

С6(6)

Определить главный вектор \vec{R}^* и главный момент \vec{M}_O системы сил относительно центра O и установить, к какому простейшему виду приводится эта система.

Размеры прямоугольного параллелепипеда см			Силы системы											
			P1			P2			P3			P4		
a	b	c	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление
30	40	20	8	A	AO	4	E	EF	6	F	FB	20	D	DF

Решение

1. *Определение модуля и направления главного вектора заданной системы сил по его проекциям на координатные оси.*

Проекции главного вектора на оси координат (рис. 1):

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

$$X = -P_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot P_4 = 4 \quad \text{Н}$$

$$Y = P_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot P_4 = 20 \quad \text{Н}$$

$$Z = -P_3 = -6 \quad \text{Н}$$

Модуль главного вектора

$$R^* = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 21.3 \quad \text{Н}$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{i}) = \frac{X}{R^*} = \frac{4}{21.3} = 0.188$$

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{j}) = \frac{Y}{R^*} = \frac{20}{21.3} = 0.939$$

$$\cos(\vec{R}^*, \vec{k}) = \frac{Z}{R^*} = \frac{-6}{21.3} = -0.282$$

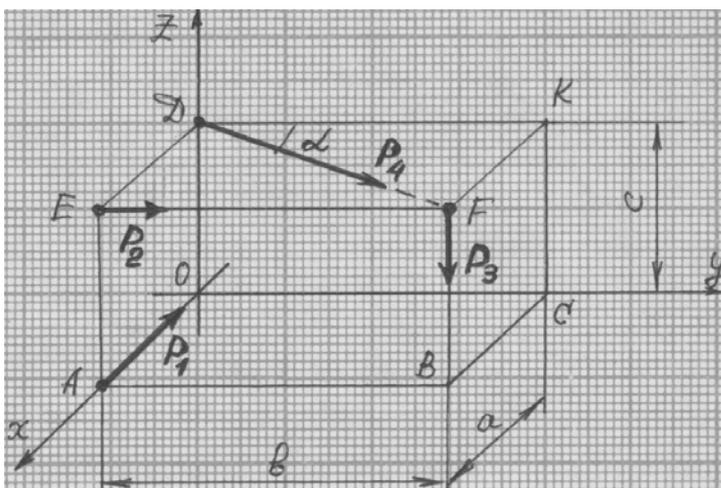


Рис. 1.

2. *Определение главного момента заданной системы сил относительно центра O.*

Главные моменты заданной системы сил относительно координатных осей:

$$M_x = -c \cdot P_2 - b \cdot P_3 - c \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot P_4 = -763.8 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_y = a \cdot P_3 + c \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot P_4 = 512.8 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_z = a \cdot P_2 = 120 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

$$M_o = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 774.9 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{M}_o, \vec{i}) = \frac{M_x}{M_o} = \frac{-763.8}{774.9} = -0.986$$

$$\cos(\vec{M}_o, \vec{j}) = \frac{M_y}{M_o} = \frac{512.8}{774.9} = 0.662$$

$$\cos(\vec{M}_o, \vec{k}) = \frac{M_z}{M_o} = \frac{120}{774.9} = 0.155$$

3. *Вычисление наименьшего главного момента заданной системы сил.*

$$M^* = \frac{X \cdot M_x + Y \cdot M_y + Z \cdot M_z}{R^*} = 240.8 \text{ Н}\cdot\text{см}$$

4. Так как $R^* \neq 0, M^* \neq 0$, то заданная система сил приводится к динаме (силовому винту) рис. 2.

Уравнение центральной оси:

$$\frac{M_x - (y \cdot Z - z \cdot Y)}{X} = \frac{M_y - (z \cdot X - x \cdot Z)}{Y} = \frac{M_z - (x \cdot Y - y \cdot X)}{Z} = \frac{M^*}{R^*}.$$

Подставляя в это уравнение найденные числовые значения величин, находим:

$$(1) \quad -685.3 + 6 \cdot y + 20 \cdot z = 0$$

$$(2) \quad 193.5 - 4 \cdot z - 6 \cdot x = 0$$

Координаты точек пересечения центральной осью координатных плоскостей определяем при помощи уравнений центральной оси (1) и (2). Полученные значения помещены в таблице 2.

Таблица 2

Точки	Координаты, см		
	x	y	z
A1	0,0	-47,0	48,4
A2	9,4	0,0	34,3
A3	32,2	114,2	0,0

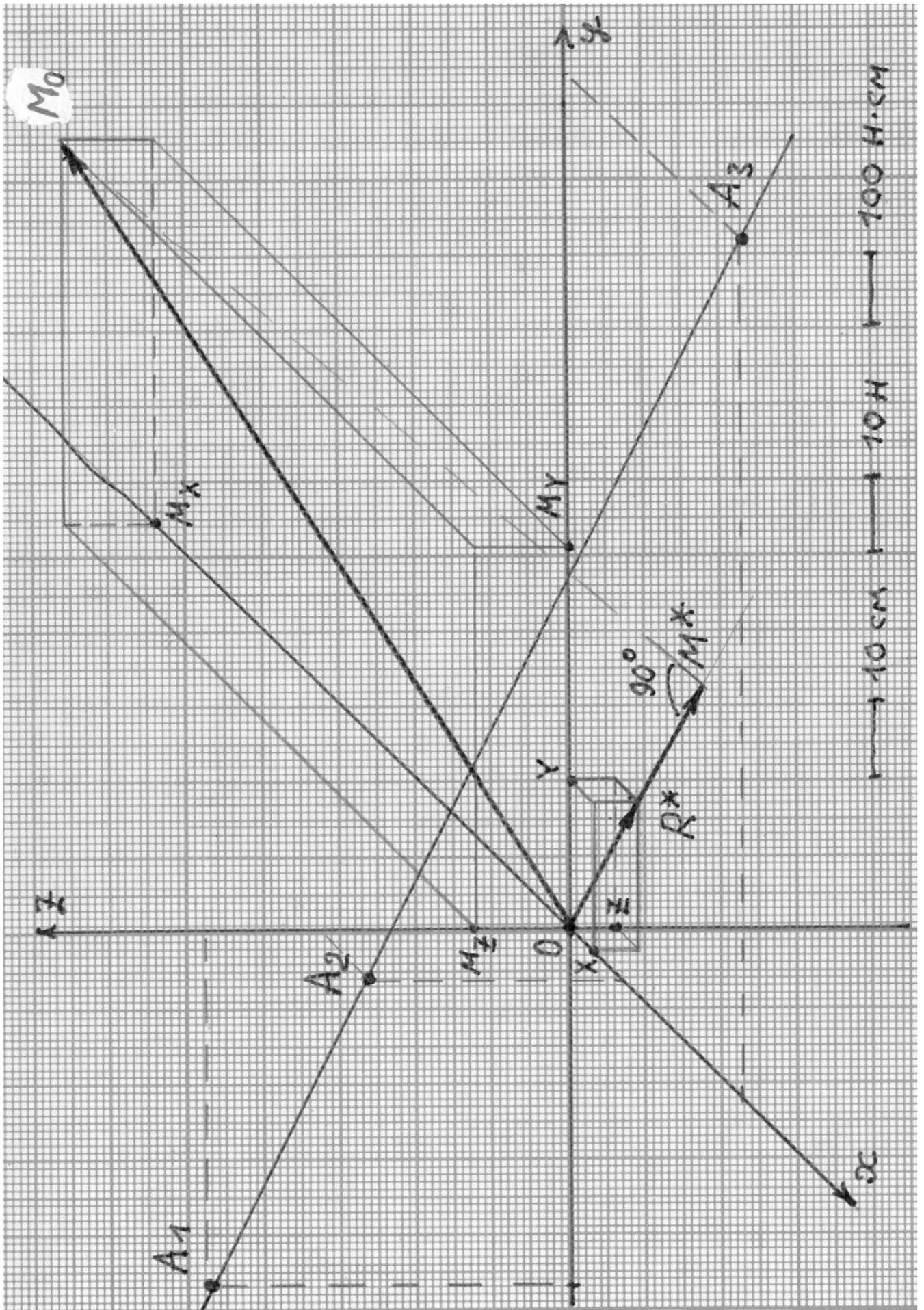


Рис. 2.