C6(9)

Определить главный вектор $\vec{R}^*$ и главный момент $\vec{M}_O$ системы сил относительно центра O и установить, к какому простейшему виду приводится эта система.

Размеры прямоугольного параллелепипеда см			Силы системы											
			P1			P2			P3			P4		
a	b	c	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление	модуль, Н	точка приложения	направление
30	40	30	10	A	AC	20	K	KB	-	-	-	-	-	-

Решение

1. *Определение модуля и направления главного вектора заданной системы сил по его проекциям на координатные оси.*

Проекции главного вектора на оси координат (рис.1):

$$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\ \sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\ \cos\beta = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}},\ \sin\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}.$$

$$X = \frac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot P_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}\cdot P_2 = 8.1 \quad \text{Н}$$

$$Y = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot P_1 = 8 \quad \text{Н}$$

$$Z = \frac{-c}{\sqrt{a^2+c^2}}\cdot P_2 = -14.1 \quad \text{Н}$$

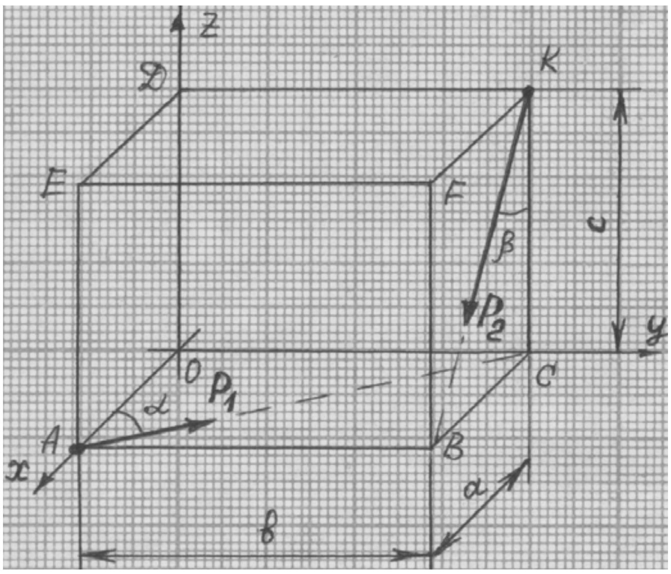

Рис. 1.

Модуль главного вектора

$$R^* = \sqrt{X^2+Y^2+Z^2} = 18.2 \quad \text{Н}$$

Направляющие косинусы

$$\cos(\vec{R}^*,\vec{i}) = \frac{X}{R^*} = \frac{8.1}{18.2} = 0.445$$

$$\cos(\vec{R}^*,\vec{j}) = \frac{Y}{R^*} = \frac{8}{18.2} = 0.44$$

$$\cos(\vec{R}^*,\vec{k}) = \frac{Z}{R^*} = \frac{-14.1}{18.2} = -0.775$$

2. *Определение главного момента заданной системы сил относительно центра О.*
Главные моменты заданной системы сил относительно координатных осей:

$$M_X = -b\cdot\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}\cdot P_2 = -565.7 \quad \text{Н·см}$$

$$M_Y = c\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}\cdot P_2 = 424.3 \quad \text{Н·см}$$

$$M_Z = a\cdot\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot P_1 - b\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}\cdot P_2 = -325.7 \quad \text{Н·см}$$

$$M_O = \sqrt{M_x{}^2 + M_y{}^2 + M_z{}^2} = 778.5 \quad \text{Н·см}$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{M}_O,\vec{i}\,) = \frac{M_X}{M_O} = \frac{-565.7}{778.5} = -0.727$$

$$\cos(\vec{M}_O,\vec{j}\,) = \frac{M_Y}{M_O} = \frac{424.3}{778.5} = 0.545$$

$$\cos(\vec{M}_O,\vec{k}\,) = \frac{M_Z}{M_O} = \frac{-325.7}{778.5} = -0.418$$

3. *Вычисление наименьшего главного момента заданной системы сил.*

$$M^* = \frac{X\cdot M_X + Y\cdot M_Y + Z\cdot M_Z}{R^*} = 186.8 \quad \text{Н·см}$$

4. Так как $R^* \neq 0, M^* \neq 0$, то *заданная система сил приводится к динаме (силовому винту)* рис. 2.

Уравнение центральной оси:

$$\frac{M_X-(y\cdot Z - z\cdot Y)}{X} = \frac{M_Y-(z\cdot X - x\cdot Z)}{Y} = \frac{M_Z-(x\cdot Y - y\cdot X)}{Z} = \frac{M^*}{R^*}.$$

Подставляя в это уравнение найденные числовые значения величин, находим:

$$(1) \qquad -649.3 + 14.14\cdot y + 8\cdot z = 0$$

$$(2) \qquad 342 - 8.14\cdot z - 14.14\cdot x = 0$$

Координаты точек пересечения центральной осью координатных плоскостей определяем при помощи уравнений центральной оси (1) и (2) . Полученные значения помещены в таблице 2.

Таблица 2

Точки	Координаты, см		
	x	y	z
A_1	0,0	22,2	42,0
A_2	-22,5	0,0	81,2
A_3	24,2	45,9	0,0

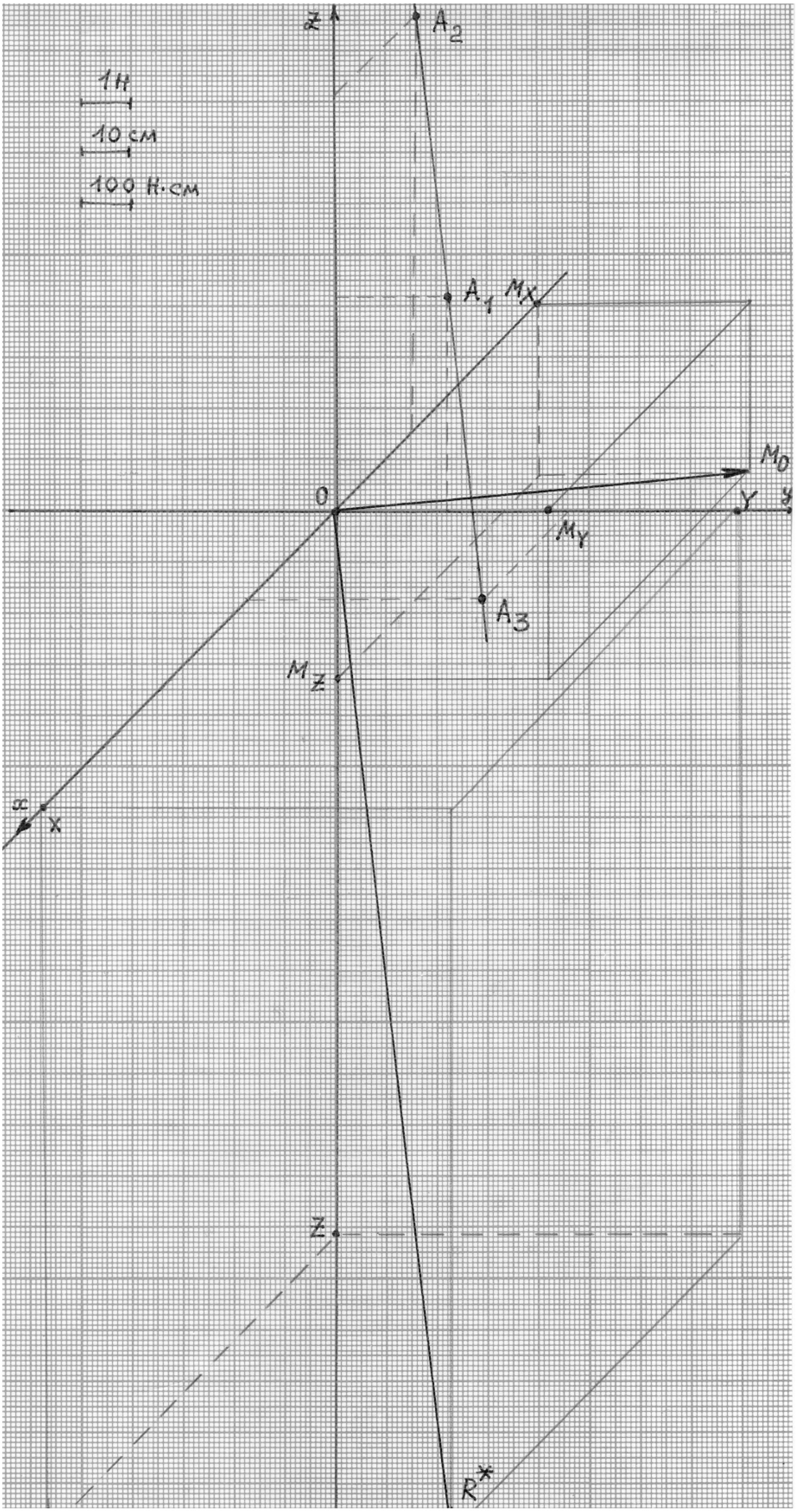

Рис. 2.