + 1 - 4\log_3^2 + 8\log_3 a = 0;$$

$$\log_3 a = \frac{1}{-4}; a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}};$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}.$$

$$\text{б) } (\log_4 a)x^2 + (2\log_4 a + 1)x + \log_4 a + 2 = 0;$$

$$1) a = 1; \text{ уравнение имеет вид: } x + 2 = 0; x = -2;$$

2) $a \neq 1$; уравнение не имеет корней, если

$$D = 4 \log_4^2 a + 4 \log_4 a + 1 - 4 \log_4^2 a - 8 \log_4 a < 0;$$

$$\log_4 a > \frac{1}{4}; \quad a > \sqrt{2};$$

Ответ: $a > \sqrt{2}$.

1871.

а) $5^{2x} - 3 \cdot 5^x + a - 1 = 0$; это уравнение квадратное относительно 5^x , уравнение имеет единственное решение, если уравнение $t^2 - 3t + a - 1 = 0$ имеет единственный положительный корень;

$$D = 9 - 4a + 4 = 13 - 4a;$$

$$1) D = 0; \quad a = \frac{13}{4};$$

$$5^x = \frac{3}{2} > 0;$$

$$2) D > 0; \quad 5^x = \frac{3 \pm \sqrt{13 - 4a}}{2}$$

(второй корень всегда положителен);

$$13 - 4a \geq 9;$$

$$a \leq 1;$$

Ответ: $a \leq 1, \quad a = \frac{13}{4}$.

б) $(0,01)^x - 2(a+1)0,1^x + 4 = 0$; т.к. уравнение квадратное относительно $0,1^x$, то оно не может иметь больше двух корней;

пусть x_1, x_2 — корни этого уравнения, тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 0,1^{x_1} + 0,1^{x_2} = 2a + 2; \\ 0,1^{x_1} \cdot 0,1^{x_2} = 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} 0,1^{x_1} < 0 \\ 0,1^{x_2} < 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2a + 2 < 0; \\ a < -1; \end{cases}$$

Ответ: $a < -1$.

1872. а) $9^x + (a+4) \cdot 3^x + 4a = 0$;

$$D = a^2 + 8a + 16 - 16a = (a-4)^2 \geq 0;$$

$$\text{при всех } a; \quad 3x = \frac{-(a+4) \pm (a-4)}{2} = \begin{cases} -a \\ -4 < 0 \end{cases};$$

для существования корня нужно: $-a > 0$;

Ответ: $a \leq 0$.

$$б) 25^x + (a-2) \cdot 5^x - 2a = 0;$$

$$D = a^2 - 4a + 4 + 8a = (a+2)^2 \geq \text{при всех } a;$$

$$5^x = \frac{(2-a) \pm (a+2)}{2} = \begin{cases} 2 \\ -a \end{cases};$$

отсюда видно, что при всех a уравнение имеет корень: $x = \log_5 2$;

Ответ: a – любое число (в ответе задачника опечатка).

$$1873. а) \sqrt{a \cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x, \quad x = 0;$$

$$\sqrt{a} = 1; \quad a = 1;$$

$$\sqrt{\cos 2x - 3 \sin 2x} = \cos x; \quad \text{ОДЗ: } \cos x \geq 0;$$

$$\cos 2x - 3 \sin 2x = \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x - 6 \sin x \cos x = \cos^2 x;$$

$$\sin x \cdot (\sin x + 6 \cos x) = 0;$$

$$x = \pi n, \quad x = -\arctg 6 + \pi n, \quad \cos x \geq 0;$$

$$\text{Ответ: } x = 2\pi n, \quad x = -\arctg 6 + 2\pi n.$$

$$б) \sqrt{2 \sin 2x - a \cos 2x} = -\sin x, \quad x = -\frac{\pi}{2};$$

$$\sqrt{a} = 1, \quad a = 1;$$

$$\sqrt{2 \sin 2x - \cos 2x} = -\sin x;$$

$$\text{ОДЗ: } \sin x \leq 0;$$

$$2 \sin 2x - \cos 2x = \sin^2 x;$$

$$4 \sin 2x - \cos 2x = 1;$$

$$\cos x \cdot (4 \sin x - \cos x) = 0;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad x = \arctg \frac{1}{4} + \pi n;$$

$$\sin x \leq 0;$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad x = \arctg \frac{1}{4} + \pi + 2\pi n.$$

$$1874. а) x(x+3)^2 + a = 0;$$

$$x(x+3)^2 = -a;$$

$$y = x^3 + 6x^2 + 9x;$$

$$y' = 3x^2 + 12x + 9 = 0;$$

$$x = -3, \quad x = -1 \text{ — экстремумы функции } y;$$

$$y(-3) = 0;$$

$$y(-1) = (-1) \cdot (2)^2 = -4;$$

$$-4 < -a = 0; \quad 0 < a < 4.$$

1875. а) $x^4 - 8x^2 + 4 = a$;

$$y = x^4 - 8x^2 + 4 ;$$

$$y' = 4x^3 - 16x = 0;$$

$$x = 0, \quad x = 2; \quad x = -2; \quad y(0) = 4;$$

$$y(2) = 16 - 32 + 4 = -12; \quad y(-2) = -12;$$

Ответ: $a < -12$.

б) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 = a$;

$$y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 ;$$

$$y' = x(12x^2 + 12x - 24) = 0 ;$$

$$x = 0 \quad x = -2; \quad x = 1;$$

$$y(0) = 0; \quad y(1) = -5;$$

$$y(-2) = 48 - 32 - 48 = -32$$

Ответ: $-5 \leq a \leq 0$.

1876. а) $\sqrt{x} = x - a$; ОДЗ: $x \geq 0$;

$$a = x - \sqrt{x} ; \quad y = x - \sqrt{x} ;$$

$$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 ;$$

$$x = \frac{1}{4};$$

$$y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4};$$

Ответ: при $a < -\frac{1}{4}$ решений нет, при $a = -\frac{1}{4}$, $a > 0$ - 1 решение, при

$a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right]$ - 2 решения.

б) $\sqrt{4 - x^2} = x + a$;

$$\text{ОДЗ: } x \in [-2; 2];$$

$$\sqrt{4 - x^2} - x = a ;$$

$$y = \sqrt{4 - x^2} - x;$$

$$y' = -\frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} - 1 = 0;$$

$$x = -\sqrt{4-x^2};$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 4-x^2; \end{cases}$$

$$x = -\sqrt{2};$$

$$y(-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \text{ — максимум};$$

$$y(-2) = 2; y(2) = -2;$$

Ответ: $a \in (-\infty; -2)$ — нет решений, $a \in (2\sqrt{2}; +\infty)$ — нет решений,

$a \in [2; 2\sqrt{2})$ — 2 решения, $a \in [-2; 2) \cup \{2\sqrt{2}\}$ - 1 решение.

$$1877. |3x+6| = px+2;$$

$$1) x \leq -2; x(3+p) = -8;$$

$$p = -3 \Rightarrow \text{решений нет}; p \neq -3 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{8}{p+3} \leq -2; \frac{2p-2}{p+3} \leq 0; p \in (-3; 1];$$

$$2) x > -2; x(3-p) = -4; p = 3 \Rightarrow \text{решений нет}; p \neq 3 \Rightarrow$$

$$x = \frac{4}{p-3} > -2; \frac{2p-2}{p-3} > 0; p \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty);$$

$$a) p \in (-\infty; 3] \cup (3; +\infty) \cup \{1\};$$

$$б) p \in (-3; 1).$$

$$1878. a) \begin{cases} y = |x-2| \\ y = ax+1 \end{cases}$$

$$|x-2| = ax+1;$$

$$1) x \geq 2; x(1-a) = 3;$$

$$a = 1 \Rightarrow \text{решений нет}; a \neq 1 \Rightarrow$$

$$x \frac{3}{1-a} \geq 2;$$

$$2 + \frac{3}{a-1} \leq 0;$$

$$\frac{2a+1}{a-1} \leq 0;$$

$$a \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right);$$

2) $x < 2$; $1 = x \cdot (a+1)$; $a = -1 \Rightarrow$ решений нет;

$a \neq -1 \Rightarrow$

$$x = \frac{1}{a+1} < 2;$$

$$\frac{2a-1}{a+1} > 0, \quad a \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right);$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

б) $|x+4| = ax+2$;

1) $x \geq -4$; $x \cdot (1-a) = -2$; $a = -1 \Rightarrow$ решений нет; $a \neq 1 \Rightarrow$

$$x = \frac{2}{a-1} \geq -4; \quad \frac{4a-2}{a-1} \geq 0;$$

$$a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty);$$

2) $x < -4$; $x \cdot (a+1) = -6$; $a = -1 \Rightarrow$ решений нет; $a \neq -1 \Rightarrow$

$$x = -\frac{6}{a+1} < -4; \quad \frac{4a-2}{a+1} < 0;$$

$$a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right);$$

Ответ: $a \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

1879. $|x^2 - 4x - 5| = a$;

$$y = |x^2 - 4x - 5|;$$

$x_v = 2$ — абсцисса вершины

параболы $y = x^2 - 4x - 5$; $y(2) = |4 - 8 - 5| = 9$;

а) $a = 0$, $a > 9$; б) $a \in (0; 9)$.

1880. а) $(x-a)^2 - 12|x-a| + 35 = 0$;

1) $|x-a| = 7$; $x = 7+a$, $x = -7+a$;

2) $|x - a| = 5$; $x = 5 + a$, $x = -5 + a$; очевидно, уравнение должно иметь 2 положительный и 2 отрицательных корня, причем их знаки будут следующими:

$$\begin{cases} 7 + a > 0 \\ 5 + a > 0 \\ -5 + a < 0 \\ -7 + a < 0 \end{cases}; \begin{cases} a > -7 \\ a > -5 \\ a < 5 \\ a < 7 \end{cases};$$

Ответ: $a \in (-5; 5)$.

б) $(x + a)^2 - 6|x + a| + 8 = 0$;

1) $|x + a| = 4$; $x = 4 - a$; $x = -4 - a$;

2) $|x + a| = 2$; $x = 2 - a$, $x = -2 - a$;

т.к. $-4 - a < -2 - a < 4 - a$, то для того, чтобы число положительных корней было больше числа отрицательных, пужно, чтобы $-2 - a \geq 0$;

Ответ: $a \leq -2$.

StudyPort.ru