

А.В. Морозов

**Решение контрольных
и самостоятельных
работ по алгебре
за 8 класс**

к пособию «Дидактические материалы по алгебре для 8
класса / В.И. Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. —
8-е изд. — М.: Просвещение, 2003».

StudyPort.ru

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант I

С - 1

1.

- 1) а) $(3a - 7) + (4 - a) = 3a - 7 + 4 - a = 2a - 3$;
б) $(8b + 12) - (2 - 5b) = 8b + 12 - 2 + 5b = 13b + 10$;
2) а) $(6x^2 - 1) + (2 - 3x - x^2) = 6x^2 - 1 + 2 - 3x - x^2 = 5x^2 - 3x + 1$;
б) $(10 - 12y^2) - (y^3 - y^2 + 6) = 10 - 12y^2 - y^3 + y^2 - 6 = -y^3 - 11y^2 + 4$.

2.

- 1) а) $7c^2(2c - 9) = 14c^3 - 63c^2$; б) $-0,5a(4 - 2a) = a^2 - 2a$;
в) $3x(x^2 - 7x + 2) = 3x^3 - 21x^2 + 6x$;
2) а) $(b + 3)(b - 5) = b^2 - 5b + 3b - 15 = b^2 - 2b - 15$;
б) $(4a - 3)(2a + 1) = 8a^2 + 4a - 6a - 3 = 8a^2 - 2a - 3$;
в) $(c - 2)(c^2 - 3c - 1) = c^3 - 3c^2 - c - 2c^2 + 6c + 2 = c^3 - 5c^2 + 5c + 2$.

3.

- 1) а) $5(2x - 3) + 2(7 - 3x) = 10x - 15 + 14 - 6x = 4x - 1$;
б) $6y(y^2 - 3y) - 3y(y^2 - 6y) = 6y^3 - 18y - 3y^3 + 18y = 3y^3$;
2) а) $(3a - 1)(2a + 5) - 6a^2 = 6a^2 + 15a - 2a - 5 - 6a^2 = 13a - 5$;
б) $12b^3 - (4b^2 - 1)(3b - 2) = 12b^3 - 12b^3 + 8b^2 + 3b - 2 = 8b^2 + 3b - 2$.

4.

- 1) а) $(x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$; б) $(6 + y)(y - 6) = y^2 - 36$;
в) $(3z^2 - 5)(5 + 3z^2) = 9z^4 - 25$;
2) а) $(y + 3)^2 = y^2 + 6y + 9$; б) $(a - 5)^2 = a^2 - 10a + 25$;
в) $(2b - 1)^2 = 4b^2 - 4b + 1$; г) $(5 - 3c^2)^2 = 25 + 30c^2 + 9c^4$;
3) а) $(c + 2)(c^2 - 2c + 4) = c^3 + 2^3 = c^3 + 8$; б) $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$.

5.

$(a - 4)(a + 8) - 4(a - 9) = a^2 + 8a - 4a - 32 - 4a + 36 = a^2 + 36 > 0$ при любом a , что и требовалось доказать.

6.

$32y + (y - 8)^2 - y(y - 16) = 32y + y^2 - 16y + 64 - y^2 + 16y = 32(y + 2)$ - кратно 32 при любом целом y .

7.

$(x^2 + 2x - 3)(x - b) = x^3 - bx^2 + 2x^2 - 2bx - 3x + 3b = x^3 + (2 - b)x^2 - (2b + 3)x + 3b$ не содержит x^2 при $b = 2$.

С - 2

1.

- 1) а) $12b - 48 = 12(b - 4)$; б) $x^2 - 2x = x(x - 2)$;
в) $3y^3 + 15y = 3y(y^2 + 5)$; г) $6z^3 - 2z^5 = 2z^3(3 - z^2)$;
2) а) $ax - 3a + bx - 3b = a(x - 3) + b(x - 3) = (x - 3)(a + b)$;
б) $x^2 - ax + bx - ab = x(x - a) + b(x - a) = (x - a)(x + b)$;

2

2.

1) а) $y^2 - 9 = (y - 3)(y + 3)$; б) $25c^2 - 1 = (5c - 1)(5c + 1)$; в) $0,49 - a^2x^4 = (0,7 - ax^2)(0,7 + ax^2)$;
2) а) $n^2 - 2n + 1 = (n - 1)^2 = (n - 1)(n - 1)$; б) $4m^2 + 12m + 9 = (2m + 3)^2 = (2m + 3)(2m + 3)$; в) $4 + 0,25x^2 - 2x = (0,5x - 2)^2 = (0,5x - 2)(0,5x - 2)$;
3) а) $p^3 + 1 = (p + 1)(p^2 - p + 1)$; б) $a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$; в) $8q^3 + 27 = (2q + 3)(4q^2 - 6q + 9)$; г) $0,001x^6 - 1000y^3 = (0,1x^2 - 10y)(0,01x^4 + xy + 100y^2)$.

3.

1) а) $3x^2 - 3y^2 = 3(x^2 - y^2) = 3(x - y)(x + y)$; б) $y^3 - y = y(y^2 - 1) = y(y - 1)(y + 1)$;
в) $a^5 - a = a(a^4 - 1) = a(a^2 - 1)(a^2 + 1) = a(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$;
2) а) $b^3 - 12b^2 + 36b = b(b^2 - 12b + 36) = b(b - 6)^2 = b(b - 6)(b - 6)$;
б) $20a^3 - 60a^2 + 45a = 5a(4a^2 - 12a + 9) = 5a(2a - 3)^2 = 5a(2a - 3)(2a - 3)$;
3) а) $x^2 - y^2 + x + y = (x - y)(x + y) + x + y = (x + y)(x - y + 1)$;
б) $c^2 - 4c + 4 - 9x^2 = (c - 2)^2 - 9x^2 = (c - 2 - 3x)(c - 2 + 3x)$.

4.

$a^2 + 4ab + 5b^2 + 2b + 1 = (a^2 + 4ab + 4b^2) + (b^2 + 2b + 1) = (a + 2b)^2 + (b + 1)^2 \geq 0$
при любых a и b , что и требовалось доказать.

5.

$a^3 - b^3 + 3a^2b - 3ab^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 3ab) = (a - b)(a^2 + 4ab + b^2)$.

6.

$x^2 - 8x + 12 = (x^2 - 8x + 16) - 4 = (x - 4)^2 - 2^2 = (x - 4 - 2)(x - 4 + 2) = (x - 6)(x - 2)$.

С - 3

1.

а) $\frac{2x + 7}{3} = \frac{2 \cdot 0,4 + 7}{3} = \frac{7,8}{3} = 2,6$ при $x = 0,4$;

б) $\frac{y^2 - 7y + 5}{5} = \frac{2,25 - 7 \cdot 1,5 + 5}{5} = \frac{2,25 - 10,5 + 5}{5} = \frac{-3,25}{5} = 0,64$

при $y = 1,5$.

2.

m	-4	-2	0,5	1	2,5	4
$\frac{m-2}{m}$	1,5	2	-3	-1	0,2	0,5

3.

а) $\frac{a+b}{a-b}$; б) $\frac{xy}{x^2 + y^2}$.

4.

$V_1 = 18$ км/ч – скорость движения по шоссе, $V_2 = 18$ км/ч – 6 км/ч = 12 км/ч – скорость движения по проселочной дороге, $S_1 = a$ км – расстояние движения по шоссе, $S_2 = b$ км – расстояние движения по проселочной дороге,

$$t_1 = \frac{S_1}{V_1} = \frac{a}{18} \text{ ч} - \text{время движения по шоссе,}$$

$$t_2 = \frac{S_1}{V_2} = \frac{b}{12} \text{ ч} - \text{время движения по проселочной дороге,}$$

$$t = t_1 + t_2 = \left(\frac{a}{18} + \frac{b}{12}\right) \text{ ч} - \text{время затраченное на дорогу при } a = 27 \text{ и } b = 3,$$

$$t = \left(\frac{27}{18} + \frac{3}{12}\right) \text{ ч} = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) \text{ ч} = \frac{7}{4} \text{ ч} = 1 \text{ ч.} 45 \text{ мин.}$$

5.

1) а) $2x^2 - 8, x - \text{любое};$ б) $\frac{3}{x-2}, x \neq 2;$ в) $\frac{x^2}{x+3}, x \neq -3;$

2) а) $\frac{y-1}{y^2-4}, y^2 - 4 \neq 0, y \neq -2, y \neq 2;$

б) $\frac{y^2-1}{y^2+1}, y - \text{любое};$ в) $\frac{8}{y-5} + \frac{1}{y}, y \neq 5 \text{ и } y \neq 0.$

6.

а) $\frac{a-5}{8} = 0$ при $a = 5;$ б) $\frac{a-5}{8} = 1$ при $a - 5 = 8, a = 13;$

в) $\frac{a-5}{8} > 1$ при $a - 5 > 8, a > 13;$ г) $\frac{a-5}{8} < 1$ при $a - 5 < 8, a < 13.$

7.

а) $\frac{2x}{x^2-16}; x^2 - 16 \neq 0, x \neq 4, x \neq -4;$ б) $\frac{3}{x-1} + \frac{7}{x+2}, x \neq 1 \text{ и } x \neq -2.$

8.

а) $\frac{1}{y-8};$ б) $\frac{1}{y(y-7)} = \frac{1}{y^2-7y}.$

StudyPort.ru

С - 4

1.

1) а) $\frac{5a}{15b} = \frac{a}{3b};$ б) $\frac{3c}{8c} = \frac{3}{8};$ в) $\frac{b}{12b} = \frac{1}{12};$ г) $\frac{-6}{18x} = \frac{-1}{3x};$ д) $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b};$ е) $\frac{xy}{2y} = \frac{x}{2};$

2) а) $\frac{3x^2}{7x} = \frac{3x}{7};$ б) $\frac{8y^3}{15y^4} = \frac{8}{15y};$ в) $\frac{4z^2}{-8z^3} = \frac{1}{-2z};$

г) $\frac{2a^5}{a^4} = 2a;$ д) $\frac{-14b^2}{21b^4} = \frac{-2}{3b^2};$ е) $\frac{27c^6}{45c} = \frac{3c^5}{5};$

4

$$3) \text{ a) } \frac{a^2 b^5}{ab^7} = \frac{a}{b^2}; \text{ б) } \frac{-63xy^5}{81xy^4} = \frac{-7y}{9}; \text{ в) } \frac{30a^2 c^3}{48a^3 c^2} = \frac{5c}{8a}; \text{ г) } \frac{111p^6 q^6}{37p^4 q^4} = 3p^2 q^2.$$

2.

$$1) \text{ a) } \frac{b}{a^2} = \frac{ba^2}{a^4}; \quad \text{б) } \frac{x}{2y} = \frac{2xy^2}{4y^3};$$

$$2) \text{ a) } \frac{5}{3a^2 b} = \frac{35ab}{21a^3 b^2}; \quad \text{б) } \frac{3c}{7y^5} = \frac{6cxy}{14xy^6}.$$

3.

$$1) \text{ a) } \frac{2^4}{2^7} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}; \quad \text{б) } \frac{3^5}{3^3} = 3^2 = 9; \quad \text{в) } \frac{5^2}{125} = \frac{5^2}{5^3} = \frac{1}{5}; \quad \text{г) } \frac{64}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2;$$

$$2) \text{ a) } \frac{16^2}{8^3} = \frac{2^8}{2^9} = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \frac{25^3}{125^2} = \frac{5^6}{5^6} = 1; \quad \text{в) } \frac{27^5}{81^4} = \frac{3^{15}}{3^{16}} = \frac{1}{3}.$$

4.

$$\text{a) } \frac{5^5 \cdot 22^7}{110^6} = \frac{5^5 \cdot 22^7}{5^6 \cdot 22^6} = \frac{22}{5} = 4,4;$$

$$\text{б) } \frac{21^5 \cdot 15^6}{3^{10} \cdot 35^5} = \frac{3^5 \cdot 7^5 \cdot 3^6 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 5^5 \cdot 7^5} = \frac{3^{11} \cdot 7^5 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 7^5 \cdot 5^5} = 3 \cdot 5 = 15.$$

5.

$$\frac{-3(a^7)^4 (b^{13})^3}{2(a^9)^3 (b^8)^5} = \frac{-3a^{28} b^{39}}{2a^{27} b^{40}} = \frac{-3a}{b} = \frac{-3 \cdot 1,8}{0,27} = \frac{-5,4}{0,27} = -20$$

при $a = 1,8; b = 0,27$.

C - 5

1.

$$1) \text{ a) } \frac{x(a+3)}{y(a+3)} = \frac{x}{y}; \quad \text{б) } \frac{3(x+5)^2}{(x+5)^3} = \frac{3}{x+5};$$

$$\text{в) } \frac{3a(b-2)}{6(b-2)^2} = \frac{a}{2(b-2)}; \quad \text{г) } \frac{x^2(x-8)^3}{x^4(x-8)^2} = \frac{x-8}{x^2};$$

$$2) \text{ a) } \frac{3a+3b}{5(a+b)} = \frac{3(a+b)}{5(a+b)} = \frac{3}{5}; \quad \text{б) } \frac{7x-14y}{3x-6y} = \frac{7(x-2y)}{3(x-2y)} = \frac{7}{3};$$

$$\text{в) } \frac{5a-20c}{15ac} = \frac{5(a-4c)}{15ac} = \frac{a-4c}{3ac}; \quad \text{г) } \frac{x-2b}{x^2-2bx} = \frac{x-2b}{x(x-2b)} = \frac{1}{x}.$$

$$3) \text{ a) } \frac{2(x-y)}{x(y-x)} = \frac{-2(y-x)}{x(y-x)} = -\frac{2}{x}; \quad \text{б) } \frac{3c-9d}{6d-2c} = \frac{-3(3d-c)}{2(3d-c)} = -\frac{3}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \frac{a^2 - 2ab}{6b - 3a} &= \frac{-a(2b - a)}{3(2b - a)} = \frac{-a}{3}; \text{г)} \frac{m^3 - 5m^2n}{5n^3 - mn^2} = \frac{-m^2(5n - m)}{n^2(5n - m)} = \frac{-m^2}{n^2}; \\ 4) \text{ а)} \frac{5x - 10}{x^2 - 4} &= \frac{5(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{5}{x + 2}; \text{б)} \frac{a^2 - 9}{15 + 5a} = \frac{(a - 3)(a + 3)}{5(3 + a)} = \frac{a - 3}{5}; \\ \text{в)} \frac{x^2 - 4x + 4}{3x - 6} &= \frac{(x - 2)^2}{3(x - 2)} = \frac{x - 2}{3}; \text{г)} \frac{b^2 + 6b + 9}{b^2 - 9} = \frac{(b + 3)^2}{(b - 3)(b + 3)} = \frac{b + 3}{b - 3}; \\ 5) \text{ а)} \frac{y^2 - 16}{4y^2 - y^3} &= \frac{(y - 4)(y + 4)}{-y^2(y - 4)} = \frac{y + 4}{-y^2}; \\ \text{б)} \frac{a^2 - 2a + 1}{1 - a^2} &= \frac{(a - 1)^2}{(1 - a)(1 + a)} = \frac{(1 - a)^2}{(1 - a)(1 + a)} = \frac{1 - a}{1 + a}; \\ \text{в)} \frac{m^3 + 8}{m^2 - 2mn + 4} &= \frac{(m + 2)(m^2 - 2mn + 4)}{m^2 - 2mn + 4} = m + 2; \\ \text{г)} \frac{3 + 3n + 3n^2}{n^3 - 1} &= \frac{3(n^2 + n + 1)}{(n - 1)(n^2 + n + 1)} = \frac{3}{n - 1}. \end{aligned}$$

2.

$$\text{а)} \frac{7}{a - 2} = \frac{35}{5a - 10}; \text{б)} \frac{7}{a - 2} = \frac{-21}{6 - 3a}; \text{в)} \frac{7}{a - 2} = \frac{7a}{a^2 - 2a}; \text{г)} \frac{7}{1 - 2} = \frac{7a + 14}{a^2 - 2a}.$$

3.

$$\text{а)} \frac{6a^2 - 3ab}{8ab - 4b^2} = \frac{3a(2a - b)}{4b(2a - b)} = \frac{3a}{4b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}, \text{ при } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4};$$

$$\text{б)} \frac{x^5 + 1}{x^8 + x^3} = \frac{x^5 + 1}{x^3(x^5 + 1)} = \frac{1}{x^3} = \begin{cases} \frac{1}{0,001} = 1000, \text{ при } x = 0,1 \\ \frac{1}{-1} = -27, \text{ при } x = -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{27} \end{cases}$$

4.

$$\text{а)} \frac{y^6 + y^3}{y^6 - 1} = \frac{y^3(y^3 + 1)}{(y^3 - 1)(y^3 + 1)} = \frac{y^3}{y^3 - 1};$$

$$\text{б)} \frac{(a + 1)^2 + (a - 1)^2}{3a^2 + 3} = \frac{a^2 + 2a + 1 + a^2 - 2a + 1}{3(a^2 + 1)} = \frac{2(a^2 + 1)}{3(a^2 + 1)} = \frac{2}{3}.$$

5.

$$y = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 + 1} = \frac{x^2(x - 2) + (x - 2)}{x^2 + 1} = \frac{(x - 2)(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x - 2 - \text{линейная функция.}$$

6

6.

$$\frac{4,5a^2 + 0,5ab}{40,5a^2 - 0,5b^2} = \frac{0,5a(9a + b)}{0,5(81a^2 - b^2)} = \frac{a(9a + b)}{(9a - b)(9a + b)} = \frac{a}{9a - b}, \text{ ч.т.д.}$$

7. $x + 3y = 8$, тогда

$$\frac{2x - 6y}{0,25x^2 - 2,25y^2} = \frac{2(x - 3y)}{0,25(x^2 - 9y^2)} = \frac{4(x - 3y)}{(x - 3y)(x + 3y)} = \frac{4}{x + 3y} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

8. $5a - 10b = 18$, тогда

$$\text{а) } \frac{7,2}{a - 2b} = \frac{36}{5a - 10b} = \frac{36}{18}; \text{ б) } \frac{4b - 2a}{5} = \frac{2(5a - 10b)}{-15} = \frac{2 \cdot 18}{-15} = -\frac{12}{5};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 - 4b^2}{0,9a + 1,8b} = \frac{(a - 2b)(a + 2b)}{0,9(a + 2b)} = \frac{5a - 10b}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4.$$

C - 6

1.

$$\text{1) а) } \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = \frac{x + y}{7}; \quad \text{б) } \frac{m}{2} - \frac{n}{2} = \frac{m - n}{2}; \quad \text{в) } \frac{a}{b} + \frac{2a}{b} = \frac{3a}{b};$$

$$\text{г) } \frac{3x}{y} - \frac{x}{y} = \frac{2x}{y}; \quad \text{д) } \frac{a + 5b}{15} + \frac{2a + 4b}{15} = \frac{3a + 9b}{15} = \frac{a + 3b}{5};$$

$$\text{е) } \frac{b + c}{3a} - \frac{b - 2c}{3a} = \frac{b + c - b + 2c}{3a} = \frac{c}{a};$$

$$\text{ж) } -\frac{3x + 2y}{xy} + \frac{2y - 5x}{xy} = \frac{-3x - 2y + 2y - 5x}{xy} = \frac{-8}{xy} = \frac{-8}{y};$$

$$\text{2) а) } \frac{5x - 7}{6x} - \frac{x - 3}{6x} + \frac{2x - 8}{6x} = \frac{6x - 12}{6x} = \frac{x - 2}{x};$$

$$\text{б) } \frac{8y - 5}{7y} - \frac{2y - 1}{7y} - \frac{10 - y}{7y} = \frac{7y - 14}{7y} = \frac{y - 2}{y};$$

$$\text{в) } \frac{x - 5}{x^2 - 49} + \frac{12}{x^2 - 49} = \frac{x - 7}{(x - 7)(x + 7)} = \frac{1}{x + 7};$$

$$\text{г) } \frac{y^2 + 2y}{y^2 - 4y + 4} - \frac{4y}{y^2 - 4y + 4} = \frac{y(y - 2)}{(y - 2)^2} = \frac{y}{y - 2};$$

$$\text{д) } \frac{3z}{z^2 - 2z} - \frac{8 - z}{z^2 - 2z} = \frac{4(z - 2)}{z(z - 2)} = \frac{4}{z};$$

$$\text{3) а) } \frac{a + 3}{a - 1} - \frac{a}{1 - a} = \frac{a + 3}{a - 1} + \frac{a}{a - 1} = \frac{2a + 3}{a - 1};$$

$$\text{б) } \frac{3x + 2y}{2x - 3y} - \frac{x - 8y}{3y - 2x} = \frac{3x + 2y}{2x - 3y} + \frac{x - 8y}{2x - 3y} = \frac{2(2x - 3y)}{2x - 3y} = 2;$$

$$b) \frac{b^2}{2b-10} + \frac{25}{1-2b} = \frac{b^2}{2b-10} = \frac{(b-5)(b+5)}{2(b-5)} = \frac{b+5}{2}$$

$$4) a) \frac{9y+1}{y^2-4} - \frac{y-8}{4-y^2} + \frac{1-7y}{y^2-4} = \frac{9y+1}{y^2-4} + \frac{y-8}{y^2-4} + \frac{1-7y}{y^2-4} =$$

$$= \frac{3(y-2)}{(y-2)(y+2)} = \frac{3}{y+2};$$

$$б) \frac{3x}{x^3-1} - \frac{4x-1}{1-x^3} - \frac{x^2}{1-x^3} = \frac{3x}{x^3-1} + \frac{4x-1}{x^3-1} + \frac{x^2}{x^3-1} = \frac{x^2+7x-1}{x^3-1}$$

2.

$$1) \frac{2y-7}{y^2-9} - \frac{y-10}{y^2-9} = \frac{y+3}{(y-3)(y+3)} = \frac{1}{y-3} = \begin{cases} \frac{1}{3,1-3} = 10, \text{ нпу } y = 3,1 \\ \frac{1}{-2-3} = \frac{1}{5}, \text{ нпу } y = -2 \end{cases};$$

$$2) -\frac{3c-5}{4-c^2} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{3c-5}{c^2-4} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{c-2}{(c-2)(c+2)} = \frac{1}{c+2} =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}, \text{ нпу } c = 3 \\ \frac{1}{-3+2} = \frac{1}{-1} = -1, \text{ нпу } c = -3 \end{cases}.$$

3.

$$a) \frac{16-7x}{(x-3)^2} - \frac{13-6x}{(3-x)^2} = \frac{3-x}{(3-x)^2} = \frac{1}{3-x};$$

$$б) \frac{3(c^2+4)}{(c-2)^3} + \frac{12c}{(2-c)^3} = \frac{3(c^2-4c+4)}{(2-c)^3} = \frac{3(c^2-4c+4)}{(c-2)^3} =$$

$$= \frac{3(c-2)^2}{(c-2)^3} = \frac{3}{c-2};$$

$$в) \frac{a^2-6b}{(a-2)(b-3)} - \frac{2(a-3b)}{(2-a)(3-b)} = \frac{a^2-2a}{(a-2)(b-3)} = \frac{a(a-2)}{(a-2)(b-3)} = \frac{a}{b-3}.$$

4.

$$\frac{a^2-3}{(a-2)^4} - \frac{5a-1}{(a-2)^4} + \frac{a+6}{(a-2)^4} = \frac{a^2-4a+4}{(a-2)^4} = \frac{(a-2)^2}{(a-2)^4} = \frac{1}{(a-2)^2} > 0$$

при всех $a \neq 2$, что и требовалось доказать.

5.

$$y = \frac{x^2}{x-3} + \frac{9}{3-x} = \frac{x^2-9}{x-3} = x+3, \text{ при } x \neq 3 \text{ (рис.1).}$$

8

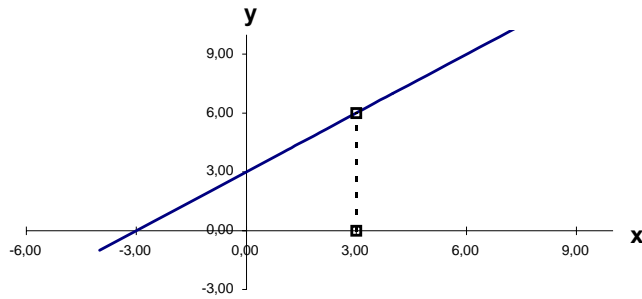


Рис. 1

6.

a) $\frac{x^3+8}{x} = x^2 + \frac{8}{x}$; б) $\frac{y^2+6y-1}{y+6} = y - \frac{1}{y+6}$;

в) $\frac{p^2+4p+5}{p+2} = \frac{(p+2)^2+1}{p+2} = (p+2) + \frac{1}{p+2}$.

С - 7

1.

1) а) $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{5} = \frac{5x}{15} + \frac{3x-6}{15} = \frac{5x+3x-6}{15} = \frac{8x-6}{15}$;

б) $\frac{3y-2}{6} - \frac{y+1}{4} = \frac{6y-4}{12} - \frac{3y+3}{12} = \frac{3y-7}{12}$;

в) $-\frac{b-c}{7} + \frac{3b-c}{14} = \frac{2c-2b}{14} + \frac{3b-c}{14} = \frac{b+c}{14}$;

г) $\frac{1}{a^2} + \frac{a-2}{a} = \frac{1}{a^2} + \frac{a^2-2a}{a^2} = \frac{a^2-2a+1}{a^2} = \frac{(a-1)^2}{a^2}$;

д) $\frac{3x-5}{x} - \frac{3y-2}{y} = \frac{3xy-5y}{xy} - \frac{3xy-2x}{xy} = \frac{2x-5y}{xy}$;

е) $\frac{b-a}{ab} - \frac{a-b}{b^2} = \frac{b^2-ab}{ab^2} - \frac{a^2-ab}{ab^2} = \frac{b^2-a^2}{ab^2}$;

2) а) $\frac{(x+y)^2}{6y} + \frac{(x-y)^2}{12y} - \frac{x^2-y^2}{4y} =$
 $= \frac{2(x^2+2xy+y^2) + (x^2-2xy+y^2) - 3(x^2-y^2)}{12xy} =$
 $= \frac{6y^2+2xy}{12xy} = \frac{2y(3y+x)}{12xy} = \frac{3y+x}{6x}$;

$$\begin{aligned} \text{6)} \quad & \frac{3a+1}{7a} - \frac{7a+b}{14ab} - \frac{b-1}{2b} = \frac{2b(3a+1) - (7a+b) - 7a(b-1)}{14ab} = \frac{b-ab}{14ab} = \\ & = \frac{b(1-a)}{14ab} = \frac{1-a}{14a}; \\ \text{3) a)} \quad & \frac{a-1}{2(a-4)} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-1+2a}{2(a-4)} = \frac{3a-1}{2(a-4)}; \\ \text{6)} \quad & \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-3}{2x-8} = \frac{2(x-1) - 3(x-3)}{6(x-4)} = \frac{7-x}{6(x-4)}; \\ \text{b)} \quad & \frac{3y}{4y-4} + \frac{2y}{5y-5} = \frac{15y+8y}{20(y-1)} = \frac{23y}{20(y-1)}; \\ \text{4) a)} \quad & \frac{a+1}{a^2-ab} - \frac{1-b}{b^2-ab} = \frac{a+1}{a(a-b)} + \frac{1-b}{b(a-b)} = \frac{b-a}{ab(a-b)} = -\frac{1}{ab}; \\ \text{6)} \quad & \frac{3x^2-8y^2}{x^2-2xy} - \frac{3xy-x^2}{xy-2y^2} = \frac{3x^2-8y^2}{x(x-2y)} - \frac{3xy-x^2}{y(x-2y)} = \\ & = \frac{y(3x^2-8y^2) - x(3xy-x^2)}{xy(x-2y)} = \frac{x^3-8y^3}{xy(x-2y)} = \frac{(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)}{xy(x-2y)} = \\ & = \frac{x^2+2xy+4y^2}{xy}; \\ \text{b)} \quad & \frac{2}{y^2-4} - \frac{1}{y^2+2y} = \frac{2}{(y-2)(y+2)} - \frac{1}{y(y+2)} = \frac{2y-(y-2)}{y(y-2)(y+2)} = \\ & = \frac{y+2}{y(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y(y-2)}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \text{1) a)} \quad & 5x + \frac{1}{x} = \frac{5x^2+1}{x}; \quad \text{6)} \quad \frac{6}{y} - 2y = \frac{6-2y^2}{y}; \\ \text{b)} \quad & 4a - \frac{8a^2}{2a-3} = \frac{8a^2-12a-8a^2}{2a-3} = \frac{-12a}{2a-3}; \\ \text{r)} \quad & \frac{6b}{3-b} - 2b = \frac{6b-2b(3-b)}{3-b} = \frac{2b^2}{3-b}; \\ \text{2) a)} \quad & \frac{8b^2}{4b-5} - 2b - 1 = \frac{8b^2 - (2b+1)(4b-5)}{4b-5} = \frac{8b^2 - 8b^2 + 10b - 4b + 5}{4b-5} = \\ & = \frac{6b+5}{4b-5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} 3x + \frac{3+4x-4x^2}{2x-3} + 1 &= \frac{3x(2x-3) + 3+4x-4x^2 + 2x-3}{2x-3} = \\ &= \frac{2x^2 - 3x}{2x-3} = \frac{x(2x-3)}{2x-3} = \frac{x}{1}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \frac{(x-3)(x-7)}{12} - \frac{(x-7)(x-1)}{8} + \frac{(x-1)(x-3)}{24} &= \\ \frac{2(x^2-10x+21) - 3(x^2-8x+7) + (x^2-4x+3)}{24} &= \frac{24}{24} = 1, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

4.

$$\frac{3y+4}{5y-10} - \frac{y+4}{3y-6} = \frac{3(3y+4) - 5(y+4)}{15(y-2)} = \frac{4y-8}{15(y-2)} = \frac{4(y-2)}{15(y-2)} = \frac{4}{15},$$

не зависит от y , при $y \neq 2$.

5. $\frac{a}{b} = 10$, тогда:

$$\text{а) } \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\frac{a}{b}} = 1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}; \text{ б) } \frac{2a-3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 3 = 20 - 3 = 17;$$

$$\text{в) } \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a} = 10 - 2 + \frac{1}{10} = \frac{81}{10}.$$

$$\text{6. } 3 + \frac{a}{x+5} = \frac{3x+15+a}{x+5} = \frac{3x}{x+5} \text{ при } a = -15.$$

С - 8

1.

$$\begin{aligned} \text{1) а) } \frac{2b^2-3b+4}{(b-1)^2} - \frac{b-2}{b-1} &= \frac{2b^2-3b+4 - (b-2)(b-1)}{(b-1)^2} = \\ &= \frac{2b^2-3b+4 - b^2+3b-2}{(b-1)^2} = \frac{b^2+2}{(b-1)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1-2c}{c^3-1} - \frac{c-1}{c^2+c+1} &= \frac{1-2c - (c-1)(c-1)}{c^3-1} = \frac{1-2c - c^2 + 2c - 1}{c^3-1} = \\ &= \frac{-c^2}{c^3-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) а) } \frac{2x-1}{6-3x} + \frac{2x+1}{2x-4} - \frac{x+3}{6x-12} &= \frac{-2(2x-1) + 3(2x+1) - (x+3)}{6(x-2)} = \\ &= \frac{x-2}{6(x-2)} = \frac{1}{6}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{2a}{a-5} - \frac{5}{a+5} + \frac{2a^2}{25-a^2} = \frac{2a(a+5) - 5(a-5) - 2a^2}{a^2-25} = \frac{5a-25}{a^2-25} = \frac{5}{a+5};$$

$$\text{3) а) } \frac{3}{2y+6} + \frac{y^2-y-3}{y^2-9} - 1 = \frac{3(y-3) + 2(y^2-y-3) - 2(y^2-9)}{2(y+3)(y-3)} = \frac{y+3}{2(y+3)(y-3)} = \frac{1}{2(y-3)};$$

$$\text{б) } 1 - \frac{2b+1}{b^3+1} - \frac{b}{b+1} = \frac{b^3+1 - (2b+1) - b(b^2-b+1)}{b^3+1} = \frac{b^2-3b}{b^3+1}.$$

2.

$$\text{а) } b - \frac{b^3-24b-5}{b^2-25} = \frac{b(b^2-25) - (b^3-24b-5)}{b^2-25} = \frac{-(b-5)}{(b-5)(b+5)} = -\frac{1}{b+5} = -\frac{1}{b+5} = -\frac{1}{-5,5+5} = \frac{1}{-0,5} = 2;$$

$$\text{б) } \frac{2x^2+7x+9}{x^3-1} + \frac{4x+3}{x^2+x+1} - \frac{5}{x-1} = \frac{2x^2+7x+9 + (4x+3)(x-1) - 5(x^2+x+1)}{x^3-1} = \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{1,1-1} = \frac{1}{0,1} = 10.$$

3.

$$\text{а) } \frac{0,7}{0,5p-1,5} - \frac{0,4p-1,2}{p^2-6p+9} = \frac{1,4}{p-3} - \frac{0,4p-1,2}{(p-3)^2} = \frac{1,4(p-3) - (0,4p-1,2)}{(p-3)^2} = \frac{p-3}{(p-3)^2} = \frac{1}{p-3};$$

$$\text{б) } \frac{3x+0,5y}{9x^2-1,5xy} - \frac{12x}{9x^2-0,25y^2} - \frac{3x-0,5y}{9x^2+1,5xy} = \frac{3x+0,5y}{3x(3x-0,5y)} - \frac{12x}{(3x-0,5y)(3x+0,5y)} - \frac{3x-0,5y}{3x(3x+0,5y)} = \frac{(3x+0,5y)^2 - 36x^2 - (3x-0,5y)^2}{3x(3x+0,5y)(3x-0,5y)} = \frac{6xy - 36x^2}{3x(3x+0,5y)(3x-0,5y)} = \frac{6x(y-6x)}{-1,5x(3x+0,5y)(y-6x)} = -\frac{4}{3x+0,5y}.$$

12

4.

а) $\frac{n+9}{n} = 1 + \frac{9}{n}$; – является целым числом при $n = 1$ или $n = 9$;

б) $\frac{n^2 - 7n + 4}{n} = \frac{n(n-7) + 4}{n} = (n-7) + \frac{4}{n}$ – является целым при $n=1$ или $n=4$.

5. $\frac{a+2b}{b} = 7$, тогда:

а) $\frac{a}{b} = \frac{a+2b}{b} - 2 = 5$; б) $\frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 1 = 9$;

в) $\frac{3a+4b}{a} = 3 + 4 \cdot \frac{b}{a} = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$.

С – 9

1.

1) а) $\frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{3ab}{6ab} = \frac{1}{2}$; б) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{y}{6x} = \frac{-2xy}{18xy} = -\frac{1}{9}$;

в) $\frac{a^2b}{12c} \cdot \frac{4c}{ab^2} = \frac{4a^2bc}{12ab^2c} = \frac{a}{3b}$; г) $\frac{18m^3}{5n^2} \cdot \frac{25n}{12m^2} = \frac{18 \cdot 25nm^3}{12 \cdot 5n^2m^2} = \frac{15m}{2n}$;

д) $6x \cdot \frac{a}{3x^2} = \frac{6ax}{3x^2} = \frac{2a}{x}$; е) $\frac{7z^3}{z^2} \cdot z^3 = \frac{7y^3z^3}{z^2} = 7y^3z$;

2) а) $\frac{3}{x^2-2x} \cdot \frac{2x-4}{x} = \frac{3 \cdot 2 \cdot (x-2)}{x(x-2) \cdot x} = \frac{6}{x^2}$;

б) $\frac{a-2b}{12c} \cdot \frac{18c^2}{2b-a} = \frac{-18c \cdot (2b-a)}{12c(2b-a)} = \frac{-3c}{2}$;

в) $\frac{x^2-16}{8x^3} \cdot \frac{4x}{x+4} = \frac{(x-4)(x+4) \cdot 4x}{8x^3(x+4)} = \frac{x-4}{2x^2}$;

г) $\frac{5-y}{2y} \cdot \frac{3y^2}{y^2-25} = \frac{-(y-5)3y^2}{2y(y-5)(y+5)} = \frac{-3y}{2(y+5)}$;

д) $\frac{c^2+4c+4}{2c-6} \cdot \frac{c^2-9}{5c+10} = \frac{(c+2)^2 \cdot (c-3)(c+3)}{2(c-3)5(c+2)} = \frac{(c+2)(c+3)}{10} =$
 $= \frac{c^2+5c+6}{10}$;

е) $(3a-6b) \cdot \frac{a+2}{a^2-4b^2} = \frac{3(a-2b) \cdot (a+2)}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{3(a+2)}{a+2b}$;

$$3) \text{ a) } \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x + 9} \cdot \frac{x^3 + 27}{3x - 9} = \frac{(x-3)^2 \cdot (x+3) \cdot (x^2 - 3x + 9)}{(x^2 - 3x + 9) \cdot 3 \cdot (x-3)} =$$

$$= \frac{(x-3)(x+3)}{3} = \frac{x^2 - 9}{3};$$

$$\text{б) } \frac{1}{5a^2 + 10ab + 20b^2} (a^3 - 8b^3) = \frac{(a-2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)}{5(a^2 + 2ab + 4b^2)} = \frac{a-2b}{5};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - ax + bx - ab}{x^2 - ax - bx - ab} \cdot \frac{x^2 + 2ax + a^2}{x^2 - 2bx + b^2} = \frac{(x-a)(x+b)(x+a)^2}{(x+a)(x-b)(x-b)^2} =$$

$$= \frac{(x-a)(x+a)(x+b)}{(x-b)^3}.$$

2.

$$1) \text{ a) } \left(\frac{x}{y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{y^4}; \text{ б) } \left(-\frac{2a^2}{c^2}\right)^3 = \frac{-8a^6}{c^6}; \text{ в) } \left(\frac{c^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{c^4}\right)^2 = \frac{c^6 \cdot b^4}{b^3 \cdot c^8} = \frac{b}{c^2};$$

$$2) \text{ a) } \left(-\frac{16x^2}{27y^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9y^2}{8x^2}\right)^3 = \frac{2^8 \cdot x^4 \cdot 3^6 \cdot y^6}{3^6 \cdot y^6 \cdot 2^9 \cdot x^6} = \frac{1}{2x^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3 \cdot \frac{a+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a-b)^3 \cdot (a+b)^2}{(a+b)^3 \cdot (a-b)^2} = \frac{a-b}{a+b}.$$

3.

$$\text{a) } \frac{45xy}{7z^2} \cdot \frac{14xz^3}{81y^2} \cdot \frac{27y}{5xz} = \frac{5 \cdot 3^2 \cdot xy \cdot 2 \cdot 7xz^3 \cdot 3^3 y^3}{7z^2 \cdot 3^4 y^2 \cdot 5xz} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3^5 x^2 y^4 z^3}{5 \cdot 7 \cdot 3^4 xy^2 z^3} = 6xy^2;$$

$$\text{б) } \frac{7^4 a^3 b}{c^4} \cdot \frac{b^3}{111a^5} \cdot 3ac^3 = \frac{2 \cdot 37 \cdot a^3 b b^3 \cdot 3ac^3}{c^4 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a^5} = \frac{2 \cdot 37 a^4 b^4 c^3}{3 \cdot 37 \cdot a^5 c^4} = \frac{2b^4}{3ac}.$$

4.

$$\frac{8 - 0,5y^4}{4 + 0,5y^3} \cdot \frac{0,5y^2 - y + 2}{0,5y^2 + 2} \cdot \frac{1}{2-y} =$$

$$= \frac{0,5(4 - y^2)(4 + y^2) \cdot 0,5(y^2 - 2y + 4)}{0,5(2+y)(y^2 - 2y + 4) \cdot 0,5(y^2 + 4)(2-y)} = \frac{(2-y)(2+y)}{(2+y)(2-y)} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

C - 10

1.

$$1) \text{ a) } \frac{2x^2}{y} : \frac{x}{y^2} = \frac{2x^2 \cdot y^2}{y \cdot x} = \frac{2xy}{1} = 2xy;$$

$$\text{б) } -\frac{3a}{b^2} : \frac{12a^2}{b^3} = \frac{-3a \cdot b^3}{b^2 \cdot 12a^2} = \frac{-b}{4a}; \text{ в) } \frac{4a}{5b} : \frac{2a^2}{15b^2} = \frac{4a \cdot 15b^2}{5b \cdot 2a^2} = \frac{6b}{a};$$

14

$$\begin{aligned} \text{r) } 10a^2 : \frac{5a}{b} &= \frac{10a^2 \cdot b}{5a} = 2ab; \quad \text{д) } \frac{7x^3}{y^2} : (14x^2) = \frac{7x^3}{y^2 \cdot 14x^2} = \frac{x}{2y^2}; \\ 2) \text{ а) } \frac{a^2 - b^2}{a + 3b} : \frac{ab + b^2}{2a + 6b} &= \frac{(a-b)(a+b) \cdot 2(a+3b)}{(a+3b) \cdot b(a+b)} = \frac{2(a-b)}{b}; \\ \text{б) } \frac{5x - 25}{3y + 5} : \frac{x^2 - 25}{6y + 10} &= \frac{5(x-5) \cdot 2(3y+5)}{(3y+5) \cdot (x-5)(x+5)} = \frac{10}{x+5}; \\ \text{в) } \frac{k+4}{k-4} : \frac{k^2 - 8k + 16}{k^2 - 16} &= \frac{(k+4) \cdot (k-4)(k+4)}{(k-4) \cdot (k+4)^2} = \frac{(k+4)^2}{(k-4)^2}; \\ \text{г) } \frac{c+d}{3-2c} : \frac{c^2 + 2cd + d^2}{2c^2 - 3c} &= \frac{-c}{c+d}; \\ 3) \text{ а) } \frac{9+6y+4y^2}{2y-1} : \frac{27-8y^3}{4y^2-1} &= \frac{(9+6y+4y^2) \cdot (2y-1)(2y+1)}{(2y-1) \cdot (3-2y)(9+6y+4y^2)} = \frac{2y+1}{3-2y}; \\ \text{б) } \frac{8+p^3}{16-p^4} : \frac{p^2-p^2+4}{p^2+4} &= \frac{(2+p)(4-2p+p^2) \cdot (p^2+4)}{(4-p^2)(4+p^2) \cdot (p^2-2p+4)} = \\ &= \frac{2+p}{(2-p)(2+p)} = \frac{1}{2+p}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{x}{4}\right)^2 : \left(\frac{x}{2}\right)^3 &= \frac{x^2}{16} \cdot \frac{8}{x^3} = \frac{1}{2x}; \\ \text{б) } \frac{(a-2b)^3}{(2a-b)^3} : \frac{a^2-4ab+4b^2}{4a^2-4ab+b^2} &= \frac{(a-2b)^3 \cdot (2a-b)^2}{(2a-b)^3 \cdot (a-2b)^2} = \frac{a-2b}{2a-b}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{3x^2}{2y^2z^2} : \frac{6y^3}{7z^6} : \frac{9xy}{14z^2} &= \frac{3x^2 \cdot 2 \cdot 3y^3 \cdot 2 \cdot 7z^2}{2y^2z^2 \cdot 7z^6 \cdot 3 \cdot 3xy} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7x^2y^3z^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 7xyz^8} = \frac{2xy^2}{z^6}; \\ \text{б) } \frac{216a^6}{343b^3} : \frac{18a^8}{49b^4} : \frac{7a^3}{4b^2} &= \frac{2^3 3^3 a^6 \cdot 7^2 b^4 \cdot 7a^3}{7^3 b^3 \cdot 2 \cdot 3^2 a^8 2^2 b^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3 a^9 b^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 a^8 b^5} = \frac{3a}{b}. \end{aligned}$$

4.

$$\left(\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}\right)^3 : \left(\frac{x-5}{x+5}\right)^3 = \frac{(x-5)^6 \cdot (x+5)^3}{(x-5)^3 (x+5)^3 \cdot (x-5)^3} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

5.

$$(n-2)^2 : n^2 = 1 - \frac{4}{n} + \frac{4}{n^2} - \text{является целым числом при } n = \pm 1 \text{ и } n = \pm 2.$$

6.

$$\frac{0,2y+1,6}{0,2y^2+y+5} : \frac{0,5y^2-32}{0,5y^3-62,5} = \frac{0,2(y+8) \cdot 0,5(y^3-125)}{0,2(y^2+5y+25) \cdot 0,5(y^2-64)} =$$

$$= \frac{(y+8)(y-5)(y^2+5y+25)}{(y^2+5y+25)(y-8)(y+8)} = \frac{y-5}{y-8}.$$

C - 11

1.

$$1) \text{ a) } \left(\frac{2a}{b^2} - \frac{1}{2a} \right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2a} \right) = \left(\frac{4a^2 - b^2}{2ab^2} \right) : \left(\frac{2a+b}{2ab} \right) =$$

$$= \frac{(2a-b)(2a+b) \cdot 2ab}{2ab^2 \cdot (2a+b)} = \frac{2a-b}{b};$$

$$\text{б) } \left(\frac{2m}{2m-1} + 1 \right) \cdot \frac{6m-3}{4m^2-m} = \left(\frac{2m+2m-1}{2m-1} \right) \cdot \frac{3(2m-1)}{m(4m-1)} =$$

$$= \frac{(4m-1) \cdot 3(2m-1)}{(2m-1) \cdot m(4m-1)} = \frac{3}{m};$$

$$\text{в) } \frac{y-3}{y+3} \cdot \left(y + \frac{y^2}{3-y} \right) = \frac{(y-3)}{y+3} \cdot \left(\frac{(3-y)y + y^2}{3-y} \right) =$$

$$= \frac{(y-3)(3-y)}{(y+3)(3-y)} = \frac{-3y}{y+3};$$

$$\text{г) } \left(x - \frac{5x}{x+2} \right) : \frac{x-3}{x+2} = \left(\frac{x^2+2x-5x}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x-3} = \frac{x(x-3)(x+2)}{(x+2)(x-3)} = x;$$

$$\text{д) } \frac{6x+y}{3x} - \frac{5y^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} = \frac{6x+y}{3x} - \frac{5xy^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} = \frac{6x+y}{3x} - \frac{y}{3x} =$$

$$= \frac{6x+y-y}{3x} = \frac{6x}{3x} = 2;$$

$$2) \text{ a) } \frac{a^2-x^2}{b^2-16} \cdot \frac{b+4}{a-x} + \frac{x}{4-b} = \frac{(a-x)(a+x)(b+4)}{(b-4)(b+4)(a-x)} + \frac{x}{4-b} = \frac{a}{b-4};$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{2x+y} + \frac{1}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{2x+y} = \frac{x-y}{2x+y} + \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(2x+y)} = \frac{x-y}{2x+y} +$$

$$+ \frac{x+y}{2x+y} = \frac{2x}{2x+y};$$

16

$$\text{в)} \left(\frac{2a^2 - a}{a^2 - a + 1} - 2 \right) : \left(\frac{1}{a+1} - \frac{a-1}{a^2 - a + 1} \right) = \left(\frac{2a^2 - a - 2a^2 + 2a - 2}{a^2 - a + 1} \right) :$$

$$: \left(\frac{a^2 - a + 1 - a^2 + 1}{a^3 + 1} \right) = \frac{(a-2) \cdot (a+1)(a^2 - a + 1)}{(a^2 - a + 1) \cdot (2-a)} = -a - 1.$$

2.

$$\text{а)} \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \frac{xy}{x^2 y^2} = \left(\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{x^2 - y^2} \right) : \frac{xy}{x^2 - y^2} =$$

$$= \frac{4xy \cdot (x^2 - y^2)}{(x^2 - y^2) \cdot xy} = \frac{4}{1};$$

$$\text{б)} \left(\frac{a}{a-5} - \frac{a}{a+5} - \frac{a+25}{25-a^2} \right) \cdot \frac{a-5}{a^2 + 10a + 25} =$$

$$= \left(\frac{a(a+5) - a(a-5) + a + 25}{a^2 - 25} \right) \cdot \frac{a-5}{(a+5)^2} = \frac{(11a+25) \cdot (a-5)}{(a-5)(a+5)(a+5)^2} = \frac{11a+25}{(a+5)^3}$$

3.

$$\left(\frac{2a - 0,5b}{4a^2 + ab + 0,25b^2} + \frac{24ab}{64a^3 - b^3} + \frac{1}{2a - 0,5b} \right) \cdot \frac{4a - b}{4} =$$

$$= \left(\frac{8a - 2b}{16a^2 + 4ab + b^2} + \frac{24ab}{64a^3 - b^3} + \frac{2}{4a - b} \right) \cdot \frac{4a - b}{4} =$$

$$\left(\frac{2(4a - b)^2 + 24ab + 2(16a^2 + 4ab + b^2)}{64a^3 - b^3} \right) \cdot \frac{4a - b}{4} =$$

$$= \frac{64a^2 + 16ab + 4b^2}{64a^3 - b^3} \cdot \frac{4a - b}{4} = \frac{4(b^2 + 4ab + 16a^2)(4a - b)}{(4a - b)(16a^2 + 4ab + b^2) \cdot 4} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

4.

$$\frac{\frac{3x-y}{y} + 1}{\frac{3x-y}{y} - 1} + \frac{\frac{3x-y}{3} - \frac{y}{x}}{\frac{3x-y}{y} - 1} = \frac{\frac{3x-y}{y} + 1}{\frac{3x-y}{y} - 1} + \frac{\frac{3x-y}{3} - \frac{y}{x}}{\frac{3x-y}{y} - 1} = 1 + 1 = 2 = \frac{2}{1}.$$

5.

$$\left(\frac{1}{(a-x)(x-1)} - \frac{1}{(a-x)a-1} - \frac{1}{(a-1)(x-1)} \right) \cdot \frac{a^3 - 8x^3}{a^4 + b^4} =$$

$$= \left(\frac{a-1-(x-1)-(a-x)}{(a-x)(a-1)(x-1)} \right) \cdot \frac{a^3 - 8x^3}{a^4 + b^4} = 0.$$

С – 12

1. $y = \frac{48}{x}$;

x	-16	-8	-4	4	6	12	16	96
y	-3	-6	-12	12	8	4	3	0,5

2. График $y = \frac{9}{x}$ см на рис. 2.

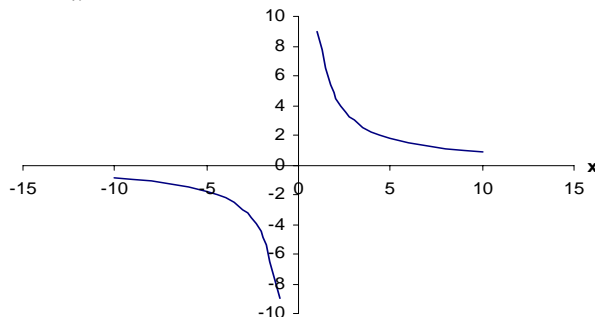


Рис. 2

а) $y(-5) = -\frac{9}{5} = -1,8$; $y(-2) = -\frac{9}{2} = -4,5$; $y(2) = \frac{9}{2} = 4,5$; $y(5) = \frac{9}{5} = 1,8$;

б) при $y = -9$, $x = \frac{9}{y} = -1$; при $y = -2,3$, $x = \frac{-9}{2,3} = -\frac{90}{23}$;

при $y = 2,3$ $x = \frac{90}{23}$; при $y = 9$, $x = 1$;

в) $y > 0$ при $x > 0$, $y < 0$ при $x < 0$.

3. $y = -\frac{128}{x}$;

А $(-4; 32)$ – принадлежит графику функции, т.к. $32 = -\frac{128}{-4}$;

В $(8; -16)$ – принадлежит графику функции, т.к. $-16 = -\frac{128}{8}$;

С $(2, 64)$ – не принадлежит графику функции, т.к. $64 \neq -\frac{128}{2}$;

Д $(0, -128)$ – не принадлежит графику функции, т.к. $x = 0$ не принадлежит области определения функции.

4. $x = \frac{49}{x}$, $x^2 = 49$, $-x = 7$ – или $x = -7$.

Ответ: Две точки $(-7; -7)$ и $(7; 7)$

5. a) $y = \frac{64}{(x-4)^2 - (x+4)^2} = \frac{64}{x^2 - 8x + 16 - x^2 - 8x - 16} = -\frac{4}{x}$. см. рис. 3.

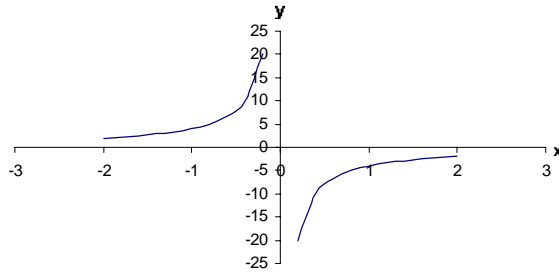


Рис. 3

б) $y = \frac{8}{|x|}, y = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{при } x > 0 \\ -\frac{8}{x}, & \text{при } x < 0 \end{cases}$ график см. рис.4.

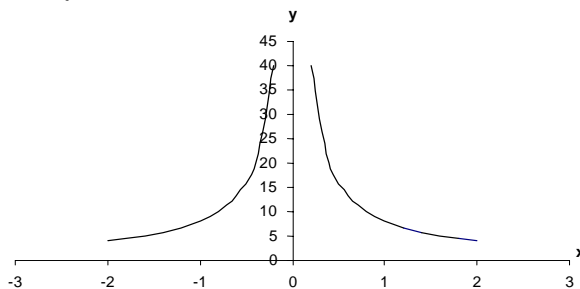


Рис. 4

6. $a \cdot b \text{ см}^2 = 18 \text{ см}^2, ab = 18, b = \frac{18}{a}$ график см рис 5.

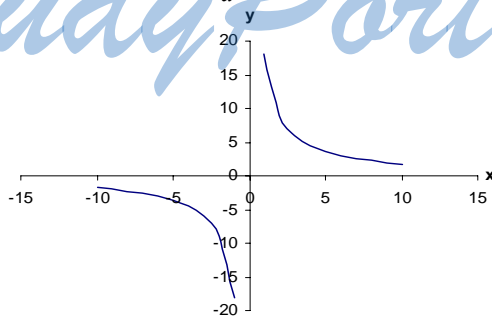


Рис. 5

C – 13

1.

a) 7; 201 б) $-8; -1$; в) $2,1; 3,(6) = \frac{11}{3}; 2\frac{3}{19}$; г) 0,202002000.

2.

1) а) $\frac{1}{9} = 0,1111\dots = 0,(1)$; б) $4=4,(0)$; в) $-3,25(0)$; г) $1\frac{1}{3} = 1,333\dots = 1,(3)$;

2) а) $-\frac{1}{12} = -0,08333\dots = -0,08(3)$; б) $\frac{1}{16} = 0,0625(0)$;

в) $\frac{3}{11} = 0,2727\dots = 0,(27)$; г) $-\frac{5}{24} = -0,20833\dots = -0,208(3)$.

3.

1) а) $0,121 > 0,038$; б) $0,3 > -68$; в) $-2,45 > -2,54$;

2) а) $\frac{1}{15} > 0$; б) $\frac{4}{9} = \frac{44}{99} < \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$; в) $2,8 = 2\frac{24}{30} < 2\frac{5}{6}$;

3) а) $-1,5353\dots < -1,3535\dots$; б) $5,73 < 5,(73)$; в) $1\frac{5}{13} = 0,3846\dots < 1,(39)$;

4) а) неверно (например, $5 - 7 = -2$ — не натуральное);

б) верно; доказательство: $x_1 = \frac{m_1}{n_1}, x_2 = \frac{m_2}{n_2}$,

где $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}, n_1, n_2 \in \mathbb{N}$; тогда:

$$x_1 + x_2 = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} = \frac{m_1 n_2 + n_1 m_2}{n_1 n_2}, \quad m_1 n_2 + n_1 m_2 \in \mathbb{Z}, n_1 n_2 \in \mathbb{N};$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{m_1^3}{n_1^3} + \frac{m_2^3}{n_2^3} = \frac{m_1^3 n_2^3 + n_1^3 m_2^3}{n_1^3 n_2^3}, \quad (m_1^3 n_2^3 + n_1^3 m_2^3) \in \mathbb{Z},$$

а $n_1^3 n_2^3 \in \mathbb{N}$.

5) а) $0,(6) = x, 10x = 6,(6), 10x - x = 6, 9x = 6, x = \frac{2}{3}$;

б) $0,0(5) = x, 10x = 0,5(5), 10x - x = 0,5 = \frac{1}{2}; 9x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{18}$;

в) $0,0(45) = x, 100x = 4,5(45), 100x - x = 4,5 = \frac{9}{2}; 99x = \frac{9}{2}, x = \frac{1}{22}$;

б) а и в – нечетные числа, то есть $a = 2m + 1, d = 2k + 1, k, m \in \mathbb{Z}$;

$$2a^2 - b = 2(2m + 1)^2 - (2k + 1) = 8m^2 + 8m + 2 - 2k - 1 = 2(4m^2 + 4m - k) + 1,$$

где $(4m^2 + 4m - k) \in \mathbb{Z}$, то есть $2a^2 - b$ – нечетно.

20

С – 14

1.

1) а) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$; б) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$;

в) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$ г) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$;

2) а) $\sqrt{0,25} = \sqrt{0,5^2} = 0,5$; б) $\sqrt{3600} = \sqrt{60^2} = 60$;

в) $\sqrt{0,09} = \sqrt{0,3^2} = 0,3$ г) $\sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20$;

3) а) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{1}{8^2}} = \frac{1}{8}$; б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9} \cdot \frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$;

в) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$; г) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$.

2.

а) верно, т.к. $12^2 = 144$; б) неверно, т.к. $\sqrt{a} \geq 0$; в) верно, т.к. $0^2 = 0$;

г) неверно, т.к. $0,2^2 = 0,04$; д) верно, т.к. $0,9^2 = 0,81$; е) неверно, т.к. $70^2 = 4900$.

3. Сторона квадрата a , а площадь $S = a^2$, $a = \sqrt{S}$;

а) $S = 25 \text{ дм}^2$; $a = \sqrt{25 \text{ дм}^2} = 5 \text{ дм}$; б) $a = \sqrt{64 \text{ см}^2} = 8 \text{ см}$;

в) $a = \sqrt{0,49 \text{ м}^2} = 0,7 \text{ м}$; г) $a = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \text{м}^2} = \frac{3}{4} \cdot \text{м}$.

4.

а) 9; б) 10; в) 0; г) 0,64; д) $\frac{1}{16}$; е) 0,01; ж) $2\frac{7}{9}$; з) 1,21.

5.

1) а) $\sqrt{25} - \sqrt{49} = 5 - 7 = -2$; б) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$;

в) $3\sqrt{4} - \sqrt{36} = 3 \cdot 2 - 6 = 0$; г) $\sqrt{64} : \sqrt{900} = 8 : 30 = \frac{4}{15}$;

2) а) $\sqrt{0,36} + \sqrt{0,01} = 0,6 + 0,1 = 0,7$;

б) $\frac{1}{8} \sqrt{0,64} - 1 = \frac{1}{8} \cdot 0,8 - 1 = 0,1 - 1 = -0,9$;

в) $-3\sqrt{0,49} + 2,6 = -3 \cdot 0,7 + 2,6 = -2,1 + 2,6 = 0,5$;

г) $0,4 \cdot \sqrt{0,04} = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$;

3) а) $(\sqrt{4})^2 - 1,5 = 4 - 1,5 = 2,5$; б) $7 \cdot \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 - 7 \cdot \frac{2}{7} = 2$;

в) $(\sqrt{0,9})^2 - 0,3 = 0,9 - 0,3 = 0,6$; г) $\frac{1}{6} \cdot (\sqrt{12})^2 = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2$;

4) а) $\sqrt{4^2 + 33} = \sqrt{16 + 33} = \sqrt{49} = 7$;
 б) $\sqrt{4 \cdot 5^2 - 6^2} = \sqrt{4 \cdot 25 - 36} = \sqrt{64} = 8$;
 в) $\sqrt{3(0,4^2 + 0,11)} = \sqrt{3(0,16 + 0,11)} = \sqrt{3 \cdot 0,27} = \sqrt{0,81} = 0,9$;
 г) $\sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = \sqrt{0,25 - 0,09} = \sqrt{0,16} = 0,4$.

6.

1) а) $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$; б) $\sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18$;
 в) $\sqrt{441} = \sqrt{21^2} = 21$; г) $\sqrt{676} = \sqrt{26^2} = 26$;
 2) а) $\sqrt{2,25} = \sqrt{1,5^2} = 1,5$; б) $\sqrt{3,61} = \sqrt{1,9^2} = 1,9$;
 в) $\sqrt{5,76} = \sqrt{2,4^2} = 2,4$; г) $\sqrt{7,84} = \sqrt{2,8^2} = 2,8$;
 3) а) $\sqrt{11,56} = \sqrt{3,4^2} = 3,4$; б) $\sqrt{48400} = \sqrt{220^2} = 220$;
 в) $\sqrt{68,89} = \sqrt{8,3^2} = 8,3$; г) $\sqrt{72900} = \sqrt{270^2} = 270$.

7.

а) $\sqrt{37 + c} = \sqrt{37 + 12} = \sqrt{49} = 7$, при $c = 12$;
 $\sqrt{37 + c} = \sqrt{37 - 1} = \sqrt{36} = 6$, при $c = -1$;
 $\sqrt{37 + c} = \sqrt{37 + 27} = \sqrt{64} = 8$, при $c = 27$;
 $\sqrt{37 + c} = \sqrt{37 - 28} = \sqrt{9} = 3$, при $c = -28$;
 $\sqrt{37 + c} = \sqrt{37 + 63} = \sqrt{100} = 10$, при $c = 63$;
 б) $\sqrt{a - b} = \sqrt{70 - 6} = \sqrt{64} = 8$, при $a = 70$, $b = 6$;
 $\sqrt{a - b} = \sqrt{38 + 43} = \sqrt{81} = 9$, при $a = 38$, $b = -43$;
 $\sqrt{a - b} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{29}{36}} = \frac{4}{6} \cdot \sqrt{29}$, при $a = \frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{18}$;
 $\sqrt{a - b} = \sqrt{0,93 - 0,57} = \sqrt{0,36} = 0,6$, при $a = 0,93$, $b = 0,57$;
 $\sqrt{a - b} = \sqrt{-0,29 + 0,78} = \sqrt{0,49} = 0,7$, при $a = -0,29$, $b = -0,78$;
 в) $2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0} - 0 = 0$, при $x = 0$;
 $2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0,01} - 0,01 = 0,2 - 0,01 = 0,19$, при $x = 0,01$;
 $2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{900} - 900 = 60 - 900 = -840$, при $x = 900$.

8.

1) а) $x = 1$; б) $x = 81$; в) $x = 0$; г) $x = 0,04$;
 2) а) $x = 400$; б) $x = 36$; в) неверно ни при каком x ; г) $x = \frac{1}{4}$;

3) а) $x = \frac{1}{49}$; б) неверно ни при каком x ; в) $\frac{16}{9}$; г) неверно ни при каком x .

9.

1) а) $\sqrt{1369} - \sqrt{1681} = 37 - 41 = -4$;

б) $2\sqrt{0,1156} - \sqrt{0,4761} = 0,68 - 0,69 = 0,01$;

в) $0,4\sqrt{441} + \sqrt{2,56} = 8,4 + 1,6 = 10$;

2) а) $\frac{5}{\sqrt{4225}} - \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{65} - \frac{5}{13} = -\frac{20}{65} = -\frac{4}{13}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{6,25} = \frac{1}{19} + \frac{5}{2} = \frac{97}{38} = 2\frac{23}{38}$;

в) $\sqrt{1369 - 2 \cdot 37 \cdot 29 + 841} = \sqrt{(37 - 29)^2} = 8$.

10.

1) а) $6\sqrt{x} = 5$; $\sqrt{x} = \frac{5}{6}$; $x = \frac{25}{36}$; б) $\sqrt{7x} = 1$; $7x = 1$, $-x = \frac{1}{7}$;

в) $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 3$, $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$; г) $(\sqrt{x})^2 = 9$; $x = 9$;

2) а) $\sqrt{x+1} = 2$; $x+1 = 4$, $x = 3$;

б) $\frac{3}{\sqrt{x-5}} = 4$, $\sqrt{x-5} = \frac{3}{4}$, $x-5 = \frac{9}{16}$, $x = 5\frac{9}{16}$;

в) $\frac{15}{\sqrt{x-3}} = 3$; $\sqrt{x-3} = 5$, $\sqrt{x} = 2$, $x = 4$;

г) $\sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{x}}} = 2$; $2 + \sqrt{3 + \sqrt{x}} = 4$;

$\sqrt{3 + \sqrt{x}} = 2$, $3 + \sqrt{x} = 4$, $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$.

11.

1) а) $x \geq 0$; б) $x \leq 0$; в) x – любое; г) $x \leq 0$;

2) а) $x > 0$; б) $x < 0$; в) $x > 0$, $x \neq 4$; г) $x = 0$.

С – 15

1.

а) имеет $x = 4$ или $x = -4$; б) имеет 0;

в) имеет $x = \pm\sqrt{26}$; г) не имеет, т.к. $x^2 \geq 0$, для любых x .

2.

а) $\approx 1,6$; б) $\approx 2,4$; в) $\approx 2,8$.

3.

1) а) $x^2 = 25, x = \pm x\sqrt{25}, = \pm 5$; б) $x^2 = 0,36, x = \pm \sqrt{0,36}, x = \pm 0,6$;

в) $x^2 = 169, x = \pm \sqrt{169}, x = \pm 13$; г) $x^2 = \frac{9}{49}, x = \pm \sqrt{\frac{9}{49}}, x = \pm \frac{3}{7}$;

2) а) $x^2 = 3, x = \pm \sqrt{3}$; б) $x^2 = 12, x = \pm \sqrt{3,6}$;

в) $x^2 = 3,6, x = \sqrt{3,6}$; г) $x^2 = 8,1, x = \pm \sqrt{8,1}$;

3) а) $x^2 - 0,1 = 0,06; x^2 = 0,16; x = \pm \sqrt{0,16}; x = \pm 0,4$;

б) $30 + x^2 = 31, x^2 = 1, x = \pm 1$; в) $49 + y^2 = 0; y^2 = -49$ — решений нет;

г) $\frac{1}{6a}a^2 = 5, a^2 = 30, a = \pm \sqrt{30}$;

4) а) $(x-1)^2 = 36, x-1 = \pm 6, x = 7$ или $x = -5$;

б) $(y+5)^2 = 4, y+5 = \pm 2, y = -3$ и $y = -7$;

в) $(x+7)^2 = 5, x+7 = \pm \sqrt{5}, x = \sqrt{5}-7$ и $x = -\sqrt{5}-7$;

г) $\left(y - \frac{1}{9}\right)^2 = \frac{4}{81}, y - \frac{1}{9} = \pm \frac{2}{9}, y = \frac{3}{9}$, и $y = -\frac{1}{9}$.

4.

1) $x^2 = 0$; 2) $x^2 = -1$; 3) $x^2 = 2$; 4) $x^2 = \frac{1}{4}$.

5.

а) $\frac{y}{x} > 0$ у и х — одного знака или $y = 0$ при $x \neq 0$;

б) $xy^2 \geq 0, x \geq 0, y$ — любое;

в) $-\frac{y}{x} > 0, y$ и х — разного знака или $y = 0$ при $x \neq 0$;

г) $yx^3 \geq 20$ у и х — одного знака или $y = 0$ или $x = 0$.

6.

а) $y^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{2})(\sqrt{11} - \sqrt{2}), y^2 = (\sqrt{11})^2 - (\sqrt{2})^2 = 9, y = \pm 3$;

б) $(7y)^2 = 14, 7y^2 = 14, y^2 = 2, y = \pm \sqrt{2}$.

7.

Если бы $\sqrt{10m-3} = n$, где $m, n \in \mathbb{N}$, тогда $10m - 3 = n^2, 10m = n^2 + 3$, тогда (n^2+3) заканчивается на 0, тогда n^2 — заканчивается на 7, чего не может быть при $n \in \mathbb{N}$.

24

С – 16

1.

- 1) а) 3 и 4; б) 6 и 7; в) 10 и 11; г) 2 и 3;
2) а) 0 и 1; б) 1 и 2; в) -3 и -2; г) -5 и -4.

2.

- 1) а) $\approx 1,7$; б) $\approx 2,4$; в) $\approx 2,8$;
2) а) $\approx 1,9$; б) $\approx -2,6$; в) $\approx -3,2$.

3.

- 1) а) $\approx 2,65$; б) $\approx 5,29$; в) $\approx 0,95$; г) $\approx -2,74$; д) $\approx 0,71$; е) 22,07;
2) а) $\approx 5,24$; б) $\approx 0,78$; в) $\approx 5,22$; $\approx 18,38$;
3) а) $\approx 2,77$; б) $\approx 1,5$; в) $\approx 1,02$.
4) $\approx 0,71$ при $a=3,5$; $\approx 1,48$ при $a=5,2$; $\approx 4,88$ при $a=26,8$; $\approx 24,2$ при $a=588,6$.

4.

$\left[\left[\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^2} \right] \sqrt{x} \right]$ — набрав это на калькуляторе подставляя вместо a и b значения чисел мы получим значение c .

- а) $\approx 9,2$; б) $\approx 29,3$.

С – 17

1.

- 1) $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{6} \approx 2,4$; $\sqrt{10} \approx 3,2$;
2) $\sqrt{2} \approx 1,4$; $\sqrt{3,5} \approx 1,9$; $\sqrt{5,2} \approx 2,3$; $\sqrt{8,5} \approx 2,9$;
3) $\sqrt{x} = 1; 2; 2,5; 3,2$, тогда $x=1; 4; 6,25; \approx 10$;
4) $\sqrt{x} = 0,8; 1,6; 2,3; 2,9$, тогда $x \approx 0,64; \approx 2,6; \approx 5,3; \approx 8,4$.

2.

- а) $\sqrt{0,7} < 1$; б) $3 > \sqrt{7,5}$; в) $\sqrt{3,6} > \sqrt{6,5}$; г) $\sqrt{9,3} > \sqrt{7,5}$.

3.

- а) пересекает; б) пересекает; в) пересекает; г) не пересекает.

4.

- 1) В(25; 5) — принадлежит; С(81; 9) — принадлежит; Р(1;1) — принадлежит; N(-16; 4) — не принадлежит; Е(3;9) — не принадлежит;
2) А(169; 13) — принадлежит; D(2500; 50) — принадлежит; М (0,36; 0,6) — принадлежит; К(0,8; 0,64) — не принадлежит; Н(100; -10) — не принадлежит.

5.

- 1) а) $\sqrt{45} > \sqrt{43}$; б) $\sqrt{2,6} > \sqrt{2,1}$; в) $\sqrt{48} < 7$; г) $\sqrt{30} < 6$;
2) а) $\sqrt{\frac{1}{10}} > \sqrt{\frac{1}{12}}$; б) $\sqrt{1,44} = 1,2$; в) $2,3 < \sqrt{6,25}$; г) $\frac{3}{4} > \sqrt{\frac{7}{16}}$.

6.

- а) $\sqrt{40} > 6 > \sqrt{35,8} > 5 > \sqrt{21}$; б) $\sqrt{0,5} > \sqrt{0,2} > \frac{1}{3} > 0,25$.

7.

а) пересекает; б) пересекает; в) не пересекает;
г) пересекает; д) пересекает; е) не пересекает.

8.

а) 2; 3; 4; б) 8; в) никакие; г) -1; д) -3; е) -4; -3; -2; -1; 0; 1.

С – 18

1.

1) а) $\sqrt{9 \cdot 36} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} = 3 \cdot 6 = 18$; б) $\sqrt{25 \cdot 81} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{81} = 5 \cdot 9 = 45$;

в) $\sqrt{16 \cdot 900} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{900} = 4 \cdot 30 = 120$;

г) $\sqrt{2500 \cdot 49} = \sqrt{2500} \cdot \sqrt{49} = 50 \cdot 7 = 350$;

2) а) $\sqrt{0,64 \cdot 25} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{25} = 0,8 \cdot 5 = 4$;

б) $\sqrt{0,49 \cdot 16} = \sqrt{0,49} \cdot \sqrt{16} = 0,7 \cdot 4 = 2,8$;

в) $\sqrt{9 \cdot 1,21} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{1,21} = 3 \cdot 1,1 = 3,3$;

г) $\sqrt{400 \cdot 0,36} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,36} = 20 \cdot 0,6 = 12$;

3) а) $\sqrt{0,09 \cdot 0,25} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,25} = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$;

б) $\sqrt{0,81 \cdot 0,04} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,04} = 0,9 \cdot 0,2 = 0,18$;

в) $\sqrt{6,25 \cdot 0,16} = \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{0,16} = 2,5 \cdot 0,4 = 1$;

г) $\sqrt{0,36 \cdot 1,44} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{1,44} = 0,6 \cdot 1,24 = 0,72$;

4) а) $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 0,36} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{0,36} = 5 \cdot 5 \cdot 0,6 = 12$;

б) $\sqrt{196 \cdot 2,25 \cdot 0,09} = \sqrt{196} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,09} = 14 \cdot 1,5 \cdot 0,3 = 6,3$;

в) $\sqrt{1,69 \cdot 0,04 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,69} \cdot \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,3 \cdot 0,2 \cdot 0,01 = 0,0026$;

2.

1) а) $\sqrt{40 \cdot 490} = \sqrt{400 \cdot 49} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{49} = 20 \cdot 7 = 140$;

б) $\sqrt{10 \cdot 640} = \sqrt{100 \cdot 64} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{64} = 10 \cdot 8 = 80$;

в) $\sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 16} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$;

г) $\sqrt{8 \cdot 800} = \sqrt{16 \cdot 400} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{400} = 4 \cdot 20 = 80$;

д) $\sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{36 \cdot 9} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{9} = 6 \cdot 3 = 18$;

2) а) $\sqrt{2,5 \cdot 40} = \sqrt{0,25 \cdot 400} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{400} = 0,5 \cdot 20 = 10$;

б) $\sqrt{6,4 \cdot 90} = \sqrt{0,64 \cdot 900} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{900} = 0,8 \cdot 30 = 24$;

в) $\sqrt{4,9 \cdot 0,9} = \sqrt{49 \cdot 0,09} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,09} = 7 \cdot 0,3 = 2,1$;

г) $\sqrt{12,1 \cdot 0,4} = \sqrt{1,21 \cdot 4} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{4} = 1,1 \cdot 2 = 2,2$;

д) $\sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15$.

3.

1) а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6;$

б) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{144} = 12;$

в) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{13 \cdot 52} = \sqrt{169 \cdot 4} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} = 13 \cdot 2 = 26;$

г) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{12 \cdot 75} = \sqrt{36 \cdot 25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = 6 \cdot 5 = 30;$

2) а) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{4,5 \cdot 72} = \sqrt{9 \cdot 36} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} = 3 \cdot 6 = 18;$

б) $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{98} = \sqrt{12,5 \cdot 98} = \sqrt{25 \cdot 49} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} = 5 \cdot 7 = 35;$

в) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{3,6} = \sqrt{4 \cdot 0,36} = \sqrt{4 \cdot 0,36} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,36} = 2 \cdot 0,6 = 1,2;$

г) $\sqrt{200} \cdot \sqrt{0,18} = \sqrt{200 \cdot 0,18} = \sqrt{100 \cdot 0,36} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{0,36} = 10 \cdot 0,6 = 6;$

3) а) $\sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{17 \cdot 2 \cdot 34} = \sqrt{34^2} = 34;$

б) $\sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5};$

в) $\sqrt{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{7} \cdot 3 \cdot \frac{1}{7}} = \frac{3}{7}.$

4.

а) $\sqrt{33} = \sqrt{3 \cdot 11} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11};$ б) $\sqrt{51} = \sqrt{3 \cdot 17} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{17};$

в) $\sqrt{13y} = \sqrt{13} \cdot \sqrt{y};$ г) $\sqrt{21b} = \sqrt{3 \cdot 7b} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7 \cdot b}.$

5.

а) $\sqrt{72900} = \sqrt{729 \cdot 100} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{100} = 27 \cdot 10 = 270;$

б) $\sqrt{547600} = \sqrt{5476 \cdot 100} = \sqrt{5476} \cdot \sqrt{100} = 74 \cdot 10 = 740;$

в) $\sqrt{2890000} = \sqrt{289 \cdot 10000} = \sqrt{289} \cdot \sqrt{10000} = 17 \cdot 100 = 1700.$

6.

а) $\sqrt{11^2 + 60^2} = \sqrt{121 + 3600} = \sqrt{3721} = 61;$

б) $\sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85 - 84) \cdot (85 + 84)} = \sqrt{1 \cdot 169} = 13;$

в) $\sqrt{2,5^2 - 2,4^2} = \sqrt{(2,5 - 2,4) \cdot (2,5 + 2,4)} = \sqrt{0,1 \cdot 4,9} = \sqrt{0,01 \cdot 49} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{49} = 0,1 \cdot 7 = 0,7$

7. $\sqrt{60} \approx 7,75$, тогда

а) $\sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{100} \approx 7,75 \cdot 10 = 77,5;$

б) $\sqrt{0,6} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{0,01} \approx 7,75 \cdot 0,1 = 0,775;$

в) $\sqrt{240} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{4} \approx 7,75 \cdot 2 = 15,5;$

г) $\sqrt{960} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{16} \approx 7,75 \cdot 4 = 31.$

1.

$$1) \text{ a) } \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11};$$

$$2) \text{ a) } \sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{2\frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{144}{49}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{49}} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7};$$

$$\text{в) } \sqrt{11\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{9}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$$

$$\text{г) } \sqrt{3\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{121}{36}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}.$$

2.

$$\text{a) } \sqrt{\frac{7}{19}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{19}}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{6}{13}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}}; \quad \text{в) } \sqrt{\frac{b}{10}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{10}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{8}{y}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{y}}.$$

3.

$$1) \text{ a) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{99}{11}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{112}} = \sqrt{\frac{7}{112}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{16}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{72000}}{\sqrt{2000}} = \sqrt{\frac{72000}{2000}} = \sqrt{36} = 6;$$

$$2) \text{ a) } \frac{\sqrt{4,8}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{4,8}{0,3}} = \sqrt{16} = 4; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{1,5}} = \sqrt{\frac{54}{1,5}} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{4,5}}{\sqrt{128}} = \sqrt{\frac{4,5}{128}} = \sqrt{\frac{2,25}{64}} = \frac{1,5}{8} = \frac{3}{16};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{2,7}}{\sqrt{7,5}} = \sqrt{\frac{2,7}{7,5}} = \sqrt{\frac{0,9}{2,5}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

4.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{\frac{36\text{см}^2}{4\text{см}^2}} = \sqrt{9} = 3. \text{ Ответ: в 3 раза.}$$

5.

а) $\sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{y}}$; б) $\sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-y}}$.

6.

$$S_1 = \pi R_1^2, S_2 = \pi R_2^2, \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{9}, R_2 = 9 \text{ дм};$$

$$\frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{9}; \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}, R_1 = \frac{1}{3} R_2 = 3 \text{ дм}. \text{ Ответ: } 3 \text{ дм}.$$

С – 20

1.

1) а) $\sqrt{(3,8)^2} = 3,8$; б) $\sqrt{(-1,3)^2} = 1,3$;

в) $\sqrt{(0,4)^2} = 0,4$; г) $\sqrt{(-6,19)^2} = 6,19$;

2) а) $3\sqrt{(-17)^2} = 3 \cdot 17 = 51$; б) $5\sqrt{(4,2)^2} = 5 \cdot 4,2 = 21$;

в) $0,1\sqrt{(-73)^2} = 0,3 \cdot 73 = 7,3$; г) $-0,4\sqrt{22^2} = -0,4 \cdot 22 = -8,8$;

3) а) $\sqrt{10^4} = 10^2 = 100$; б) $\sqrt{5^6} = 5^3 = 125$;

в) $\sqrt{3^8} = 3^4 = 81$; г) $\sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32$;

4) а) $\sqrt{(-6)^4} = 6^2 = 36$; б) $\sqrt{(-3)^8} = +3^4 = 81$;

в) $\sqrt{(-10)^6} = 10^3 = 1000$; г) $\sqrt{(-3)^{10}} = 3^5 = 243$;

5) а) $\sqrt{(1,2)^4} = (1,2)^2 = 1,44$; б) $\sqrt{(-0,2)^6} = (0,2)^3 = 0,008$;

в) $\sqrt{3^4 \cdot 6^2} = 3^2 \cdot 6 = 54$; г) $\sqrt{2^8 \cdot 5^2} = 2^4 \cdot 5 = 80$.

2.

1) а) $\sqrt{b^2} = |b|$; б) $\sqrt{m^2} = |m|$; в) $2,3\sqrt{x^2} = 2,3|x|$; г) $-0,5\sqrt{a^2} = -0,5|a|$;

2) а) $\sqrt{c^4} = c^2$; б) $\sqrt{x^6} = |x^3|$; в) $\sqrt{a^8} = a^4$; г) $\sqrt{p^{10}} = |p^5|$.

3.

1) а) $\sqrt{m^2} = |m| = m$, при $m > 0$; б) $\sqrt{c^2} = |c| = -c$, при $c < 0$;

в) $\sqrt{0,81x^2} = |0,9x| = 0,9x$, при $x \geq 0$ г) $\sqrt{0,49a^2} = |0,7a| = -0,7a$, при $a \leq 0$;

$$2) \text{ а) } -3\sqrt{\frac{1}{9}n^2} = -3\left|\frac{1}{3}n\right| = 3 \cdot \frac{1}{3}n = n, \text{ при } n < 0; \text{ б) } \sqrt{x^4} = x^2;$$

$$\text{в) } \sqrt{a^6} = |a^3| = a^3, \text{ при } a \geq 0 \text{ г) } \sqrt{c^{10}} = |c^5| = -c^5, \text{ при } c \leq 0;$$

$$\text{д) } \sqrt{p^{16}} = p^8; \text{ е) } \sqrt{m^{22}} = |m^{11}| = m^{11}, \text{ при } m > 0;$$

$$3) \text{ а) } -\sqrt{0,64y^6} = -|0,8y^3| = 0,8y^3, \text{ при } y < 0;$$

$$\text{б) } -10\sqrt{0,09c^{14}} = 10 \cdot |0,3c^7| = 10 \cdot 0,3c^7 = 3c^7, \text{ при } c > 0.$$

$$\text{в) } 2,3\sqrt{100x^{12}} = 2,3 \cdot 10x^6 = 23x^6;$$

$$\text{г) } -0,1\sqrt{16a^{18}} = -0,1|4a^9| = 0,1 \cdot 4a^9 = 0,4a^9, \text{ при } a \leq 0$$

4.

$$\text{а) } \sqrt{38416} = \sqrt{2^4 \cdot 7^4} = 2^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 49 = 196;$$

$$\text{б) } \sqrt{13689} = \sqrt{3^4 \cdot 13^2} = 3^2 \cdot 13 = 9 \cdot 13 = 117;$$

$$\text{в) } \sqrt{104976} = \sqrt{2^4 \cdot 3^8} = 2^2 \cdot 3^4 = 4 \cdot 81 = 324.$$

5.

$$1) \text{ а) } \sqrt{\frac{a^8 b^{12}}{c^2}} = \frac{a^4 b^6}{|c|} = -\frac{a^4 b^6}{c}, \text{ при } c < 0;$$

$$\text{б) } -x\sqrt{x^2 y^{16}} = -x|xy^8| = x^2 y^8, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{в) } m^2 \sqrt{m^4 n^{26}} = m^2 \cdot |m^2 n^{13}| = m^4 n^{13}, \text{ при } n > 0;$$

$$\text{г) } -\frac{2}{9p^3} \sqrt{20,25 p^6 q^{20}} = -\frac{2}{9p^3} |4,5 p^3 q^{10}| = -q^{10}, \text{ при } p < 0;$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a, \text{ при } b > 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = x-3, \text{ при } x \geq 3;$$

$$\text{в) } \sqrt{21 + 8\sqrt{5}} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} + 5} = \sqrt{(4 + \sqrt{5})^2} = |4 + \sqrt{5}| = 4 + \sqrt{5};$$

$$\text{г) } \sqrt{37 - 20\sqrt{3}} = \sqrt{5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{3} + 12} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{3})^2} = |5 - 2\sqrt{3}| = 5 - 2\sqrt{3}$$

1.

1) а) $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$;

б) $\sqrt{99} = \sqrt{9 \cdot 11} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{11} = 3\sqrt{11}$;

в) $\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot 10} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10}$;

г) $\sqrt{147} = \sqrt{3 \cdot 49} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$;

2) а) $0,2\sqrt{50} = 0,2\sqrt{25 \cdot 2} = 0,2 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$;

б) $-\frac{1}{2}\sqrt{8} = -\frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$;

в) $\frac{3}{5}\sqrt{175} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{25 \cdot 7} = \frac{3}{5} \cdot 5\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$;

г) $-0,01\sqrt{30000} = -0,01 \cdot \sqrt{10000 \cdot 3} = -0,01 \cdot 100\sqrt{3} = -\sqrt{3}$;

3) а) $\sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{3^4 \cdot 5} = 3^2 \cdot \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$;

в) $\sqrt{7^2 \cdot 3^3} = 7\sqrt{3^2 \cdot 3} = 7 \cdot 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$;

г) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 6} = 2 \cdot 3^2 \sqrt{6} = 18\sqrt{6}$;

4) а) $\sqrt{11a^2} = |a|\sqrt{11} = a\sqrt{11}$, при $a \geq 0$; б) $\sqrt{c^3} = \sqrt{c^2 \cdot c} = c\sqrt{c}$;

в) $\sqrt{5x^4} = x^2\sqrt{5}$; г) $\sqrt{3b^5} = \sqrt{3b \cdot b^4} = b^2\sqrt{3b}$;

5) а) $\sqrt{36a^7} = \sqrt{6^2 \cdot a^6} = 6a^3\sqrt{a}$;

б) $\sqrt{45x^6} = \sqrt{5 \cdot 3^2 \cdot x^6} = 3|x^3|\sqrt{5} = -3x^3\sqrt{5}$, при $x \leq 0$;

в) $\sqrt{300m^9} = \sqrt{3 \cdot 10^2 \cdot m \cdot m^8} = 10m^4\sqrt{3m}$;

г) $\sqrt{\frac{7c^{10}}{64}} = \frac{|c^5|}{8}\sqrt{7} = \frac{c^5}{8}\sqrt{7}$, при $c > 0$.

2.

1) а) $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{72}$; б) $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2 \cdot 6} = \sqrt{150}$;

в) $-3\sqrt{2} = -\sqrt{3^2 \cdot 2} = -\sqrt{18}$; г) $-8\sqrt{10} = -\sqrt{8^2 \cdot 10} = -\sqrt{640}$;

2) а) $2\sqrt{a} = \sqrt{2^2 \cdot a} = \sqrt{4a}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{8x} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 8x} = \sqrt{2x}$;

в) $-10\sqrt{0,2p} = -\sqrt{10^2 \cdot 0,2p} = -\sqrt{20p}$; г) $6\sqrt{\frac{1}{6}m} = \sqrt{6^2 \cdot \frac{1}{6}m} = \sqrt{6m}$.

3.

1) а) $3\sqrt{2} = \sqrt{18} < \sqrt{20}$; б) $\sqrt{14} > 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$; в) $7\sqrt{3} = \sqrt{147} > 3\sqrt{7} = \sqrt{63}$;

2) а) $\frac{2}{3}\sqrt{63} = \sqrt{28} > \frac{1}{2}\sqrt{104} = \sqrt{21}$; б) $\frac{3}{5}\sqrt{75} = \sqrt{27} < 10\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{60}$;

в) $0,7\sqrt{1\frac{3}{7}} = \sqrt{0,7} > 0,9\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0,54}$;

3) а) $3\sqrt{7} = \sqrt{63} > \sqrt{28}$; б) $2\sqrt{75} = \sqrt{300} < 3\sqrt{48} = \sqrt{432}$;

в) $10\sqrt{54} = 30\sqrt{6} > 3\sqrt{96} = 12\sqrt{6}$.

4.

а) $\sqrt{25x^2y^5} = 5|x|y^2\sqrt{y} = -5xy^2\sqrt{y}$, при $x < 0$;

б) $\sqrt{32a^3b^{10}} = 4a|b^5|\sqrt{2a} = -4ab^5\sqrt{2a}$, при $b \leq 0$;

в) $\sqrt{-8c^7} = 2|c^3|\sqrt{-2c} = -2c^3\sqrt{-2c}$;

г) $\sqrt{27(a-b)^5} = 3(a-b)^2\sqrt{3(a-b)}$.

5.

а) $x\sqrt{5} = -\sqrt{(-x)^2 \cdot 5} = -\sqrt{5x^2}$, при $x < 0$; б) $a^3\sqrt{2} = -\sqrt{2a^6}$, при $a \leq 0$;

в) $x\sqrt{x} = \sqrt{x^3}$; г) $y\sqrt{-y} = \sqrt{-y^3}$; д) $(a-b)\sqrt{a-b} = \sqrt{(a-b)^3}$;

е) $(x-y)\sqrt{y-x} = -\sqrt{(y-x)^3}$.

6.

а) $(a+2)\sqrt{\frac{2}{a^2+4a+4}} = (a+2)\sqrt{\frac{2}{(a+2)^2}} = \frac{a+2}{|a+2|}\sqrt{2} = \sqrt{2}$, при $a > -2$;

б) $(a-b)\sqrt{\frac{1}{a^2-2ab+b^2}} = (a-b)\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2}} = (a-b)\frac{1}{|a-b|} = -1$, при $a-b < 0$.

С – 22

1.

1) а) $3\sqrt{c} = 8\sqrt{c} - 9\sqrt{c} = 2\sqrt{c}$;

б) $5\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} = 6\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$;

в) $\sqrt{4x} + \sqrt{64x} - \sqrt{81x} = 2\sqrt{x} + 8\sqrt{x} - 9\sqrt{x} = \sqrt{x}$;

г) $\sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;

2) а) $\sqrt{12y} - 0,5\sqrt{48y} + 2\sqrt{108y} - 2\sqrt{3y} - 2\sqrt{3y} + 12\sqrt{3y} = 12\sqrt{3y}$;

32

$$\begin{aligned} & \text{б) } 2\sqrt{8a} + 0,3\sqrt{45c} - 4\sqrt{18a} + 0,01\sqrt{500c} = 4\sqrt{2a} + 0,9\sqrt{5c} - \\ & - 12\sqrt{2a} + 0,1\sqrt{5c} = \sqrt{5c} - 8\sqrt{2a}; \\ & \text{3) а) } \sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{48}) = \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) = \sqrt{3}(-\sqrt{3}) = -3; \\ & \text{б) } (5\sqrt{7} - \sqrt{63} + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{7} = (5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{7} = \\ & = (2\sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot 7) \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot 7 + \sqrt{2} \cdot 7 = 14 + 7\sqrt{2}; \\ & \text{в) } 3\sqrt{2}(2 - 5\sqrt{32}) - 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 15\sqrt{64} - 6\sqrt{2} = -15 \cdot 8 = -120; \\ & \text{г) } \sqrt{12} - (\sqrt{15} - 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{3} - \sqrt{75} + 3 \cdot 5 = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 15 = 15 - 3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} & \text{1) а) } (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{9} = 1 - \sqrt{3}; \\ & \text{б) } (\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 2\sqrt{4} + \sqrt{10} - 2\sqrt{10} - \sqrt{25} = -1 - \sqrt{10}; \\ & \text{в) } (\sqrt{7} - \sqrt{12})(\sqrt{7} - 3\sqrt{3}) = \sqrt{49} - 3\sqrt{21} - 2\sqrt{21} + 3\sqrt{36} = 25 - 5\sqrt{21}; \\ & \text{г) } (2\sqrt{5} - \sqrt{18})(\sqrt{18c} + \sqrt{5}) - \sqrt{90} = 2\sqrt{90} + 2\sqrt{25} - \sqrt{18^2} - \sqrt{90} - \\ & - \sqrt{90} = -8; \\ & \text{2) а) } (a + \sqrt{c})(a - \sqrt{c}) = a^2 - c; \text{ б) } (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y; \\ & \text{в) } (\sqrt{14} - 2)(2 - \sqrt{14}) = 14 - 4 = 10; \text{ г) } (b + \sqrt{m})^2 = b^2 + 2b\sqrt{m} + m; \\ & \text{д) } (\sqrt{k} + \sqrt{p})^2 = k + 2\sqrt{kp} + p; \text{ е) } (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 + 2\sqrt{3 \cdot 6} + 6 = 9 + 6\sqrt{2}; \\ & \text{3) а) } (1 + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 1) = 18 - 1 = 17; \\ & \text{б) } (5\sqrt{3} - \sqrt{11})(\sqrt{11} + 5\sqrt{3}) = 75 - 11 = 64; \\ & \text{в) } (1 - 2\sqrt{3})^2 = 1 - 4\sqrt{3} + 12 = 13 - 4\sqrt{3}; \\ & \text{г) } (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})^2 = 45 + 12\sqrt{50} + 40 = 95 + 60\sqrt{2}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} & \text{1) а) } c^2 - 2 = c^2 - (\sqrt{2})^2 = (c - \sqrt{2})(c + \sqrt{2}); \\ & \text{б) } 11 - y^2 = (\sqrt{11})^2 - y^2 = (\sqrt{11} - y)(\sqrt{11} + y); \\ & \text{в) } 9x^2 - 5 = (3x)^2 - (\sqrt{5})^2 = (3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}); \\ & \text{г) } 2a^2 - 3 = (\sqrt{2a})^2 - (\sqrt{3})^2 = (a\sqrt{2} - \sqrt{3})(a\sqrt{2} + \sqrt{3}); \\ & \text{2) а) } a - 9 = (\sqrt{a})^2 - 3^2 = (\sqrt{a} - 3)(\sqrt{a} + 3); \\ & \text{б) } 5 - b = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{b})(\sqrt{5} + \sqrt{b}); \\ & \text{в) } x - c = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{c})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{c})(\sqrt{x} + \sqrt{c}); \\ & \text{г) } 4a - 25b = (2\sqrt{a})^2 - (5\sqrt{b})^2 = (2\sqrt{a} - 5\sqrt{b})(2\sqrt{a} + 5\sqrt{b}); \end{aligned}$$

3) а) $7 - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{7} - 1)$; б) $13 + 3\sqrt{13} = \sqrt{13}(\sqrt{13} + 3)$;

в) $\sqrt{y} + y = \sqrt{y}(1 + \sqrt{y})$; г) $\sqrt{2a} - \sqrt{5 \cdot a} = \sqrt{a}(\sqrt{2} - \sqrt{5a})$.

4.

а) $\frac{a^2 - 3}{a + \sqrt{3}} = \frac{(a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3})}{a + \sqrt{3}} = a - \sqrt{3}$;

б) $\frac{\sqrt{7} - y}{7 - y^2} = \frac{\sqrt{7} - y}{(\sqrt{7} - y)(\sqrt{7} + y)} = \frac{1}{\sqrt{7} + y}$;

в) $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$;

г) $\frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{b - c} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$.

5.

а) $\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{y}$; в) $\frac{7}{3\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{6}$;

г) $\frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{15} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$; д) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; е) $\frac{7}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$;

2) а) $\frac{3}{\sqrt{x} - a} = \frac{3(\sqrt{x} + a)}{(\sqrt{x} - a)(\sqrt{x} + a)} = \frac{3\sqrt{x} + 3a}{x - a^2}$;

б) $\frac{10}{\sqrt{6} + 1} = \frac{10 \cdot (\sqrt{3} + 1)}{36 - 1} = \frac{10(\sqrt{6} + 1)}{35} = \frac{2\sqrt{6} + 2}{7}$;

в) $\frac{a}{\sqrt{x} + \sqrt{a}} = \frac{a(\sqrt{x} - \sqrt{a})}{x - 1} = \frac{a\sqrt{x} + a\sqrt{a}}{x - a}$;

г) $\frac{b}{b - \sqrt{c}} = \frac{b(b + \sqrt{c})}{b^2 - c} = \frac{b^2 + b\sqrt{c}}{b^2 - c}$;

д) $\frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{2})}{11 - 2} = \frac{\sqrt{11} + \sqrt{2}}{3}$;

е) $\frac{9}{7 + 4\sqrt{3}} = \frac{9(7 - 4\sqrt{3})}{49 - 48} = 63 - 36\sqrt{3}$.

6.

а) $\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{18} + 3} = \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2} = \sqrt{6} - \sqrt{3}$, ч.т.д.

б) $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}} = \sqrt{25 + 2 \cdot \sqrt{50} + 2} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, ч.т.д.

7.

$$\text{а) } \sqrt{3+3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{3}\sqrt{5}-3} = \sqrt{(3+3\sqrt{5})(3\sqrt{5}-3)} = \sqrt{45-9} = \sqrt{36} = 6 \in \mathbb{N}, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б) } \sqrt{(\sqrt{3}+1) \cdot 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-1) \cdot 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = \sqrt{3-1 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4 \in \mathbb{N}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

8.

$$\text{а) } \frac{\sqrt{15}-5}{3-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3};$$

$$\text{б) } \frac{3\sqrt{3}-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{a})(3+\sqrt{3a}+a)}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = -(3+a+\sqrt{3a});$$

$$\text{в) } \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{x}-x\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}(x+y-\sqrt{xy})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y-\sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}.$$

С – 23

1.

$$\text{а) } 2x-7=8, a=7,5 - \text{ является корнем;}$$

$$\text{б) } x^3-2,5=-29,5, a=-3 - \text{ является корнем;}$$

$$\text{в) } x^2-x-20=0, a=5 - \text{ является корнем;}$$

$$\text{г) } x^4-x^3+2x=12, a=2 - \text{ является корнем;}$$

$$\text{д) } (x^3+12)(x^2-8)=0, a=2\sqrt{2} - \text{ является корнем.}$$

2.

$$\text{а) } (x-3)(x+12)=0, x=3 \text{ и } x=-12;$$

$$\text{б) } (x+1)(x-9)=0, x=-1, x=-7 \text{ и } x=9;$$

$$\text{в) } (6x-5)(x+5)=0, x=-\frac{5}{6} \text{ и } x=-5;$$

$$\text{г) } (x+8)(2x-5)(x^2+25)=0, x=-8 \text{ и } x=\frac{5}{2}.$$

3.

$$\text{а) } x^2+10=0 \text{ не имеет корней, т.к. } x^2+10>0 \text{ для любого } x;$$

$$\text{б) } \sqrt{x}+4=0 \text{ не имеет корней, т.к. } \sqrt{x}+4>0 \text{ для любого } x;$$

$$\text{в) } \frac{5x-1}{x-0,2}=0 \text{ не имеет корней, т.к. } \frac{5x-1}{x-0,2} = \frac{5(x-0,2)}{x-0,2} = 5, \text{ для любого } x;$$

$$\text{г) } \frac{10x+7}{(x+6)(x+0,7)}=0 \text{ не имеет корней, т.к. } \frac{10x+7}{(x+6)(x+0,7)} = \frac{10}{x+6} \neq 0$$

при любом x .

4.

а) $5x - 7 = 0$ и $1,4 - x = 0$ – равносильны;

б) $(6x-18)(\sqrt{x}-11) = 0$ и $(121-x)(\sqrt{x}-3) = 0$ – неравносильны;

в) $x^2 + 7 = 0$ и $\sqrt{x} + 49 = 0$ – равносильны

С – 24

1.

а) $3x^2 + 7x - 6 = 0$; б) $2x^2 - 5x + 1 = 0$;

в) $5x^2 - x + 9 = 0$; $5x^2 - 1x + 9 = 0$; г) $x^2 + 7 - 4x = 0$; $1x^2 - 4x + 7 = 0$;

д) $2x^2 - 11 = 0$; $2x^2 + 0x - 11 = 0$; е) $15x - x^2 = 0$; $-1x^2 + 15x + 0 = 0$;

ж) $7x^2 = 0$; $7x^2 + 0x + 0 = 0$; з) $3x - x^2 + 19 = 0$; $-1x^2 + 3x + 19 = 0$.

2.

Уравнения д), е), ж) – неполные, так как или коэффициент или свободный член равны нулю.

3.

а) $3x^2 - 12 = 0$, $3(x - 2)(x + 2) = 0$, $x = 2$ и $x = -2$;

б) $2x^2 + 6x = 0$, $2x(x + 3) = 0$, $x = 0$ и $x = -3$;

в) $1,8x^2 = 0$, $x = 0$; г) $x^2 + 9 = 0$ – корней нет;

д) $7x^2 - 14 = 0$, $7(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$, $x = \sqrt{2}$ и $x = -\sqrt{2}$;

е) $x^2 - 3x = 0$, $x(x - 3) = 0$, $x = 0$ и $x = 3$;

ж) $-\frac{2}{3}x^2 = 0$, $x = 0$; з) $6x^2 + 24 = 0$ – корней нет;

и) $10x + 2x^2 = 0$, $2x(5 + x) = 0$, $x = 0$ и $x = -5$;

к) $\frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7} = 0$ – корней нет;

л) $15 - 5x^2 = 0$, $5(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x)$, $x = \sqrt{3}$ и $x = -\sqrt{3}$; м) $4,9x^2 = 0$, $x = 0$.

4.

а) $9y^2 - 4 = 0$, $(3y - 2)(3y + 2) = 0$, $y = \pm \frac{2}{3}$;

Проверка: $9 \cdot \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$ верно;

б) $-y^2 + 5 = 0$, $(\sqrt{5} - y)(\sqrt{5} + y) = 0$, $y = \pm \sqrt{5}$;

Проверка: $-(\pm \sqrt{5})^2 + 5 = -5 + 5 = 0$ верно;

$$в) 1 - 4y^2 = 0; (1 - 2y)(1 + 2y) = 0, y = \pm \frac{1}{2};$$

$$\text{Проверка: } 1 - 4\left(\pm \frac{1}{2}\right)^2 = 1 - 1 = 0 \text{ верно;}$$

$$г) 8y^2 + y = 0; y(8y + 1) = 0, y = 0 \text{ и } y = -\frac{1}{8};$$

$$\text{Проверка: } 8 \cdot 0^2 + 0 = 0, 8\left(-\frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0 \text{ верно;}$$

$$д) 6y = y^2 = 0, y(6 - y) = 0, y = 0 \text{ и } y = 6;$$

$$\text{Проверка: } 6 \cdot 0 - 0^2 = 0, 6 \cdot 6 - 6^2 = 0 \text{ верно;}$$

$$е) 0,1y^2 - 0,5 = 0, y(0,1y - 0,5) = 0, y = 0 \text{ и } y = 5;$$

$$\text{Проверка: } 0,1 \cdot 0^2 - 0,5 \cdot 0 = 0, 0,1 \cdot 5^2 - 0,5 \cdot 5 = 0 \text{ верно.}$$

5.

$$а) (x + 1)(x - 2) = 0, x = -1 \text{ и } x = 2; б) x(x + 0,5) = 0, x = 0 \text{ и } x = -0,5;$$

$$в) x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0, x = 0 \text{ и } x = 2; г) x^2 - 16 = 0, x = \pm 4;$$

$$д) 9x^2 - 1 = 0, x = \pm \frac{1}{3}; е) 3x - 2x^2 = 0, x(3 - 2x) = 0, x = 0 \text{ и } x = \frac{3}{2};$$

$$ж) x^2 = 3x, x(x - 3) = 0, x = 0 \text{ и } x = 3;$$

$$з) x^2 + 2x - 3 = 2x + 6, x^2 = 9, x = \pm 3;$$

$$и) 3x^2 + 7 = 12x + 7, 3x(x - 4) = 0, x = 0 \text{ и } x = 4.$$

6.

$$а) (x - 0,3)\left(x + \frac{1}{7}\right)(x + 2,1) = 0, x = 0,3; x = -\frac{1}{7} \text{ и } x = -2,1;$$

$$б) 3x(2x - 0,1) = 0, x = 0 \text{ и } x = 0,05;$$

$$в) 0,2x^2 - 1,8x = 0, 0,2x(x - 9) = 0, x = 0 \text{ и } x = 9;$$

$$г) \frac{1}{3}a^2 - \frac{4}{27} = 0, a^2 = \frac{4}{9}, a = \pm \frac{2}{3}; д) 1,2y^2 - 3,6 = 0, y^2 = 3, y = \pm \sqrt{3};$$

$$е) 6z - 0,3z^2 = 0, z(6 - 0,3z) = 0, z = 0 \text{ и } z = 20.$$

7.

а), б), в), г).

8.

$$\left\{ \begin{array}{l} ab = \frac{a+b}{2} \\ a-b=1 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} b(b+1) = \frac{b+1+b}{2} \\ a=b+1 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} b^2 + b = b + \frac{1}{2} \\ a=b+1 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} b^2 = \sqrt{\frac{1}{2}} \\ a = \sqrt{\frac{1}{2}} + p \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} b = -\sqrt{\frac{1}{2}} \\ a = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \end{array} \right\}.$$

Ответ: $\sqrt{\frac{1}{2}}$ и $(1 + \sqrt{\frac{1}{2}})$ или $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ и $(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})$.

С – 25

1.

а) $-1; 2$; б) $0; -0,5$; в) $-0,5; 2$; г) $\frac{1}{3}; -1$.

2.

а) $D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$; б) $D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$;

в) $D = 4 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 16$; г) $D = 9 - 4 \cdot 3 = -3$.

3.

а) два корня; б) один корень; в) два корня; г) не имеет корней.

4.

а) $x^2 - 4x + 3 = 0$; б) $x^2 + 1,5x - 1 = 0$; в) $x^2 - 4x = 0$;

г) $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{18} = 0$; д) $x^2 - 3 = 0$; е) $x^2 - 2x - 2 = 0$.

5.

а) $n = \pm 8$; б) $n = -9$; в) $n = 3$; г) $n = \pm \frac{4}{7}$.

6.

а) $x^2 + x = 0, x(x+1) = 0, x = 0$ и $x = -1$;

б) $x^2 - 4x + 3 = 0, D = 4, x = \frac{4 \pm 2}{2}, x = 3$ и $x = 1$;

в) $5x^2 + 14x - 3 = 0, D = 256, x = \frac{-14 \pm 16}{10}, x = \frac{1}{5}$ и $x = -3$;

г) $x^2 - 2x - 2 = 0; D = 12, x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}, x = 1 \pm \sqrt{3}$;

д) $5x = 3x^2, x(3x-5) = 0, x = 0$ и $x = \frac{5}{3}$;

е) $x^2 - 5x + 4 = 0, D = 9, x = \frac{5 \pm 3}{2}, x = 4$ и $x = 1$;

ж) $7x^2 - 4 = 0, x^2 = \frac{4}{7}, x = \pm \frac{2}{\sqrt{7}}$; з) $3x^2 - x + 2 = 0, D = -23$, корней нет.

38

7.

а) $10x^2 + 5x - 0,6 = 0, D = 49, x = \frac{-5 \pm 7}{20}, x = -\frac{3}{5}$ и $x = -\frac{3}{5}$;

б) $7x^2 + 8x + 1 = 0, D = 36, x = \frac{-8 \pm 6}{14}, x = -\frac{1}{7}$ и $x = -1$;

в) $2x^2 - 3x + 2 = 0, D = -7$ – нет корней;

г) $x^2 + 6 = 5x, x^2 - 5x + 6 = 0, D = 1, x = \frac{5 \pm 1}{2}, x = 3$ и $x = 2$;

д) $5y^2 - 4y = 1; 5y^2 - 4y - 1 = 0, D = 36, y = \frac{4 \pm 6}{10}, y = 1$ и $y = -\frac{1}{5}$;

е) $2 - 3 = 5x^2, 5x^2 + 3x - 2 = 0, D = 49, x = \frac{-3 \pm 7}{10}, x = \frac{2}{5}$ и $x = -1$.

8.

а) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$;

б) $4x^2 - \frac{9}{121} = \left(2x - \frac{3}{11}\right)\left(2x + \frac{3}{11}\right)$;

в) $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$; г) $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$;

д) $3y^2 - 5 = (\sqrt{3y} - \sqrt{5})(\sqrt{3y} + \sqrt{5})$; е) $y^2 - 3y - 4 = (y + 1)(y - 4)$.

9.

а) при $a = 6$ и $a = -6$; б) при $a = 0$.

10.

$3(-2)^2 - m(-2) - 6 = 0, 2m + 6 = 0, m = -3$.

С – 26

1.

1) а) $(x - 2)^2 = 3x - 8, x^2 - 7x + 12 = 0, D = 1, x = \frac{7 \pm 1}{2}, x = 4$ и $x = 3$;

б) $(x - 1)^2 = 29 - 5x, x^2 + 3x - 28 = 0, D = 121, x = \frac{-3 \pm 11}{2}, x = 4$ и $x = -7$;

в) $5(x + 2)^2 = -6x - 44; 5x^2 + 26x + 64 = 0, D = -604$ – нет корней;

г) $(x + 3)^2 - 16 = (1 - 2x)^2, 3x^3 - 10x + 8 = 0, D = 4, x = \frac{10 \pm 2}{6}, x = 2$ и $x = \frac{4}{3}$;

2) а) $(x - 2)(x + 2) = 7x - 14; x^2 - 7x + 10 = 0, D = 9, x = \frac{7 \pm 3}{2}, x = 5$ и $x = 2$;

б) $(-x - 1)(x - 4) = x(4x - 11); 5x^2 - 14x - 4 = 0, D = 276, x = \frac{14 \pm 2\sqrt{69}}{10}$,

$x = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{5}$;

$$в) -x\left(\frac{1}{3} - x\right) = (x-1)(x+1); -\frac{1}{3}x = -1, x = 3;$$

$$г) 5(x-2) = (3x+2)(x-2), 3x^2 - 9x + 6 = 0, D = 9, x = \frac{9 \pm 3}{6}, x = 2 \text{ и } x = 1.$$

$$3) а) \frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x - 4}{5}, 5x^2 - 11x + 12 = 0, D = -119 - \text{нет корней};$$

$$б) \frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5, x^2 - 12x - 13 = 0, D = 196, x = \frac{12 \pm 14}{2}, x = 13 \text{ и } x = -1;$$

$$в) \frac{x^2 + 2x}{2} = \frac{x^2 + 24}{7}, 5x^2 + 14x - 48 = 0, D = 1156, x = \frac{-14 \pm 34}{10},$$
$$x = 2 \text{ и } x = -\frac{24}{5};$$

$$г) \frac{3x^2 + x}{4} - \frac{2 - 7x}{5} = \frac{3x^2 + 17}{10}, 9x^2 + 33x - 42 = 0, 3x^2 + 11x - 14 = 0,$$
$$D = 289, x = \frac{-11 \pm 17}{6}, x = 1 \text{ и } x = -\frac{14}{3}.$$

2.

$$а) y^2 - 11y + 2,4 = 0, 5y^2 - 55y + 12 = 0, D = 2785, y = \frac{55 \pm \sqrt{2785}}{10};$$

$$б) 1,5y^2 + 0,5 = 3y - 2,5y^2; 4y^2 - 3y + 0,5 = 0, D = 1, y = \frac{3 \pm 1}{8}, y = \frac{1}{2} \text{ и } y = \frac{1}{4};$$

$$в) 2 + y - 0,5y^2 = 2y^2 - 3y; 2,5y^2 - 4y - 2 = 0, D = 36, y = \frac{4 \pm 6}{5}, y = 2 \text{ и } y = -\frac{2}{5}.$$

3.

$$а) x^2 - 6x + 4 = 0, D = 20, x = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2}, x \approx 5,236 \text{ и } x \approx 0,764;$$

$$б) 16y^2 - 8y - 31 = 0, D = 2048, y = \frac{8 \pm 32\sqrt{2}}{32}, y \approx 1,664 \text{ и } y \approx -1,164.$$

4.

$$D = k^2 + 12 > 0 \text{ при любом } k, \text{ значит уравнение имеет 2 корня.}$$

5.

$$D = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \text{ при любом } m, \text{ значит уравнение имеет 2 разных корня.}$$

6.

$$а) \frac{x^3}{|x|} + x + 3 = 0, \text{ при } x > 0: x^2 + x + 3 = 0 - \text{решений нет при}$$

40

$$x < 0: -x^2 + x + 3 = 0, x^2 - x - 3 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}, x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2};$$

$$\text{Ответ: } \frac{1 - \sqrt{13}}{2};$$

$$\text{б) } 3x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 4 = 0, \quad \text{при } x > 0: 3x^2 + x - 4 = 0, \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{47}}{6}, x = 1;$$

$$\text{при } x < 0: 3x^2 - x - 4 = 0, x = \frac{1 \pm 7}{6}, x = -1. \text{ Ответ: } x = -1 \text{ и } x = 1.$$

С - 27

1.

$$1) \text{ а) } x_1 + x_2 = 16, x_1 x_2 = 28; \quad \text{б) } x_1 + x_2 = 12, x_1 x_2 = -45;$$

$$\text{в) } y_1 + y_2 = -17, y_1 y_2 = 60; \quad \text{г) } y_1 + y_2 = -3, y_1 y_2 = -40;$$

$$2) \text{ а) } x_1 + x_2 = 27, x_1 x_2 = 0; \quad \text{б) } y_1 + y_2 = 0, y_1 y_2 = -12;$$

$$\text{в) } z_1 + z_2 = -60, z_1 z_2 = 0; \quad \text{г) } y_1 + y_2 = 4,5; y_1 y_2 = 0;$$

$$3) \text{ а) } x_1 + x_2 = 2, x_1 x_2 = -\frac{7}{3}; \quad \text{б) } y_1 + y_2 = -\frac{1}{5}, y_1 y_2 = -\frac{3}{5};$$

$$\text{в) } x_1 + x_2 = 4, x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}; \quad \text{г) } y_1 + y_2 = \frac{5}{4}, y_1 y_2 = 0.$$

2.

$$\text{а) } x^2 - 7x + 10; \quad \text{б) } x^2 - 2x - 3 = 0; \quad \text{в) } x^2 - 2,9x + 1 = 0.$$

3.

$$1) \text{ а) } x = 2 \text{ и } x = 3; \quad \text{б) } y = -3 \text{ и } y = -5;$$

$$2) \text{ а) } x = -1 \text{ и } x = 9; \quad \text{б) } z = -2 \text{ и } z = 5;$$

$$3) \text{ а) } x = 14 \text{ и } x = 3; \quad \text{б) } y = -5 \text{ и } y = 16.$$

4.

$$\text{а) } x_1 = 2; x_2 = -19; \quad \text{б) } x_1 = 2; x_2 = -\frac{3}{7}.$$

5.

$$1) \text{ а) } x_1 < 0 \text{ и } x_2 < 0; \quad \text{б) } y_1 > 0, \text{ а } y_2 < 0.$$

$$2) \text{ а) } y_1 > 0 \text{ и } y_2 > 0; \quad \text{б) } x_1 > 0, \text{ а } x_2 < 0.$$

$$3) \text{ а) } x_1 < 0 \text{ и } x_2 < 0; \quad \text{б) } y_1 > 0, \text{ а } y_2 < 0.$$

6.

$$1) \text{ а) } x_1 = -3, x_2 = 8, k = -24; \quad \text{б) } x_1 = -3, x_2 = -6, k = 9;$$

$$2) \text{ а) } x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}, k = -3; \quad \text{б) } x_1 = -3, x_2 = \frac{4}{5}, k = 11.$$

$$7. x^2 + 7x - 11 = 0;$$

$$1) \text{ а) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-7}{-11} = \frac{7}{11};$$

$$\text{б) } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 49 + 22 = 71;$$

$$\text{в) } (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 49 + 44 = 93;$$

$$\text{г) } \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{71}{-11} = -\frac{71}{11};$$

$$\text{д) } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2) = (-7) \cdot (49 + 33) = -7 \cdot 82 = -574;$$

$$2) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{11}; \frac{1}{x_1x_2} = -\frac{1}{11}; x^2 - \frac{7}{11}x - \frac{1}{11} = 0, 11x^2 - 7x - 1 = 0.$$

С – 28

1.

$$\begin{cases} n_1n_2 = 273 \\ n_1 - n_2 = 8 \end{cases}; \begin{cases} (8 + n_2)n_2 = 273 \\ n_1 = 8 + n_2 \end{cases}; \begin{cases} n_2^2 + 8n_2 - 273 = 0 \\ n_1 = n_2 + 8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} n_2 = -21, n_2 = 13 \\ n_1 = n_2 + 8 \end{cases}; \text{Числа натуральные, поэтому } n_2 = 13, n_1 = 21.$$

Ответ: 13 и 21.

2.

$$\begin{cases} ab = 480 \text{ дм}^2 \\ a + b = 47 \text{ дм} \end{cases}; \begin{cases} ab = 480 \\ a = 47 - b \end{cases}; \begin{cases} (47 - b)b = 480 \\ a = 47 - b \end{cases}; \begin{cases} b^2 - 47b + 480 = 0 \\ a = 47 - b \end{cases};$$

$$\begin{cases} b = 32, b = 15 \\ a = 47 - b \end{cases}; b = 32 \text{ дм, } a = 15 \text{ дм или } b = 15 \text{ дм, } a = 32 \text{ дм.}$$

Ответ: 15 дм и 32 дм.

3.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 46 \text{ см} \\ x_1^2 + x_2^2 = 1156 \text{ см}^2 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_1^2 + x_2^2 = 1156 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ 2116 - 92x_2 + x_2^2 + x_2^2 = 1156 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_2^2 - 46x_2 + 480 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_2 = 16, x_2 = 30 \end{cases}; x_2 = 16 \text{ см, } a x_1 = 30 \text{ см или } x_2 = 30 \text{ см, } a x_1 = 16 \text{ см.}$$

Ответ: 30 см, 16 см.

4.

$$\begin{cases} n_1^3 - n_2^3 = 1603 \\ n_1 - n_2 = 7 \end{cases}; \begin{cases} (n_1 - n_2)(n_1^2 + n_1n_2 + n_2^2) = 1603 \\ n_1 = 7 + n_2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (7+n^2)^2 + n_2(7+n_2) + n_2^2 = 229; \\ n_1 = 7+n_2 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7+n_2 \\ 3n_2^2 + 21n_2 - 180 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^1 = 7+n_2 \\ n_2^2 + 7n_2 - 60 = 0 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7+n_2 \\ n_2 = -12, n_2 = 5 \end{cases}$$

так как числа натуральные, то $n_2 = 5$, а $n_1 = 12$.

Ответ: 5 и 12

5.

$$\begin{cases} 240 = v_o t - 5t^2 \\ 120 = v_o \cdot 2 - 20 \end{cases}; \begin{cases} 240 - 70t - 5t^2 \\ v_o = 70 \end{cases}; t^2 - 14t + 48 = 0, t = 6 \text{ u } t = 8.$$

Ответ: в 6с и в 8с.

С – 29

1.

1) а) $x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$; б) $x^2 + 4x - 12 = (x-2)(x+6)$;

в) $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$; г) $x^2 + 4x - 21 = (x-3)(x+7)$

2) а) $5x^2 - 3x - 26 = 5(x+2)\left(x - \frac{13}{5}\right)$; б) $7x^2 - 8x + 1 = 7(x-1)\left(x - \frac{1}{7}\right)$;

в) $12x^2 - 7x + 1 = 12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$; г) $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$.

2.

1) а) $\frac{x^2 + x - 12}{x-3} = \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} = x+4$;

б) $\frac{x+2}{x^2 + 7x + 10} = \frac{x+2}{(x+2)(x+5)} - \frac{1}{x+5}$;

2) а) $\frac{6x^2 + 29x + 5}{x+5} = \frac{6(x+5)\left(x - \frac{1}{6}\right)}{x+5} = 6x - 1$;

б) $\frac{x-4}{3x^2 - 14x + 8} = \frac{x-4}{3(x-4)\left(x - \frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{3x-2}$;

3) а) $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} = \frac{2(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x-1}{x-3}$;

б) $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 7x - 4} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-4)} = \frac{2x-1}{x-4}$.

3.

1) а) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0, (x^2 - 1)(x^2 - 25) = 0, x^2 = 1$ и $x^2 = 25, x = \pm 1$ и $x = \pm 5$;

б) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0, (x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0, x^2 = 4$ и $x^2 = 16, x = \pm 2$ и $x = \pm 4$;

в) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0, 9\left(x^2 - \frac{1}{9}\right)(x^2 - 4) = 0, x^2 = \frac{1}{9}$ и $x^2 = 4, x = \pm \frac{1}{3}$ и $x = \pm 2$;

г) $16x^4 - 25x^2 + 9 = 0, 16\left(x^2 - \frac{9}{16}\right)(x^2 - 1) = 0, x^2 = \frac{9}{16}$

и $x^2 = 1, x = \pm \frac{3}{4}$ и $x = \pm 1$.

2) а) $x^4 + 15x^2 - 16 = 0, (x^2 - 1)(x^2 + 16) = 0, x^2 = 1, x = \pm 1$;

б) $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0, 9\left(x^2 - \frac{4}{9}\right)(x^2 - 4) = 0, x^2 = 4, x = \pm 2$;

3) а) $x^4 - 10x^2 + 25 = 0, (x^2 - 5)^2 = 0, x^2 = 5, x = \pm\sqrt{5}$;

б) $x^4 - 3x^2 + 9 = 0, \left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} = 0$ – решений нет.

4.

1) а) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x - 10} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+2)} = \frac{x-3}{x-5}$; б) $\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 9x + 14} = \frac{(x-7)(x+1)}{(x-7)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$;

в) $\frac{4x^2 - 5x + 1}{x^2 + 5x - 6} = \frac{4(x-1)\left(x - \frac{1}{4}\right)}{(x-1)(x+6)} = \frac{4x-1}{x+6}$;

г) $\frac{3x^2 - 7x + 2}{2 - 3x^2 - 7x} = \frac{3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x-2)}{-3x^2 - 7x + 2}$ – дробь не сокращается;

2) а) $\frac{x^3 + x^2 - 12x}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x(x^2 + x - 12)}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x^2 + 4x}{x+1}$;

б) $\frac{3x^2 - 16x + 5}{x^2 - 4x^2 - 5x} = \frac{3(x-5)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{x(x-4x-5)} = \frac{(x-5)(3x-1)}{x(x-5)(x+1)} = \frac{3x-1}{x^2+x}$;

3) а) $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 + 3x + 2} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)} =$
 $= (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$;

б) $\frac{9x - x^3}{x^4 - 7x^2 - 18} = \frac{x(9 - x^2)}{(x^2 - 9)(x^2 + 2)} = \frac{-x}{x^2 + 2}$.

1.

$$1) \text{ a) } \frac{3x-x^2}{2} + \frac{2x^2-x}{6} = x; 9x-3x^2+2x^2-x=6x, x^2-2x=0, x=0 \text{ u } x=2;$$

$$\text{б) } \frac{3x+1}{4} - \frac{7x-x^2}{10} = \frac{x^2-1}{8}; 10(3x+1)-4(7x-x^2)=5(x^2-1),$$

$$x^2-2x-15=0, x=5 \text{ u } x=-3;$$

$$2) \text{ a) } \frac{x^2}{2-x} = \frac{3x}{2-x}, \begin{cases} x^2=3x; \\ 2-x \neq 0 \end{cases}; x=0 \text{ u } x=3;$$

$$\text{б) } \frac{x^2-2x}{x+4} = \frac{x-4}{x+4}, \begin{cases} x^2-2x=x-4; \\ x+4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2-3x+4=0 \\ x \neq -4 \end{cases}, \text{решений нет;}$$

$$\text{в) } \frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x-x^2}{x-3}, \begin{cases} 2x^2+3x=x^2-x; \\ x-3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+4x=0 \\ x \neq 3 \end{cases}, x=0 \text{ u } x=-4;$$

$$\text{г) } \frac{x^2-2x}{2x-1} = \frac{4x-3}{1-2x}, \begin{cases} x^2-2x=3-4x; \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, x=-3 \text{ u } x=1;$$

$$3) \text{ a) } \frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}, \begin{cases} (5x-7)x=(4x-3)(x-3); \\ x \neq 0, (x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+8x-9=0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases},$$

$$x=-9 \text{ u } x=1;$$

$$\text{б) } \frac{y+4}{y+2} = \frac{2y-1}{y}, \begin{cases} (y+2)y=(2y-1)(y+2); \\ y+2 \neq 0, y \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2+y-2=0 \\ y \neq -2, y \neq 0 \end{cases}, y=1;$$

$$\text{в) } \frac{5x-2}{x+2} = \frac{6x-21}{x-3}, \begin{cases} (5x-2)(x-3)=(6x-21)(x+2); \\ x+2 \neq 0, x-3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+8x-48=0 \\ x \neq -2, x \neq 3 \end{cases},$$

$$x=-12 \text{ u } x=4;$$

$$\text{г) } \frac{2y-5}{y+5} = \frac{3y+21}{2y-1}, \begin{cases} (2y-5)(2-1)=(3y+21)(y+5); \\ y+5 \neq 0, 2y-1 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y^2+48y-100=0 \\ y \neq -5, y \neq \frac{1}{2} \end{cases}; y=50 \text{ u } y=-2;$$

$$4) \text{ a) } \frac{3x^2-5x-2}{2-x} = 0, \begin{cases} 3x^3-5x-2=0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} \\ x \neq 2 \end{cases}, x = -\frac{1}{3};$$

$$6) \frac{3x^2 + 11x - 4}{3x - 1} = 3, \begin{cases} 3x^3 + 11x - 4 = 3(3x - 1) \\ 3x - 1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6} \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}, x = -1;$$

$$b) \frac{3y^2 + y - 24}{9 - y^2} = -2, \begin{cases} 3y^2 + y - 24 = -2(9 - y^2) \\ 9 - y^2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2 + y - 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}, y = 2;$$

$$r) \frac{9}{x+3} = 2x-1, \begin{cases} 9 = (2x-1)(x+3) \\ x+3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 + 5x - 12 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{4} \\ x \neq -3 \end{cases}, x = -4, x = \frac{3}{2};$$

$$d) \frac{4x+2}{1+2x} = x-6, \begin{cases} 4x+2 = (x-6)(1+2x) \\ 1+2x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 15x - 8 = 0 \\ x \neq -0,5 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{4} \\ x \neq -0,5 \end{cases}, x = 8.$$

2.

$$1) a) \frac{x-7}{x-2} + \frac{x+4}{x+2} = 1, \begin{cases} (x-7)(x+2) + (x+4)(x-2) = (x-2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = 6 \text{ и } x = -3;$$

$$6) \frac{3y-3}{3y-2} + \frac{6+2y}{3y+2} = 2, \begin{cases} (3y-3)(3y+2) + (6+2y)(3y-2) = 2(3y-2)(3y+2) \\ 3y-2 \neq 0, 3y+2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 11y + 10 = 0 \\ y \neq \pm \frac{2}{3} \end{cases}, y = 2 \text{ и } y = \frac{5}{3};$$

$$b) \frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{3}{x^2-25}, \begin{cases} 2(x+5) - 4(x-5) = 3 \\ x^2 - 25 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x - 27 = 0 \\ x \neq \pm 5 \end{cases},$$

$$x = \frac{27}{2};$$

46

$$\begin{aligned}
 & \text{r) } \frac{2y-2}{y+3} - \frac{18}{y^2-9} = \frac{y-6}{y-3}, \begin{cases} (2y-2)(y-3) - 18 = (y-6)(y+3) \\ y^2 - 9 \neq 0 \end{cases}, \\
 & \begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}, y = 2 \\
 & 2) \text{ a) } \frac{4}{y-2} - \frac{2}{y} = \frac{3-y}{y^2-2y}, \begin{cases} 4y-2(y-2) = 3-y \\ y \neq 0, y-2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3y = -1 \\ y \neq 0, y \neq 2 \end{cases}, y = -\frac{1}{3}; \\
 & \text{б) } \frac{3x-2}{x-1} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)}, \begin{cases} (3x-2)(x+3) + (x-4)(x-1) = 3x^2+1 \\ (x-1)(x+3) \neq 0 \end{cases}, \\
 & \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ x \neq \pm 1, x \neq -3 \end{cases}, \text{ нет решений}; \\
 & 3) \text{ a) } \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{x^2-6x+9}, \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{(x-3)^2} + 1, \\
 & \begin{cases} 7(x-3) + (x-3)^2 = 18 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + x - 30 \\ x \neq 3 \end{cases}, x = -6 \text{ и } x = 5; \\
 & \text{б) } \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4, \frac{1}{2x-1}, \frac{13x-4}{(2x-1)^2} = 4, \\
 & \begin{cases} 2x-1-13x+4 = 4(2x-1)^2 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 16x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} - \text{решений нет}; \\
 & \text{в) } \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{9}{(x+2)^2}, \frac{6}{x^2-4} = 0, \begin{cases} (x-2)^2 + 9(x+2)^2 - 6(x^2-4) = 0 \\ x^2 - 4 \neq 0 \end{cases}, \\
 & \begin{cases} 4x^2 - 32x + 64 = 0 \\ x^2 \neq 4 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = 4; \\
 & \text{r) } \frac{4}{1-9y^2} + \frac{3}{3y^2+y} = \frac{4}{9y^2+6y+1}, \frac{-4}{(3y-1)(3y+1)} + \frac{3}{y(3y+1)} = \\
 & = \frac{4}{(3y+1)^2}, \begin{cases} -4y(3y+1) + 3(9y^2-1) = 4y(3y-1) \\ y(3y+1)^2(3y-1) \neq 0 \end{cases}, \\
 & \begin{cases} 3y^2 - 3 = 0 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{3} \end{cases}, \begin{cases} y^2 = 1 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{3} \end{cases}, y = \pm 1.
 \end{aligned}$$

3.

$$\text{a) } \frac{y-14}{y^3-8} = \frac{5}{y^2+2y+4} - \frac{1}{y-2}, \begin{cases} y-14 = 5(y-2) - (y^2+2y+4) \\ y^3-8 \neq 0 \end{cases},$$
$$\begin{cases} y^2-2y=0 \\ y \neq 2 \end{cases}, y=0;$$

$$\text{б) } \frac{8c-3}{4c^2-2c+1} + \frac{6}{8c^3+1} = \frac{2}{2c+1}, \begin{cases} (8c-3)(2c+1)+6 = 2(4c^2-2c+1) \\ 8c^3+1=0 \end{cases},$$
$$\begin{cases} 8c^2+6c+1=0 \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} c = \frac{-6 \pm 2}{16} \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}, c = -\frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \frac{14}{x^3+x^2-9x-9} - \frac{1}{x+3} = \frac{7}{(x-3)(x+1)}, \frac{14}{(x+1)(x^2-9)} - \frac{1}{x+3} =$$
$$= \frac{7}{(x-3)(x+1)},$$

$$\begin{cases} 14 - (x+1)(x-3) = 7(x+3) \\ (x+1)(x-3)(x+3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+5x+4=0 \\ x \neq -1, x \neq \pm 3 \end{cases}, x = -4;$$

$$\text{г) } \frac{1}{x^3-4x} + \frac{1}{x^3+4x} - \frac{4}{x^4-16} = 0, \begin{cases} x^2+4+x^2-4-4x=0 \\ x(x^4-16) \neq 0 \end{cases},$$
$$\begin{cases} x(x-4)=0 \\ x \neq 0, x \neq \pm 2 \end{cases}, x = 4.$$

4.

$$\text{а) } \frac{(x+1)(3x-2)}{x-4} = 0, x = -1 \text{ и } x = \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } (-1; 0), \left(\frac{2}{3}; 0\right).$$

$$\text{б) } \frac{x^2-2x-15}{x+3} = 0, x = 5. \text{ Ответ: } (5; 0).$$

$$\text{в) } 2x-1 = \frac{14-x}{x+2}, \frac{(2x-1)(x+2)-(14-x)}{x+2} = 0, \frac{2x^2+4x-16}{x+2} = 0,$$
$$x-4 \text{ и } x=2;$$

$$\text{г) } 5x = 6 + \frac{4}{x-1}, \frac{5x(x-1)-6(x-1)-4}{x-1} = 0, \frac{5x^2-11x+2}{x-1} = 0,$$

$$x=2 \text{ и } x = \frac{1}{5}. \text{ Ответ: } (2; 10) \text{ и } \left(\frac{1}{5}; 1\right).$$

48

5.

$$a) \frac{x\sqrt{5}}{x\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{5}-x\sqrt{3}}, \begin{cases} x\sqrt{5}(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) = x\sqrt{3}(x\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ (x\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{15}x^2 - 8x = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}, \begin{cases} 2x(x\sqrt{15}-4) = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}, x = 0 \text{ и } x = \frac{4}{\sqrt{15}};$$

$$b) \frac{x\sqrt{7}+\sqrt{2}}{x\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{7}-\sqrt{2}}{x\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{x}{7x^2-2}, \begin{cases} (x\sqrt{7}+\sqrt{2})^2 = (x\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 \\ 7x^2-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 14x^2 - x + 4 = 0 \\ x \neq \pm\sqrt{\frac{2}{7}} \end{cases}, \text{решений нет.}$$

6.

$$a) x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}, y = x^2 + x + 1, y = \frac{15}{y+2} = 0, \frac{y^2 + 2y - 15}{y+2} = 0,$$

$$y = -5 \text{ и } y = 3, x^2 + x + 1 = -5 \text{ и } x^2 + x + 1 = 3, x^2 + x + 6 = 0 \text{ и } x^2 + x - 2 = 0, \\ x = -2 \text{ и } x = 1;$$

$$b) x(x+1) = \frac{24}{(x-1)(x+2)}, x^2 + x = \frac{24}{x^2 + x - 2}, x^2 + x = y, y = \frac{24}{y-2},$$

$$\frac{y^2 - 2y - 24}{y-2} = 0, y = 6 \text{ и } y = -4, x^2 + x = 6 \text{ и } x^2 + x = -4,$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \text{ и } x^2 + x + 4 = 0, x = -3 \text{ и } x = 2.$$

C-31

1.

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{x}{y} + \frac{1}{5} \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{5x+y}{5y} \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ (y+15) \cdot 5y = (6y-20)(y+28) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^2 + 73y - 560 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ y = -80 \text{ и } y = 7 \end{cases} \text{ при } y = -80, x = -84, \text{ и}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{-84}{-80} = \frac{-84}{80} \text{ т.е. дробь сократима; при } y = 7, x = 3 \text{ и } \frac{x}{y} = \frac{3}{7}.$$

Ответ: $\frac{3}{7}$ 2.

x – скорость течения реки, $x \geq 0, x < 18$;

t_1 – время пути по течению $t_1 = \frac{50}{x+18}$;

t_2 – время пути против течения $t_2 = \frac{8}{x-18}$;

$$\frac{50}{x+18} + \frac{8}{18-x} = 3; 50(18-x) + 8(x+18) = 3(324 - x^2),$$

$$3x^2 - 42x + 72 = 0, x^2 - 14x + 24 = 0, x = 2 \text{ и } x = 12.$$

Ответ: 2 км/ч или 12 км/ч.

3.

Пусть S – площадь поля, V_1 – скорость уборки первого комбайна, V_2 – скорость уборки второго комбайна.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{V_1 + V_2} = 4 \\ \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 6 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{S}{4} - V_2 \\ \frac{S}{\frac{S}{4} - V_2} - \frac{S}{V_2} = 6 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{S}{4} - V_2 \\ \frac{SV_2 - \frac{S^2}{4} + SV_2 - \frac{6S}{4}V_2 + 6V_2^2}{\left(\frac{S}{4} - V_2\right)V_2} = 0 \end{array} \right. ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{S}{4} - V_2 \\ 12V_2^2 + SV_2 - \frac{S^2}{2} = 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{S}{4} - V_2 \\ V_2 = \frac{-S \pm \sqrt{25S^2}}{24} \end{array} \right. \text{ так как } \begin{array}{l} 0 < V_1 < \frac{S}{4} \\ 0 < V_2 < \frac{S}{4} \end{array},$$

то $V_2 = \frac{S}{6}$, $V_1 = \frac{S}{12}$, тогда $\frac{S}{V_1} = 12$ и $\frac{S}{V_2} = 6$.

Ответ: 12 дней и 6 дней.

4.

S – объем бассейна;

V_1 – скорость наполнения через 1-ую трубу;

V_2 – скорость наполнения через 2-ую трубу;

V_3 – скорость наполнения через 3-ую трубу;

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V_2 + V_3} \\ \frac{S}{V_2} = 4 + \frac{S}{V_1} \\ \frac{S}{V_3} = 16 + \frac{S}{V_1} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_2 + V_3 \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{6V_1 + S} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} + \frac{SV_1}{16V_1 + S} \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \end{array} \right. ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (4V_1 + S)(16V_1 + S) = S(16V_1 + S) + S(4V_1 + S) \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 64V_1^2 = S^2 \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \end{array} \right.$$

так как $V_1 > 0$, то $V_1 = \frac{S}{8}$, $V_2 = \frac{S}{12}$, $V_3 = \frac{S}{24}$, тогда

$$\frac{S}{V_1} = 8, \frac{S}{V_2} = 12 \text{ и } \frac{S}{V_3} = 24.$$

Ответ: за 8 часов, за 12 часов и за 24 часа.

С – 32

1.

а) Строим графики функций $y = x^2$ и $y = x + 6$ (см. рис.6); они пересекаются в точках $x = +3$ и в точке $x = -2$

Проверка: $x^2 = x + 6$, $x^2 - x + 6 = 0$, $x = -2$ и $x = 3$ верно;

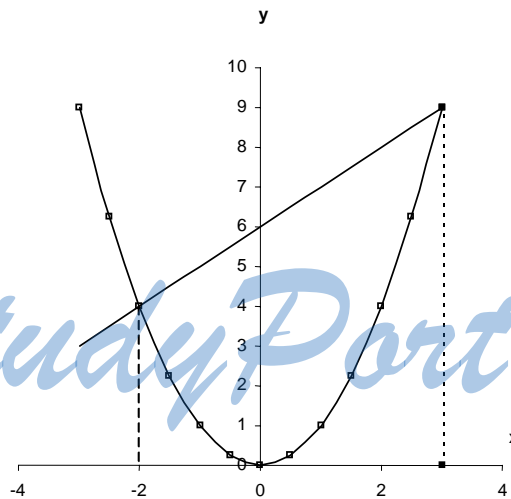


Рис. 6

б) Строим график функции $y = 2x^2 + x - 1$ (см. рис.7). Он пересекает ось абсцисс в точках $x = -1$ и $x = 0,5$.

Проверка $2x^2 + x - 1 = 0$, $x = \frac{-1 \pm 3}{4}$, $x = -1$ и $x = 0,5$ – верно.

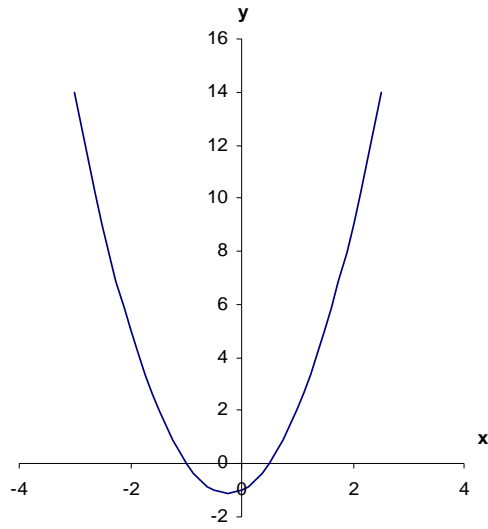


Рис. 7

2.

а) Строим графики функций $y = x^2$ и $y = \frac{6}{x}$, они пересекаются в точке $x \approx 1,8$ (см. рис. 8);

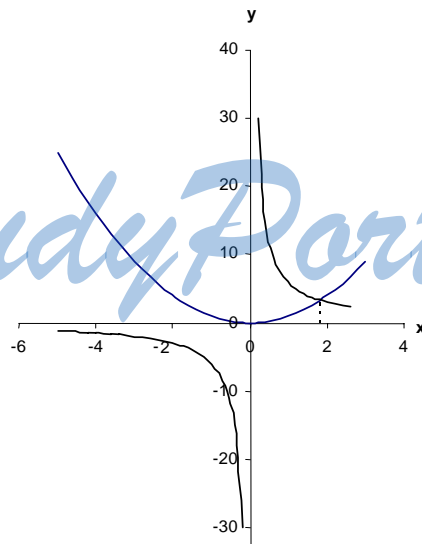


Рис. 8

б) Строим графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x - 3$, (см. рис 9) они пересекаются в точках $x = -\frac{1}{2}$ и $x = 2$;

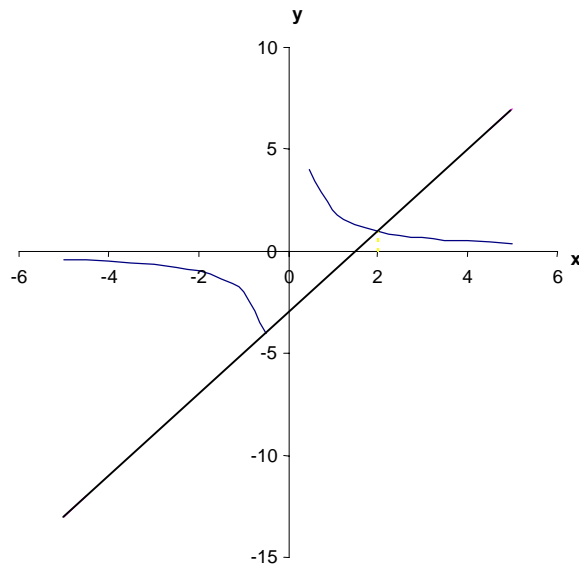


Рис. 9

в) Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$, (см. рис. 10), они пересекаются в точке $x = 4$;

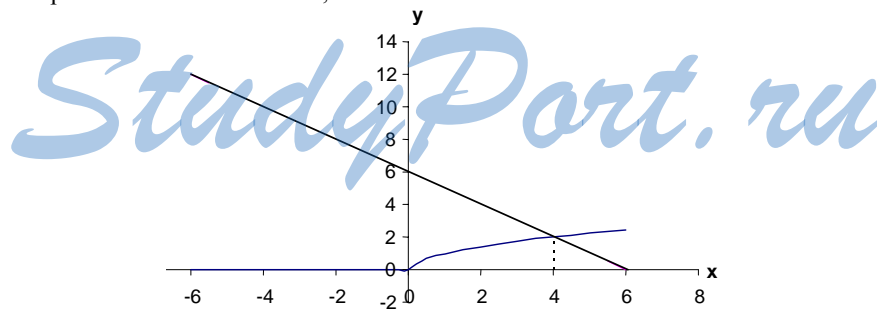


Рис. 10

г) Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{1}{x}$ (см. рис.11), они пересекаются в точке $x = 1$.

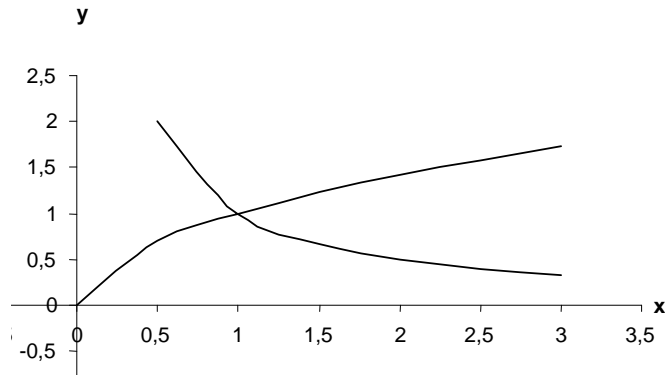


Рис. 11

3.

а) при $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = \frac{3}{x}$ в 2-х точках, а при $b < 0$ не пересекает (см. рис 12). Значит уравнение имеет 2 корня при $b > 0$ и не имеет корней при $b < 0$;

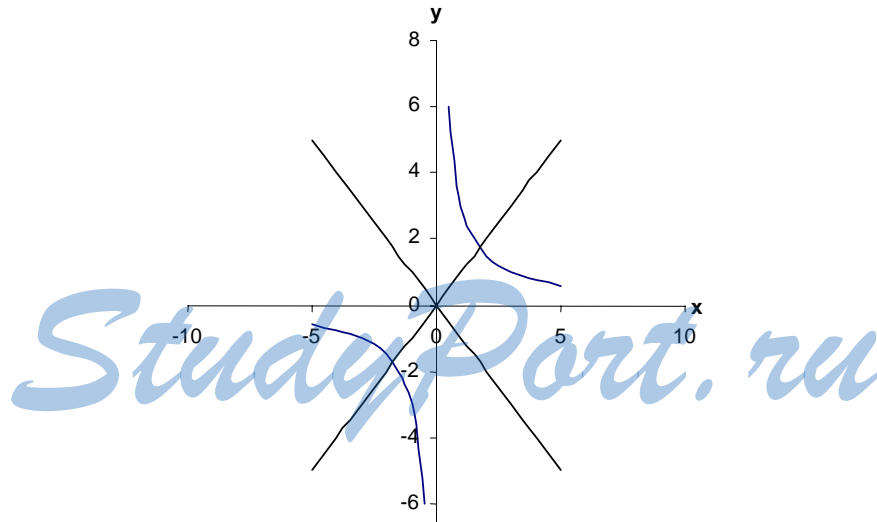


Рис. 12

б) При $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$ в 2-х точках, а при $b < 0$ не пересекает (см. рис.13). Значит, уравнение имеет 2 корня при $b > 0$ и не имеет корней при $b < 0$;

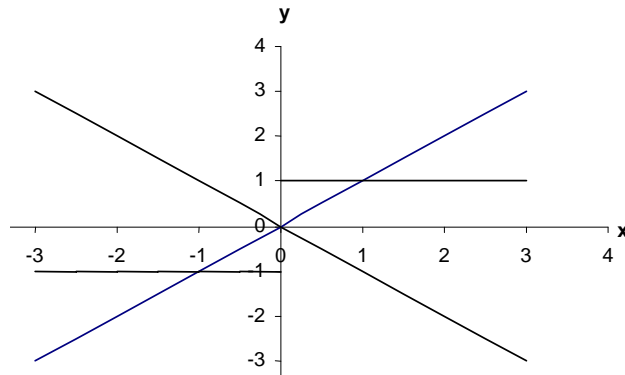


Рис. 13

в) при $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = x^3$ в 2-х точках, а при $b < 0$ пересекает в одной точке (см. рис. 14). Значит уравнение имеет 2 корня при $b > 0$ и имеет один корень при $b < 0$;

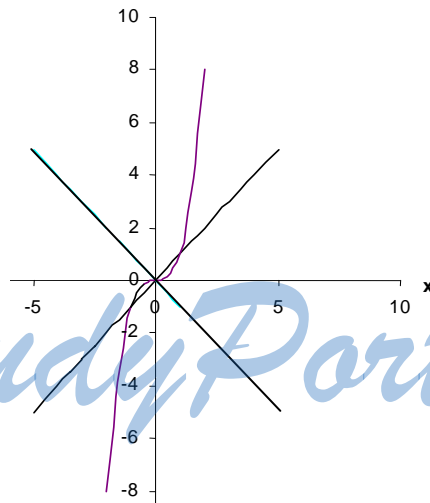


Рис. 14

г) при $0 < b \leq 1$, прямая $y = \frac{x}{b}$ не пересекает график функции $y = |x+1|$ при $b > 1$ и $-1 \leq b < 0$ пересекает в 1-ой точке, и при $b < -1$ –пересекает в 2-х точках (см. рис. 15). Значит уравнение имеет 2 корня при $b < -1$, один корень при $-1 \leq b < 0$ и $b > 1$, и не имеет корней при $0 < b \leq 1$.

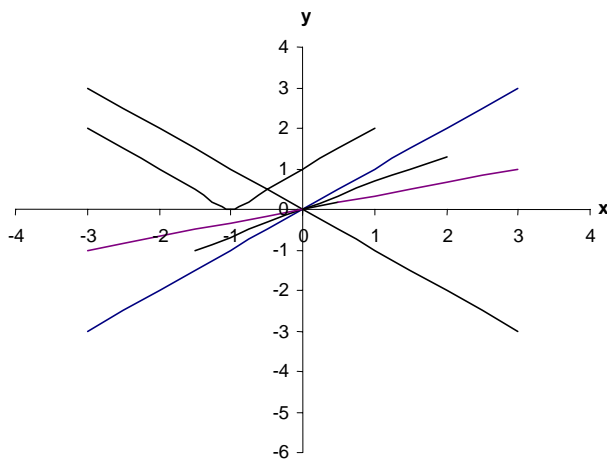


Рис. 15

С – 33

1.

1) а) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$; б) $1,25 = 1\frac{1}{4}$; в) $0,6 > \frac{3}{7}$; г) $1,08 < 1\frac{1}{7}$;

2) а) $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{7} > -0,26$; в) $-\frac{5}{8} = -0,625$; г) $-0,07 < -\frac{3}{50}$.

2.

а) $-6; -5,7$; б) $-7; -6,5$.

3.

1) а) $12,08 : 0,04 = 302 < 303 = 101 : \frac{1}{3}$;

б) $24,48 : 24 = 1,02 = 102 \cdot 0,01$;

2) а) $-3,16 \cdot 8,4 = -26,544 > -30,1 = 24,08 : (-0,8)$;

б) $9,1 : (-3,5) = -2,6 < -2,2 = 11 : (-\frac{1}{5})$.

4.

а) неверно; б) неверно; в) верно; г) верно.

5.

1) а) $(-6,3)^3 < 0$; б) $(-2,1)^4 > 0$; в) $0^5 = 0$ г) $(-\frac{2}{3})^7 < 0$; д) $(-\frac{1}{9})^6 > 0$;

2) а) $2,6^3 \cdot (-1,3)^5 < 0$; б) $(-3,8)^5 \cdot 0^7 = 0$;

в) $(-11,4)^4 \cdot (-1,2)^6 > 0$; г) $(-1,8)^9 \cdot (-2,4)^3 > 0$;

6.

$$1\frac{1}{9}; 1,2; 1\frac{2}{7}; 1\frac{1}{3}; 1,4.$$

7.

$$\text{a) } 1463 \cdot \frac{5}{7} < 1463 \cdot \frac{6}{7}; \text{ б) } 2862 \cdot \frac{2}{3} < 2862 : \frac{2}{3};$$

$$\text{в) } 5417 : \frac{1}{7} = 5417 \cdot 7; \text{ г) } 13,64 : 0,5 > 13,64 \cdot 0,5.$$

8.

$$\text{a) } 15,1 < 15,15 < 15,2; \text{ б) } 0 < 0,05 < 0,1;$$

$$\text{в) } -2,6 < -2,55 < -2,5; \text{ г) } \frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}.$$

9.

а) существует; б) не существует.

С – 34

1.

$$\text{a) } -3 < -1; \text{ б) } -10 < 3; \text{ в) } 48 > -8; -30 < 5; \text{ г) } 1 < 3; -3 > -9; -9 > -27.$$

2.

$$1) \text{ а) } a - 4 < b - 4; \text{ б) } 10,5a < 10,5; \text{ в) } -3,2a > -3,2b;$$

$$2) \text{ а) } b + 6 > a + 6; \text{ б) } 12 - a > 12 - b; \text{ в) } -\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}.$$

3.

$$a < d; b > c.$$

4.

$$\text{а) } b > 0, a > 0; \text{ б) } a > 0, b > 0; \text{ в) } b < 0, a < 0; \text{ г) } b < 0, a < 0.$$

5.

$$b - 4; b - 1; b; a; a + 3; a + 8.$$

6.

$$\text{а) } 5 + a > b; \text{ б) } b - 8 < a; \text{ в) } -a < 8 - b; \text{ г) } -(a + 4) < -b.$$

7.

$$\text{а) } 12a > 10b; \text{ б) } 6a > b; \text{ в) } -15a < -14b; \text{ г) } -3a < -2b.$$

8.

а) верно; б) верно.

С – 35

1.

$$1) \text{ а) } 22 > 12; \text{ б) } -1 < 14; \quad 2) \text{ а) } 0 > -2,2; \text{ б) } -3\frac{1}{2} < -2\frac{1}{6}.$$

2.

$$1) \text{ а) } 32 > 14; \text{ б) } 1010 < 2060; \quad 2) \text{ а) } \frac{3}{8} > \frac{1}{8}; \text{ б) } 0,014 < 0,16.$$

3.

1) а) верно; б) верно; в) неверно;

2) а) верно; б) верно; в) верно;

3) неверно.

4.

1) а) $a > 8, b > 2$, тогда $3a > 24$ и $3a + b > 26$;

б) $a > 8, b > 2$, тогда $5a > 40, 3b > 6$ и $5a + 3b > 46$;

2) а) $a > 8, b > 2$, тогда $12a > 96, 2b > 4$ и $12a + 2b > 100 > 97$;

б) $a > 8, b > 2$, тогда $20a > 160, 11b > 22$ и $20a + 11b > 182 > 180$.

5.

1) а) $a > 4, b < -3$, тогда $2a > 8, -b > 3$ и $2a - b > 11$;

б) $a > 4, b < -3$, тогда $3a > 12, -4b > 12$ и $3a - 4b > 24$;

в) $a > 4, b < -3$, тогда $5b < -15, -a < -4$ и $5b - a < -19$;

2) а) $a > 4, b < -3$, тогда $-6b > 18$ и $a - 6b > 22 > 20$;

б) $a > 4, b < -3$, тогда $12a > 48$ и $-15b > 45$ и $12a - 15b > 93 > 92$;

в) $a > 4, b < -3$, тогда $6b < -18$ и $-11a < -44$ и $6b - 11a < -62 < -60$.

6.

а) $0 < a < 12$ и $0 < b < 5$, тогда

$0 < 6a < 72, 0 < 3b < 15$, и $0 < 6a + 3b < 87$, значит $6a + 3b < 90$;

б) $0 < a < 12$ и $0 < b < 5$, тогда $0 < ab < 60$ и $ab + 11 < 71 < 72$.

7.

а) $5a + b > 12$, при $a > 2$ и $b > 4$; б) $b - 3a < 0$ при $a > 8$ и $b < 6$; р

в) $b - 5a$ и 1 нельзя сравнить при $a < 11$ и $b < 0$;

г) $a - 4b < 9$ при $a > 8$ и $b > 1$.

С - 36

1. $a > 0$ и $b < 0$, тогда:

1) $2a > 0, 3b < 0, -5a < 0, -4b > 0, -a < 0, -b > 0$;

2) $a^2 > 0, b^4 > 0, a^3 > 0, b^5 < 0, a^2b < 0, ab^2 > 0, (ab)^3 < 0, (ab)^6 > 0$;

3) $\frac{a}{3} > 0, -\frac{2}{b} > 0, \frac{a}{b} < 0, \frac{a}{b^2} > 0, \left(\frac{b}{a}\right)^2 > 0, \frac{a^4}{b^3} < 0$.

2.

1) $a^2 > 0, -a^2 < 0, (-a)^2 > 0, 3a^2 > 0, -12a^2 < 0, (-4a)^2 > 0$;

2) $a^2 + 8 > 0, -a^2 - 6 < 0, (a - 12)^2 \geq 0, (a - 3)^2 + 1 > 0, a^2 - 4a + 4 \geq 0$.

3.

$(a - 5)^2 \geq 0, a^2 + 10 > 0$.

4.

1) а) $a(a+10)+2 > 10a$, так как $a(a+10)+2-10a = a^2+2 > 0$;

б) $(b-3)(b+3)+13 = b^2+4 > 0$, поэтому $(b-3)(b+3)+13 > 0$;

в) $(a+2)^2 > 4a$, так как $(a+2)^2-4a = a^2+4 > 0$;

2) а) $(x+4)(x-1) > (x-7)(x+10)$, так как

$$(x+4)(x-1)-(x-7)(x+10) = 66 > 0;$$

б) $a(a-6) < (a-3)^2$, так как $a(a-6)-(a-3)^2 = -9 < 0$;

в) $x(x-12) \geq -36$, так как $x(x-12)+36 = (x-6)^2 \geq 0$;

3) а) $\frac{(3b+1)^2}{6} > b$, так как $\frac{(3b+1)^2}{6} - b = \frac{9b^2+1}{6} > 0$;

б) $\frac{(b+2)^2}{4} \geq b+1$, так как $\frac{(b+2)^2}{4} - (b+1) = \frac{b^2}{4} \geq 0$.

5. $a > 0$ и $b < 0$, тогда

а) $a-b > 0$; б) $b-a < 0$; в) $2a-3b > 0$; г) $7b-9a < 0$; д) $\frac{a}{5a-b} > 0$;

е) $\frac{b}{b-a} > 0$.

6.

а) $11+a^2 > 0$; б) $-3-a^2 < 0$; в) $-5-(a-1)^2 < 0$;

г) $(-3)^6 + (a-5)^2 > 0$; д) $(1-a)^2 + (5a-11)^2 > 0$.

7.

$$\frac{a^2}{1+a^4} - \frac{1}{2} = \frac{-(a^4-2a^2+1)}{2(1+a^4)} = \frac{-(a^2-1)^2}{2(1+a^4)} \leq 0, \text{ поэтому } \frac{a^2}{1+a^4} \leq \frac{1}{2}.$$

8.

а) $x^2+12x+37 > 0$, так как $x^2+12x+37 = (x+6)^2+1 > 0$;

б) $a^2-6a > -12$, так как $a^2-6a+12 = (a-3)^2+3 > 0$;

в) $a^2+b^2+8 \geq 4(a+b)$, так как

$$a^2+b^2+8-4(a+b) = (a-2)^2+(b-2)^2 \geq 0.$$

9.

$$\frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bc-ab-ac}{b(b+c)} = \frac{c(b-a)}{b(b+c)} > 0$$

при $c > 0$ и $b > a$ поэтому $\frac{a+c}{b+c} > \frac{a}{b}$.

10.

Пусть намеченная скорость – V . Тогда время до поезда – $\frac{18}{V}$. Время ту-

ристов $\frac{9}{V-1} + \frac{9}{V+1} = \frac{18V}{V^2-1}$; $\frac{18V}{V^2-1} - \frac{18}{V} = \frac{18}{V(V^2-1)} > 0$, так как $V > 1$.

Значит туристы не успеют на поезд.

C – 37

1.

1) а) $-24 < 2a < 20$; б) $60 > -5a > -50$; в) $12 > -a > -10$;

г) $-3 < \frac{a}{4} < \frac{5}{2}$; д) $-7 < a + 5 < 15$;

2) а) $20 > 8 - a > -2$; б) $\frac{1}{a} \neq 0$; в) $\frac{3}{a} \neq 0$;

г) $-23 < 2a + 1 < 21$; д) $41 < 5 - 3a < -25$.

2.

а) $2 < x + y < 4$; б) $5 < x - y < 7$; в) $-10 < xy < -4$; г) $-5 < \frac{x}{y} < -2$.

3.

$4,4 < a < 4,5$; $6,3 < b < 6,4$, тогда

$21,4 < P = 2(a+b) < 21,8$ и $27,72 < S = ab < 28,8$.

4.

а) $4,2 < 2\sqrt{2} + \sqrt{6} < 5,6$; б) $3,36 < \sqrt{12} < 3,9$;

в) $6,2 < \sqrt{24} + \sqrt{2} < 6,7$; г) $6,6 < \sqrt{18} + \sqrt{6} < 7,1$

5.

$2,5 < a < 2,6$ и $2 < b < 2,1$, тогда $10,25 < a^2 + b^2 < 11,17$.

6.

а) $-15 < 2a + 3b < -10$, при $0 < a < 1$ и $-5 < b < -4$;

б) $0 < \frac{1}{3} - b < 2$, при $0 < a < 3$ и $-1 < b < 0$;

в) $-3 < -a + 4b < 14,5$ при $1,5 < a < 3$ и $0 < b < 4$;

г) $-3,7 < \frac{b}{2-3a} < -3,35$ при $1,2 < a < 1,3$ и $0,4 < b < 0,5$.

7.

$3 \leq a \leq 5$ и $1 \leq b \leq 4$, тогда $-9 \leq ab - 3b \leq 17$ и $0 \leq b(a-3) \leq 8$.

8.

$36^\circ \leq \angle A \leq 37^\circ$, $66^\circ \leq \angle B \leq 67^\circ$, тогда

$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$ и $76^\circ \leq \angle C \leq 78^\circ$.

60

9.

$15,2 \leq a \leq 15,6$, $10,4 \leq b \leq 10,8$, тогда $12,8 \leq \frac{a+b}{2} \leq 13,2$.

С – 38

1. 1)

а) см. рис. 15.а;

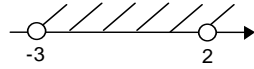


Рис. 15а

б) см. рис. 15.б.;

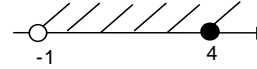


Рис. 15б

в) см. рис. 15.в.;

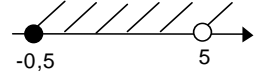


Рис. 15в

г) см. рис. 15.г.;

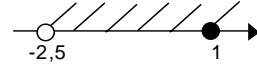


Рис. 15г

2)

а) см. рис. 16.а.;

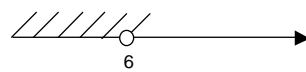


Рис. 16а

б) см. рис. 16.б.;

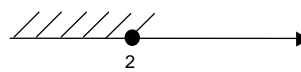


Рис. 16б

в) см. рис. 16.в.;

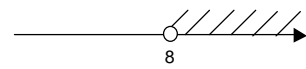


Рис. 16в

г) см. рис. 16.г.

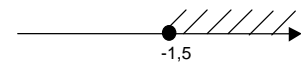


Рис. 16г

2.

$(-5; 4]$; $[8; 12]$; $(-4; 0)$; $(11; +\infty)$; $(-\infty; 15]$.

3. 1)

а) $(1,5; +\infty)$ см. рис. 17.а.;

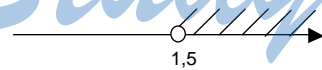


Рис. 17а

б) $[3,2; +\infty)$ см. рис. 17.б.;

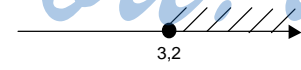


Рис. 17б

в) $(-\infty; 7,5]$ см. рис. 17.в.;

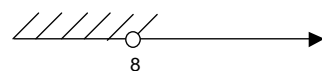


Рис. 17в

г) $(-\infty; 7,5]$ см. рис. 17.г.;

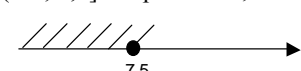


Рис. 17г

2)

а) $(0; 1]$ см. рис. 18.а.;

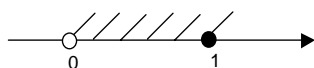


Рис. 18а

б) $[-1; -4]$ см. рис. 18.б.;

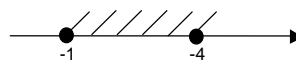


Рис. 18б

в) $(0; 3]$ см. рис. 18.в.

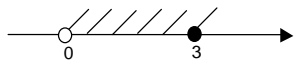


Рис. 18в

г) $[-5; -3]$ см. рис. 18.г.

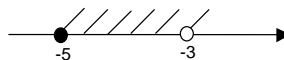


Рис. 18г

4.

$-2 \notin (-1,2; 1,4)$; $-1,5 \notin (-1,2; 1,4)$; $-1,2 \notin (-1,2; 1,4)$; $-1 \in (-1,2; 1,4)$;

$0 \in (-1,2; 1,4)$; $1,3 \in (-1,2; 1,4)$; $1,4 \notin (-1,2; 1,4)$.

5. а) 0; 1; 2; 3; б) 0; в) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; г) -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1.

6. а) 7; б) 0; в) 0; г) 1.

7. -0,009; -0,08; 0,08; 0,09.

8. а) принадлежит; б) принадлежит; в) принадлежит; г) не принадлежит.

9.

а) $(0; 10)$ см. рис. 19.а.;



Рис. 19а

б) $[-1; 1]$ см. рис. 19.б.;

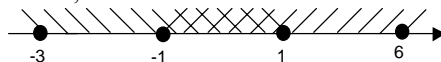


Рис. 19б

в) $(-2; 2)$ см. рис. 19.в.;



Рис. 19в

г) $(5; +\infty)$ см. рис. 19.г.

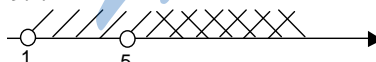


Рис. 19г

10.

а) см. рис. 20.а.;

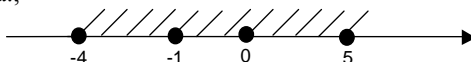


Рис. 20а

62

б) см. рис. 20.б.;

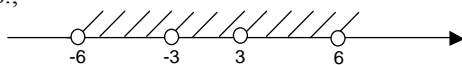


Рис. 20б

в) см. рис. 20.в.;

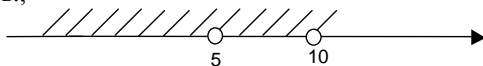


Рис. 20в

г) см. рис. 20.г.

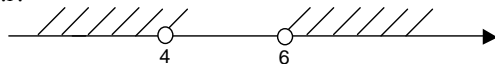


Рис. 20г

11.

а) $N \cap Z = N$; $N \cup Z = Z$ б) $Q \cap R = Q$; $Q \cup R = R$.

С – 39

1.

а) $3x < 42, x < 14; x = 1, x = 2, x = 3$;

б) $5x > 115, x > 23; x = 5, x = 6, x = 10$;

в) $4x < 24, x > -6; x = -4, x = 0, x = 3$;

г) $-6x > -102, x < 17; x = -3, x = 0, x = 15$.

2.

а) $12x > 36, x > 3$ (см. рис. 21.а.); б) $-4x < 0, x > 0$ (см. рис. 21.);

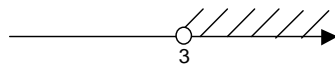


Рис. 21а

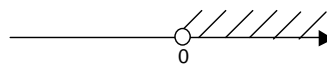


Рис. 21б

в) $-15x \geq 45, x \leq -3$ (см. рис. 21. в); г) $6x \leq -18, x \leq -3$ (см. рис. 21. г)

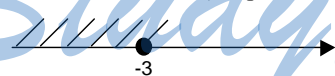


Рис. 21в

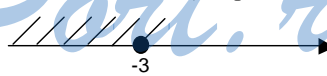


Рис. 21г

3.

1) а) $5x > 35, x > 7$; б) $8x < 72, x > 9$;

в) $-9x > -63, x < 7$; г) $-x < 10, x > -10$;

2) а) $3x > 11, x > \frac{11}{3}$; б) $6x < 1,2, x < 0,2$;

в) $-18x \geq -27, x \leq \frac{3}{2}$; г) $-15x \leq 25, x \geq -\frac{5}{3}$;

3) а) $\frac{1}{6}x < 3, x < 18$; б) $-\frac{3}{8}x < -12, x > 32$;

в) $\frac{2}{3}x > 18, x > 27$; г) $-1\frac{1}{6}x > 42, x < -36$;

4) а) $0,4x > 2, x > 5$; б) $-0,3x < -9, x > 30$,

в) $0,1x < 10, x < 100$; г) $-3x > 1,1, x < -\frac{11}{30}$.

4.

а) при $-3x > 21$, то есть при $x < -7$; б) при $-3x < -15$, то есть при $x > 5$.

5. а) $x = 5$; б) $x = 4$; в) $x = -16$; г) $x = -7$.

6. а) $3x > 9$; б) $-5x > 10$.

7. при $a < 0$.

С – 40

1.

$2x - 7 > 8, 2x > 15, x > 7,5$; числа 7 и 7,5 – не являются решением неравенства, а числа 8 и 8,5 – являются решением неравенства.

2.

1) а) $12 + x > 18, x > 6$; б) $6 - x \leq 4, x \geq 2$;

в) $0,3 + x \geq 1, x \geq 0,7$; г) $0,4 - x < 0, x > 0,4$.

2) а) $1 + 3x > 10, 3x > 9, x > 3$; б) $3x + 8 < 0, 3x < -8, x < -\frac{8}{3}$;

в) $6 - 5x \leq 2, -5x \leq -4, x \geq \frac{4}{5}$; г) $9 - 12x \geq 0, 12x \leq 9, x \leq \frac{3}{4}$;

3) а) $6 + x < 3 - 2x, 3x < -3, x < -1$; б) $4 + 12x > 7 + 13x, x < -3$;

в) $4x + 19 \leq 5x - 1, x \geq 20$; г) $6x \geq 8x + 1, 2x \leq -1, x \leq -\frac{1}{2}$;

4) а) $3(2 + x) > 4 - x, 4x - 2, x > -\frac{1}{2}$;

б) $-(4 - x) \leq 2(3 + x), x \geq -10$;

в) $3(1 - x) + 2(2 - 2x) < 0, -7x < -7, x > 1$;

г) $-(2 - 3x) + 4(6 + x) \geq 1, 7x \geq -21, x \geq -3$;

5) а) $\frac{5x}{2} - 1, x > \frac{2}{5}$; б) $\frac{x}{4} < 0, x < 0$; в) $\frac{2x}{3} \geq 9, x \geq \frac{27}{2}$; г) $\frac{4x}{7} \leq 0, x \leq 0$;

6) а) $\frac{5 + 3x}{2} < 1, \frac{3x}{2}, x < -1$; б) $\frac{4 - x}{3} \geq 0, -\frac{x}{3} \geq -\frac{4}{3}, x \leq +4$;

в) $\frac{1 - x}{4} < 5, -\frac{x}{4} < \frac{19}{4}, x > -19$; г) $\frac{2 + 5x}{4} \geq 0, \frac{5x}{4} \geq -\frac{14}{2}, x \geq -\frac{2}{5}$;

7) а) $\frac{2x}{5} - x > 3, -\frac{3x}{5} > 3, x < -5$; б) $x + \frac{x}{4} \geq 2, \frac{5x}{4} \geq 2, x \geq \frac{8}{5}$;

в) $\frac{3x}{2} - x < 0, \frac{x}{2} < 0, x < 0$; г) $\frac{x-1}{3} - 2x > \frac{3x+1}{2}, -\frac{19x}{6} > \frac{5}{6}; x < -\frac{5}{19}$.

3.

а) при $2b + 11 > 0$, то есть при $b > -\frac{11}{2}$;

б) при $13 - b < 0$, то есть при $b > 13$.

4.

при $\frac{5a-1}{3} < 3 - 2a$, то есть $\frac{11a}{3} < \frac{10}{3}, a < \frac{10}{11}$.

5.

а) при $0,5x - 11 > 0$, то есть при $x > 22$;

б) при $0,5x - 11 < 0$, то есть при $x < 22$.

6.

а) $5(a^2 - 1) - 5a(a + 2) > 3, -10a > 8, a < -0,8$;

б) $8x^2 - 2x(4x + 1) \leq x, -3x \leq 0, x \geq 0$; в) $\frac{2x}{3} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{2} \geq 0, x \geq -\frac{7}{6}$;

г) $x - \frac{x-3}{4} + \frac{x+1}{8} > 2, \frac{7x}{8} > \frac{9}{8}, x > \frac{9}{7}$.

7.

а) $5x - 2 = a, x = \frac{a+2}{5}, x > 0$ при $\frac{a+2}{5} > 0, \frac{a}{5} > -\frac{2}{5}, a > -2$,

б) $4 + 3x = a - 5, x = \frac{a-9}{3}, x < 0$ при $\frac{a-9}{3} < 0, \frac{a}{3} < 3, a < 9$.

8.

$ax > 2x + 5, (a - 2)x > 5$, уравнение не имеет решений при $a - 2 = 0$, то есть при $a = 2$.

С - 41

1.

а) является; б) не является; в) является.

2.

1) а) $\begin{cases} x > 2 \\ x < 11 \end{cases}, 2 < x < 11$; б) $\begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \end{cases}$ решений нет;

в) $\begin{cases} x > 1,5 \\ x > 2,7 \end{cases}, x > 2,7$; г) $\begin{cases} x < -5 \\ x < -4 \end{cases}, x < -5$;

$$2) \text{ a) } \begin{cases} 3x > -3 \\ -5x < 10 \end{cases}, \begin{cases} x > -1 \\ x > -2 \end{cases}, x > -1; \text{ б) } \begin{cases} 0,5x < 2 \\ -3x \geq -9 \end{cases}, \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 3 \end{cases}, x \leq 3;$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1,5x > -3 \\ -6x > -12 \end{cases}, \begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \end{cases}, -2 < x < 2;$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{7}x < 2 \\ -5x \leq -75 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{2}{7} \\ x \geq 15 \end{cases} \text{ — решений нет;}$$

$$3) \text{ a) } \begin{cases} 5x < 3x + 1 \\ 0,6x > 5,2 - 2x \end{cases}, \begin{cases} 2x > 1 \\ 2,6x > 5,2 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > 2 \end{cases} \text{ — решений нет;}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x + 2 > 9 - x \\ x + 8,3 < 11 \end{cases}, \begin{cases} 7x > 7 \\ x < 2,7 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 2,7 \end{cases}, 1 < x < 2,7$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - 2 < 1,5x + 1 \\ 4 - 2x > x - 2 \end{cases}, \begin{cases} 1,5x < 3 \\ -3x > -6 \end{cases}, \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases}, x < 2;$$

$$4) \text{ a) } \begin{cases} 2(x+3) - (x-8) < 4 \\ 6x > 3(x+1) - 1 \end{cases}, \begin{cases} x < -10 \\ 3x > 2 \end{cases}, \begin{cases} x < -10 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ — решений нет;}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -(x-2) - 3(x-1) < 2x \\ 5x + 4 \geq 12 - (x-3) \end{cases}, \begin{cases} -6x < -5 \\ 6x \geq 11 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{5}{6} \\ x \geq \frac{11}{6} \end{cases}, x \geq \frac{11}{6};$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1,6(2-x) - 0,4x > 3 \\ -3(6x-1)2x < x \end{cases}, \begin{cases} -2x > -0,4x \\ -21x < -3 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{1}{10} \\ x > \frac{1}{7} \end{cases} \text{ — решений нет;}$$

$$5) \text{ a) } \begin{cases} \frac{x}{2} < 5 \\ \frac{2x}{5} > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 10 \\ x > 0 \end{cases}, 0 < x < 10;$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{3x+6}{8} > 0 \\ \frac{x}{11} < 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{3x}{8} > -\frac{6}{8} \\ x < 11 \end{cases}; \begin{cases} x > -2 \\ x < 11 \end{cases}, -2 < x < 11;$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - \frac{x}{4} \geq 2 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1 \end{cases}, \begin{cases} \frac{3x}{4} \geq 2 \\ \frac{5x}{6} > \frac{13}{6} \end{cases}, \begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x > \frac{13}{5} \end{cases}, x \geq \frac{8}{3}.$$

3. При $\begin{cases} 0,3x - 3 > 0 \\ -0,1x + 5 > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} 0,3x > 3 \\ 0,1x < 5 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 10 \\ x < 50 \end{cases}$, то есть при $10 < x < 50$.

4.

a) $\begin{cases} 6x - 1 > 3 - x \\ 2x - 4 < x \end{cases}$, $\begin{cases} 7x > 4 \\ x < 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x > \frac{4}{7} \\ x < 4 \end{cases}$, $\frac{4}{7} < x < 4$; $x = 1, x = 2, x = 3$;

б) $\begin{cases} 0,5x + 2 > 1 \\ 3x - 1,6 < 0,8 \end{cases}$, $\begin{cases} 0,5x > -1 \\ 3x < 2,4 \end{cases}$, $\begin{cases} x > -2 \\ x < 0,8 \end{cases}$, $-2 < x < 0,8$; $x = -1, x = 0$;

в) $\begin{cases} 1,6x - 4 > 0 \\ 2 - 0,2x > 0,3 \end{cases}$, $\begin{cases} 1,6x > 4 \\ 0,2x < 1,7 \end{cases}$, $\begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x < \frac{17}{2} \end{cases}$, $\frac{5}{2} < x < \frac{17}{2}$;

$x = 3, x = 4, x = 5, x = 6, x = 7, x = 8$.

5.

a) $\begin{cases} 0,2(3x - 4) - 1,6 < 0,3(4 - 3x) \\ 0,4(1 + x) - 0,3x < 0,5 \end{cases}$, $\begin{cases} 1,5x < 3,6 \\ 0,1x < 0,1 \end{cases}$, $\begin{cases} x < \frac{12}{5} \\ x < 1 \end{cases}$, $x < 1$;

б) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4} - x \\ 1 - x > 0,5x - 4 \end{cases}$, $\begin{cases} \frac{11}{12}x \geq -\frac{11}{12} \\ -1,5x > -5 \end{cases}$, $\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \frac{10}{3} \end{cases}$, $-1 \leq x < \frac{10}{3}$.

6.

a) $\begin{cases} x > 4 \\ x > 7, 7 < x < 15; \\ x < 15 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 2x > 15 \\ 3x < 1, \\ 7x < 21 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 7,5 \\ x < \frac{1}{3} \\ x < 3 \end{cases}$ — решений нет;

в) $\begin{cases} x - 4 > 12 \\ 2x - 1 > 3 \\ 3x + 2 < 56 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 16 \\ 2x > 4 \\ 3x < 54 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 16 \\ x > 2, \\ x < 18 \end{cases}$, $16 < x < 18$.

7. $\begin{cases} 3x > 12 \\ x < a \end{cases}$, $\begin{cases} x > 4 \\ x < a \end{cases}$ — не имеет решений при $a \leq 4$.

8.

Пусть x — другая сторона, тогда $\begin{cases} x + 12 + 16 > 48 \\ 16 + 12 > x \\ 12 + x > 16 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 20 \\ x < 28, \\ x > 4 \end{cases}$, $20 < x < 28$.

Ответ: $20\text{м} < x < 28\text{ м}$.

1.

а) см. рис. 22. а;

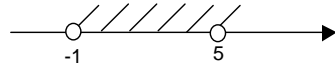


Рис. 22а

б) см. рис. 22.б.;

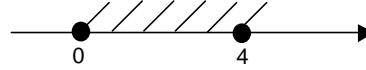


Рис. 22б

в) см. рис. 22.в.

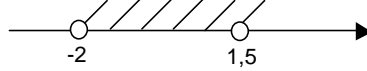


Рис. 22в

г) см. рис. 22.г.

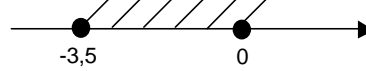


Рис. 22г

2.

а) -7; -6; б) -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; в) -1; 0; 1; 2; 3; г) -4; -3; -2; -1; 0; 1.

3.

1) а) $1,5 < 3x < 3$, $0,5 < x < 1$; б) $-1 \leq 6x \leq 2$, $-\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{3}$;

в) $4 < -4x < 8$, $-2 < x < -1$;

2) а) $0 < x + 1 < 3$, $-1 < x < 2$; б) $1 < 12 + x < 13$, $-11 < x < 1$;

в) $-4 < 22 + x < -1$, $-26 < x < -23$;

3) а) $-4 < 2x - 2x + 1 < 2$, $-3 < 2x < 1$, $-1,5 < x < 0,5$;

б) $-1 \leq 5 - 3x \leq 1$, $-6 \leq -3x \leq -4$, $\frac{4}{3} \leq x \leq 2$;

в) $-4 < 1 - x < 5$, $-5 < -x < 4$, $-4 < x < 5$;

4) а) $-2 < \frac{x}{4} < 2$, $-8 < x < 8$; б) $0 \leq \frac{x}{3} \leq 1$, $0 \leq x \leq 3$;

в) $0,2 < \frac{x}{5} < 0,4$, $1 < x < 2$;

5) а) $-2 < \frac{2x+1}{3} < 1$, $-\frac{7}{3} < \frac{2x}{3} < \frac{2}{3}$, $-\frac{7}{2} < x < 1$;

б) $1 \leq \frac{2+3x}{2} \leq 1,5$, $0 \leq \frac{3x}{2} \leq 0,5$, $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$;

в) $2 < \frac{2-x}{5} < 4$, $\frac{8}{5} < -\frac{x}{5} < \frac{18}{5}$, $-18 < x < -8$.

4.

а) при $-4 < 10 - 2x < 4$, $-14 < -2x < -6$, $3 < x < 7$;

б) при $-1 \leq \frac{5x+1}{2} \leq 2$, $-\frac{3}{2} \leq \frac{5x}{2} \leq \frac{3}{2}$, $-\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5}$.

5.

$0 < 1 + 4x < 17$, $-1 < 4x < 16$, $-\frac{1}{4} < x < 4$; наим. целое - 0, наиб. целое - 3.

6.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 2 < 0 \\ 1 < 5x < 5 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{5} < x < 1 \end{cases}, \frac{1}{5} < x < \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x > 0 \\ -2 < x + 4 < 2 \end{cases}, \begin{cases} x > 0 \\ -6 < x < -2 \end{cases} \text{ — решений нет;}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 4 + 3x > 10 \\ -1 < -3x < 1 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ 3 < x < \frac{1}{3} \end{cases} \text{ — решений нет.}$$

7.

а) $|a| < 3$ при $-3 < a < 3$;

б) $|a + 12| < 5$ при $-5 < a + 12 < 5$, $-17 < a < -7$;

в) $|4 - a| < 2$ при $-2 < 4 - a < 2$, $-6 < -a < -2$, $2 < a < 6$.

С – 43

1.

а) имеет 2 корня; б) имеет один корень; в) не имеет корней; г) имеет бесконечно много корней.

2.

1) $|x| = 2,6$, $x = \pm 2,6$; б) $|x| = 1,5$, $x = \pm 1,5$; в) $|x| = -3$ — нет решений;

2) а) $|x + 5| = 3$, $x + 5 = \pm 3$, $x = -2$ и $x = -8$;

б) $|4 - x| = 2,5$, $4 - x = \pm 2,5$, $x = 1,5$, $x = 6,5$;

в) $|x - 7| = 0$, $x - 7 = 0$, $x = 7$;

3) а) $|3x - 5| = 7$, $3x - 5 = \pm 7$, $x = 4$ и $x = -\frac{2}{3}$;

б) $|5x + 1| = 4$, $5x + 1 = \pm 4$, $x = \frac{3}{5}$ и $x = -1$;

в) $|6 - 2x| = 8$, $6 - 2x = \pm 8$, $x = -1$ и $x = 7$.

3.

а) $|x| < 4$, $-4 < x < 4$

(см. рис. 23а);

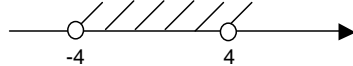


Рис. 23а

б) $|x| \leq 3$, $-3 \leq x \leq 3$

(см. рис. 23б);

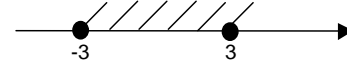


Рис. 23б

в) $|x| > 1, x > 1 \text{ u } x < -1$ (см. рис. 23.в.)

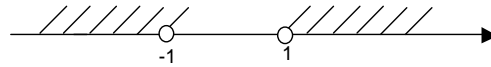


Рис. 23в

г) $|x| \geq 2,5, x \geq 2,5 \text{ u } x \leq -2,5$ (см. рис. 23.г.)

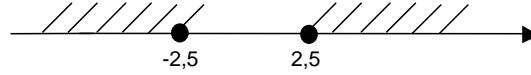


Рис. 23г

4.

1) а) $|x| < 7, -7 < x < 7$; б) $|x| > 6, x > 6 \text{ u } x < -6$;

в) $|x| \leq 10, -10 \leq x \leq 10$; г) $|x| \geq 4,5, x \geq 4,5 \text{ u } x \leq -4,5$;

2) а) $|x+5| > 2, x+5 > 2 \text{ u } x+5 < -2, x > -3 \text{ u } x < -7$;

б) $|x-6| < 5, -5 < x-6 < 5, 1 < x < 11$;

в) $|2+x| \geq 0,5, 2+x \geq 0,5 \text{ u } 2+x \leq -0,5, x \geq -1,5 \text{ u } x \leq -2,5$;

г) $|3-x| \leq 1,5, -1,5 \leq 3-x \leq 1,5, -4,5 \leq x \leq -1,5, 1,5 \leq x \leq 4,5$;

3) а) $|6x-1| < 2, -2 < 6x-1 < 2, -1 < 6x < 3, -\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$;

б) $|3+5x| > 4, 3+5x > 4 \text{ u } 3+5x < -4, 5x > 1 \text{ u } 5x < -7$,

$x > \frac{1}{5} \text{ u } x < -\frac{7}{5}$;

в) $|2-2x| \leq 1, -1 \leq 2-2x \leq 1, -3 \leq -2x \leq -1, \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$;

г) $|1+3x| \geq 2, 1+3x \geq 2 \text{ u } 1+3x \leq -2, 3x \geq 1 \text{ u } 3x \leq -3$,

$x \geq \frac{1}{3} \text{ u } x \leq -1$.

5. а) $a > 0$; б) $a > 0$; в) $a < 0$; г) $a > 0$.

6.

1) а) $b \leq 0$; б) $b+4 \geq 0, b \geq 0$; в) $b-5 \leq 0, b \leq 5$.

2) а) $b > 0$; б) $b-8 < 0, b < -8$; в) $6-b < 0, b > 6$.

7.

1) а) $\frac{|x-1|}{3} = 5, |x-1| = 15, x-1 = \pm 15, x = 16 \text{ u } x = -14$;

б) $\frac{|2-x|}{4} = 3, |2-x| = 12, 2-x = \pm 12, x = -10 \text{ u } x = 14$;

в) $\frac{6}{|x+1|} = 2, |x+1| = 3, x+1 = \pm 3, x = 4 \text{ u } x = -2$;

$$2) \text{ а) } |x+4| = |x-2|, \begin{cases} x+4 = x-2 \\ x \leq -4 \text{ и } x \geq 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+4 = -(x-2) \\ -4 < x < 2 \end{cases},$$

первая система решений не имеет, так что $\begin{cases} x = -1 \\ -4 < x < 2 \end{cases}, x = -1;$

$$\text{ б) } |6-x| = |2+x|, \begin{cases} 6-x = 2+x \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 6-x = -(2+x) \\ x < -2 \text{ и } x > 6 \end{cases},$$

вторая система решений не имеет, так что $\begin{cases} 2x = 4 \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases}, x = 2;$

$$\text{ в) } |3-x| = |x|, \begin{cases} 3-x = x-2 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3-x = -x \\ x < 0 \text{ и } x > 3 \end{cases},$$

вторая система решений не имеет, так что $\begin{cases} 2x = 3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}, x = 1,5.$

8.

$$|x+2| = |x-5|, \begin{cases} x+2 = x-5 \\ x \leq -2 \text{ и } x \geq 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+2 = -(x-5) \\ -2 < x < 5 \end{cases},$$

первая система решений не имеет, так что $\begin{cases} x = -1,5 \\ -4 < x < 2 \end{cases}, x = -1,5;$

Ответ: (1,5; 3,5).

9.

$$\text{ а) } |x| = -2x = 3, \begin{cases} x-2x = 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-2x = 3 \\ x < 0 \end{cases},$$

то есть $\begin{cases} x = -3 \\ x \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = -1 \\ x < 0 \end{cases}, x = -1;$

$$\text{ б) } |x-1| + 5x = 5, \begin{cases} x-1+5x = 5 \\ x \geq 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 1-x+5 = 5 \\ x < 1 \end{cases},$$

то есть $\begin{cases} x = 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = 1 \\ x < 1 \end{cases}, x = 1.$

10.

$$\text{ а) } |2x| > x+3, \begin{cases} 2x > x+3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -2x \geq x+3 \\ x < 0 \end{cases},$$

то есть $\begin{cases} x > 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x \leq -1 \\ x < 0 \end{cases}, x > 3 \text{ и } x \leq -1;$

$$\text{б) } |x-2|+x > 4, \begin{cases} x-2+x > 4 \\ x \geq 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2-x+x > 4 \\ x < 2 \end{cases},$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x > 3 \\ x \geq 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2 > 4 \\ x < 2 \end{cases}, x > 3.$$

11.

$$\text{а) } 3x < |x| < 5, 3 < x < 5 \text{ и } -5 < x < -3;$$

$$\text{б) } 0 < |x| < 8, 0 < x < 8 \text{ и } -8 < x < 0.$$

С - 44

1.

$$\text{а) } \frac{1}{2^5} = 2^{-5}; \text{ б) } \frac{1}{10} = 10^{-1}; \text{ в) } \frac{1}{x^6} = x^{-6}; \text{ г) } \frac{1}{a} = a^{-1}; \text{ д) } \frac{1}{23^4} = 23^{-4}.$$

2.

$$\text{а) } 7^{-3} = \frac{1}{7^3}; \text{ б) } 2^{-1} = \frac{1}{2}; \text{ в) } y^{-10} = \frac{1}{y^{10}}; \text{ г) } b^{-1} = \frac{1}{b}; \text{ д) } (3a)^{-4} = \frac{1}{(3a)^4}.$$

3.

$$1) \text{ а) } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}; \text{ б) } (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25};$$

$$\text{в) } (-6)^{-1} = \frac{1}{6} = -\frac{1}{6}; \text{ г) } -4 \cdot (-2)^{-3} = \frac{-4}{(-2)^3} = \frac{1}{2};$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3; \text{ б) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4};$$

$$\text{в) } (0,1)^{-4} = 10^4 = 10000; \text{ г) } \left(2\frac{1}{3}\right)^{-3} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343};$$

$$3) \text{ а) } 8^{-1} + 6^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{11}{72}; \text{ б) } 2,4^{-1} + 5^0 = \frac{5}{12} + 1 = \frac{17}{12};$$

$$\text{в) } 1453 - 0,1^{-3} = 1453 - 1000 = 453; \text{ г) } 18 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 18 - 25 = -7.$$

4.

$$1) \text{ а) } 7m^{-6} = \frac{7}{m^6}; \text{ б) } 2(ab)^{-1} = \frac{2}{ab};$$

$$\text{в) } 11(x+y)^{-3} = \frac{11}{(x+y)^3}; \text{ г) } 9a^3b^{-4}c^0 = \frac{9a^3}{b^4};$$

$$2) \text{ a) } a^{-2} + b^{-1} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b} = \frac{b+a^2}{a^2b}; \text{ б) } x^0 + x^{-3} = 1 + \frac{1}{x^3} = \frac{x^3+1}{x^3};$$

$$\text{ в) } a + b^{-3} = a + \frac{1}{b^3} = \frac{ab^3+1}{b^3}; \text{ г) } xy^{-3} - x^{-1}y^2 = \frac{x}{y^3} - \frac{y^2}{x} = \frac{x^2-y^5}{xy^3}.$$

5.

$$1) \text{ a) } (1+a)^{-3}(a+1)^{-2} = \left(1 + \frac{1}{a^3}\right) \frac{1}{(a+1)^2} = \frac{a^3+1}{a^3(a+1)^2};$$

$$\text{ б) } (x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \frac{(y^2 - x^2)}{x^2y^2} \cdot \frac{xy}{(y-x)} =$$

$$= \frac{(y+x)}{xy};$$

$$2) \text{ a) } \left(\frac{a}{c}\right)^{-1} + \left(\frac{a}{c}\right)^{-3} = \frac{c}{a} + \frac{c^3}{a^3} = \frac{ca^2 + c^3}{a^3};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{1}{b^{-3}} + \frac{1}{c^{-3}}\right)(b+c)^{-1} = \frac{b^3 + c^3}{b+c} = \frac{b^2 - bc + c^2}{1}.$$

C - 45

1.

$$1) \text{ a) } a^2 \cdot a^5 = a^7; \text{ б) } 70000 = 7 \cdot 10^4; \text{ в) } a^6 \cdot a^{-2} = a^4;$$

$$\text{ г) } a^{-9} \cdot a = a^{-8}; \text{ д) } a^3 \cdot a \cdot a^{-5} = a^{-1};$$

$$2) \text{ a) } x^3 : x^7 = x^{-4}; \text{ б) } x^{-10} : x = x^{-11}; \text{ в) } x^8 : x^{-4} = x^{12};$$

$$\text{ г) } x^{-3} : x^4 = x^{-7}; \text{ д) } x^{-2} : x^{-5} = x^3;$$

$$3) \text{ a) } (c^2)^3 = c^6; \text{ б) } (c^5)^{-5} = c^{-25}; \text{ в) } (c^{-3})^3 = c^{-9};$$

$$\text{ г) } (c^{-2})^4 = c^8; \text{ д) } (c^{-6})^0 = 1;$$

$$4) \text{ a) } (xy)^{-3} = x^{-3}y^{-3}; \text{ б) } (xy^{-2})^{-5} = x^{-5}y^{10}; \text{ в) } (xyz)^{-2} = x^{-2}y^{-2}z^{-2};$$

$$\text{ г) } (x^{-4}y^3)^{-1} = x^4y^{-3}; \text{ д) } (x^0y^{-1}z^{-3})^2 = y^{-2}z^{-6};$$

$$5) \text{ a) } \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = a^{-2}b^2; \text{ б) } \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1} = a^{-2}b; \text{ в) } \left(\frac{a^{-3}}{b^{-1}}\right)^2 = a^{-6}b^2;$$

$$\text{ г) } \left(\frac{a^0}{b^{-4}}\right)^{-5} = b^{-20}; \text{ д) } \left(\frac{a^{-1}}{b^3c^{-2}}\right)^3 = a^{-3}b^{-9}c^6.$$

2.

1) a) $3^7 \cdot 3^6 = 3$; б) $7^{-9} \cdot 7^8 = 7^{-1} = \frac{1}{7}$;

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$; г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{14} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-16} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 16$;

2) a) $2^5 \cdot 2^6 = 2^{-1} = \frac{1}{2}$; б) $5 \cdot 5^{-2} = 5^3 = 125$;

в) $6^{-9} \cdot 6^{-11} = 6^2 = 36$; г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = 1$

3) a) $(3^2)^{-1} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$; б) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$;

в) $(0,1^{-2})^6 = 0,1^{-12} = 1000000000000$; г) $\left(\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}\right)^0 = 1$;

4) a) $-17 \cdot 34^{-1} = -\frac{17}{34} = -\frac{1}{2}$; б) $-10 \cdot 2^{-3} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$;

в) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} - 0,01^{-1} = 64 - 100 = -36$; г) $6^{-2} + 24^{-1} = \frac{1}{36} + \frac{1}{24} = \frac{5}{72}$;

5) a) $32 \cdot 2^{-6} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$; б) $27 \cdot (3^{-2})^2 = \frac{27}{81} = \frac{1}{3}$;

в) $7^{-8} \cdot 7^9 = 49 = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$; г) $25^{-2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} = 5^{-4} \cdot 5^6 = 5^2 = 25$;

6) a) $-81^{-2} \cdot 27^2 = 3^{-8} \cdot 3^6 = 3^{-2} = \frac{1}{9}$;

б) $16^{-5} \cdot 8^{-6} = 2^{-20} \cdot 2^{-18} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$;

в) $\frac{(-6)^{-9} \cdot 6^{-7}}{6^{-15}} = -6^{-1} = -\frac{1}{6}$; г) $\frac{4^{-6} \cdot 16^{-5}}{8^{-10}} = \frac{2^{-12} \cdot 2^{-20}}{2^{-30}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$.

3.

1) a) $6x^{-5}y^7 \cdot 2,5x^7y^{-6} = 15x^2y$; б) $0,8a^{-6}b^4 \cdot 5a^{12}b^{-4} = 4a^6$;

2) a) $3,2a^6b : (0,8a^3b^{-3}) = 4a^3b^2$; б) $3\frac{1}{2}m^{-8}n^{-7} : \left(-\frac{7}{8}m^{-5}n^{-7}\right) = -4m^{-3}$;

3) a) $\frac{13x^{-4}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{52x^{-5}} = \frac{1}{4}xy^{-5}$; б) $\frac{21a^{-4}}{10b^6} \cdot \frac{5b^{-6}}{7a^{-8}} = \frac{3}{2}a^4b^{-12}$;

74

$$4) \text{ а) } \left(\frac{9m^{-3}}{5n^{-1}}\right)^{-2} \cdot 81m^{-6}n^3 = 25n; \quad \text{б) } \left(\frac{2x^4}{y^9}\right)^{-3} \cdot (x^{-2}y)^{-6} = \frac{1}{8}y^{21}.$$

4.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{14^n}{2n^{-2} \cdot 7^n} &= \frac{14^n}{14^n \cdot 2^{-2}} = 4; & \text{б) } \frac{36^{n+1}}{6^{2n+1}} &= \frac{6^{2n+2}}{6^{2n+1}} = 6; \\ \text{в) } \frac{x^{6n}y^{n+3}}{x^{2n}y^{n+4}} &= \frac{x^{4n}}{x^{2n}y^{n+4}} = \frac{x^{4n}}{y}; & \text{г) } \frac{a^{-2n} + a^n}{a^{-n}} &= a^{-n} + a^{2n}; \\ \text{д) } \frac{6^{n+1} + 6^{n+1}}{37} &= \frac{6^{n+1}(1+6^2)}{37} = 6^{n+1}; & \text{е) } \frac{5^n + 1}{5^n + 1} &= \frac{5^n(1+5^{-n})}{5^{-n} + 1} = 5^n. \end{aligned}$$

5.

$$\text{а) } \frac{a^7 a^{13}}{a^{-3} + a^3} = \frac{a^{10}(a^{-3} + a^3)}{a^{-3} + a^3} = a^{10}; \quad \text{б) } \frac{x^4 + 2x^6 + x^7}{2 + x + x^{-2}} = \frac{x^6(x^{-2} + 2 + x)}{x^{-2} + 2 + x} = x^6.$$

C - 46

1.

$$\text{а) } 100 \cdot 10^{-5} = 10^{-3}; \quad \text{б) } 10^8 \cdot 10^{-6} = 10^2;$$

$$\text{в) } 10^{-6} : 10^{-12} = 10^6; \quad \text{г) } (10^{-3})^5 = 10^{-15}.$$

2.

$$1) \text{ а) } 70000 = 7 \cdot 10^4; \quad \text{б) } 240000 = 2,4 \cdot 10^5;$$

$$\text{в) } 6060000 = 6,06 \cdot 10^6; \quad \text{г) } 823 = 8,23 \cdot 10^2;$$

$$2) \text{ а) } 60,3 = 6,03 \cdot 10^1; \quad \text{б) } 509,2 = 5,092 \cdot 10^2;$$

$$\text{в) } 14200,5 = 1,42005 \cdot 10^4; \quad \text{г) } 97,01 = 9,701 \cdot 10^1;$$

$$3) \text{ а) } 0,56 = 5,6 \cdot 10^{-1}; \quad \text{б) } 0,00018 = 1,8 \cdot 10^{-4};$$

$$\text{в) } 0,000008 = 8 \cdot 10^{-6}; \quad \text{г) } 0,0362 = 3,62 \cdot 10^{-2};$$

$$4) \text{ а) } 28 \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^6; \quad \text{б) } 563 \cdot 10^{-4} = 5,63 \cdot 10^{-2};$$

$$\text{в) } 0,031 \cdot 10^6 = 3,1 \cdot 10^4; \quad \text{г) } 0,0077 \cdot 10^{-2} = 7,7 \cdot 10^{-5}.$$

3.

$$1) \text{ а) } (2,8 \cdot 10^5) \cdot (2,5 \cdot 10^{-7}) = 7 \cdot 10^{-2};$$

$$\text{б) } (1,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (9,2 \cdot 10^{-4}) = 13,8 \cdot 10^{-7} = 1,38 \cdot 10^{-6};$$

$$2) \text{ а) } (5,7 \cdot 10^4) : (3,8 \cdot 10^{-3}) = 1,5 \cdot 10^7;$$

$$\text{б) } (1,56 \cdot 10^{-2}) : (2,6 \cdot 10^{-6}) = 0,6 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^3;$$

$$3) \text{ а) } 6,2 \cdot 10^{-2} + 4,8 \cdot 10^{-2} = 11 \cdot 10^{-2} = 1,1 \cdot 10^{-1};$$

$$\text{б) } 5,1 \cdot 10^5 + 2,9 \cdot 10^6 = 5,1 \cdot 10^5 + 29 \cdot 10^5 = 34,1 \cdot 10^5 = 3,41 \cdot 10^6.$$

4.

а) $3,7 \cdot 10^5 > 2,95 \cdot 10^5$; б) $1,1 \cdot 10^{-7} < 3 \cdot 10^{-7}$;

в) $4,9 \cdot 10^8 > 9,7 \cdot 10^7$; г) $7,3 \cdot 10^{-6} < 5,2 \cdot 10^{-5}$.

5. а) -11; б) -17; в) -3; г) 10.

6. а) -3 или -2; б) 19 или 18; в) 8.

С – 47

1.

а) Дабс. = 0,3 ; Дотн. = $\frac{0,3}{15} = 0,02$; б) Дабс. = 0,05; ; Дотн. = $\frac{0,05}{2,5} = 0,02$;

в) Дабс. = 4; ; Дотн. = $\frac{4}{500} = 0,008$;

г) Дабс. = 0,0018; Дотн. = $\frac{0,0018}{0,36} = 0,005$.

2.

1) а) $45 \leq y \leq 47$; б) $384 \leq y \leq 394$; в) $1710 \leq y \leq 1780$;

2) а) $8,8 \leq y \leq 9$; б) $17,3 \leq y \leq 18,3$; в) $17,9 \leq y \leq 23,2$;

3) а) $10,53 \leq y \leq 10,83$; б) $0,55y \leq y \leq 0,063$; в) $0,0616 \leq y \leq 0,0806$.

3.

1) а) Дабс. $\leq 0,5$; б) Дабс. $\leq 0,05$; в) Дабс. $\leq 0,0005$; г) Дабс. $\leq 0,00005$;

2) а) Дабс. $\leq 0,00001$; б) Дабс. $\leq 0,005$; в) Дабс. $\leq 0,05$; г) Дабс. $\leq 0,0005$.

4.

а) до 1; б) до 0,001; в) до 0,1; г) до 0,01; д) до 0,01; е) до 0,001.

5.

а) Дабс. ≤ 50 ; б) Дабс. ≈ 500000 ;

в) Дабс. $\leq 0,000000005$; г) Дабс. $\leq 0,00005$.

6.

а) Дотн. $\leq \frac{0,05}{4,8} = \frac{5}{480}$; б) Дотн. $\leq \frac{0,05}{7,1} = \frac{5}{710}$;

в) Дотн. $\leq \frac{0,005}{1,356} = \frac{5}{13560}$; г) Дотн. $\leq \frac{0,005}{5,9} = \frac{5}{5900}$.

7.

Для колибри: Дабс. = $0,05 \cdot 10^{-3} = 0,00005$; Дотн. = $\frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{1,7 \cdot 10^{-3}} = \frac{5}{170}$;

Для кита: Дабс. = $0,005 \cdot 10^5 = 500$; Дотн. = $\frac{0,005 \cdot 10^5}{1,45 \cdot 10^5} = \frac{5}{1450}$.

Приближение для кита – точнее (относительно).

С – 48

1. а) 0,03; б) 0,0405; 0,0595; в) $\frac{1}{154}$; г) 0,0(3).

2. а) 0,04; б) 0,1; в) 0,047; г) 0,48.

3.

1) а) $6 \leq y \leq 8$; б) $24 \leq m \leq 30$; в) $2200 \leq a \leq 2400$;

2) а) $22,9 \leq c \leq 23,1$; б) $16 \leq x \leq 17$; в) $11,6 \leq b \leq 12,4$;

3) а) $5,81 \leq b \leq 5,83$; б) $30,37 \leq z \leq 30,47$; в) $6,173 \leq n \leq 6,175$.

4.

1) а) $x = 20 \pm 2$; б) $x = 10,5 \pm 0,5$;

2) а) $x = 5,9 \neq 0,1$; б) $x = 15,7 \pm 0,1$;

3) а) $x = 3,61 \pm 0,03$; б) $x = 24,55 \pm 0,25$

5.

Так как $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} = a$ и $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} = b$ и $x = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$, то $x \approx a$ и

$x \approx b$, что и требовалось доказать.

С – 49

1.

1) а) $35,7 \approx 36$; б) $289 \approx 290$;

2) а) $82,3591 \approx 82,36$; б) $0,53748 \approx 0,537$;

3) а) $3847,5 \approx 3800$; б) $384795 \approx 1,3848$.

2.

1) а) $\frac{5}{6} = 0,83333... \approx 0,833$; б) $\frac{1}{7} = 0,14285... \approx 0,143$;

в) $\frac{4}{15} = 0,2666... \approx 0,267$; г) $1\frac{5}{11} = 1,4545... \approx 1,455$;

д) $20\frac{6}{13} = 20,4615... \approx 20,462$; е) $2\frac{7}{19} = 2,3684... \approx 2,368$;

2) а) Абс. = 0,000(3); б) Абс. = 0,000142...; в) Абс. = 0,000(3);

г) Абс. = 0,000(45); д) Абс. = 0,000461538...; е) Абс. = 0,000(3).

3.

$\frac{5}{13} - 0,01 = 0,3746...$, а $\frac{5}{13} \cdot 0,01 = 0,3946...$, $0,3746 < 0,38 < 0,3946$

и $0,3746 < 0,39 < 0,3946$, так что являются приближением числа $\frac{5}{13}$ с

точностью до 0,01, а 0,38 – еще является приближением числа $\frac{5}{13}$ с

точностью до 0,005, т.к. $\frac{5}{13} - 0,005 < 0,38 < \frac{5}{13} + 0,005$.

С – 50

1.

- а) $2,1 \approx 2$; б) $5,12 \approx 5$; в) $9,736 \approx 10$; г) $49,54 \approx 50$;
 $\Delta_{\text{отн.}} = 0,05$; $\Delta_{\text{отн.}} = 0,024$; $\Delta_{\text{отн.}} = 0,0264$; $\Delta_{\text{отн.}} = 0,0092$.

2.

$$2\frac{5}{8} = 2,625 \approx 2,63; \text{ , } \Delta_{\text{абс.}} = 0,005; \Delta_{\text{отн.}} = 0,0019\dots$$

$$14\frac{11}{16} = 14,6875 \approx 14,69, \Delta_{\text{абс.}} = 0,0025; \Delta_{\text{отн.}} = 0,00017\dots$$

3.

$$\Delta_{\text{отн.}} = \frac{10_{\text{км}}}{6380_{\text{км}}} = \frac{1}{638}.$$

4.

$$\text{Для } L: \Delta_{\text{отн.}} = \frac{5}{3530} = \frac{1}{706}. \text{ Для } d: \Delta_{\text{отн.}} = \frac{1}{38}.$$

Качество измерения L – точнее.

С – 51

1.

- 1) а) $m \approx 7,3, n \approx 0,58, m+n \approx 7,9$; б) $m \approx 0,24, n \approx 1,2, m+n \approx 1,4$;
 2) а) $m \approx 16, n \approx 15,9, m+n \approx 32$; б) $m \approx 250, n \approx 76,4, m+n \approx 326$;
 3) а) $m \approx 5,635, n \approx 24,36, m+n \approx 30,00$;
 б) $m \approx 0,8653, n \approx 1,135, m+n \approx 2,000$;
 4) а) $m \approx 3,7 \cdot 10^3, n \approx 2,6 \cdot 10^2, m+n \approx 4,0 \cdot 10^3$;
 б) $m \approx 6 \cdot 10^{-5}, n \approx 7,0 \cdot 10^{-4}, m+n \approx , m+n \approx 7,6 \cdot 10^{-4}$.

2.

- 1) а) $z \approx 5m3, t \approx 0,94, z-t \approx 4,4$; б) $z \approx 3,3, t \approx 0,86, z-t \approx 2,4$;
 2) а) $z \approx 34,6, t \approx 28, z-t \approx 7$; б) $z \approx 628, t \approx 69,1, z-t \approx 559$;
 3) а) $z \approx 47,35, t \approx 8,442, z-t \approx 38,91$;
 б) $z \approx 7,576, t \approx 0,8657, z-t \approx 6,710$;
 4) а) $z \approx 2,1 \cdot 10^{-4}, t \approx 6,5 \cdot 10^3, z-t \approx 1,5 \cdot 10^4$;
 б) $z \approx 1,0 \cdot 10^{-5}, t \approx 4 \cdot 10^{-6}, z-t \approx 0,6 \cdot 10^{-6}$.

3.

- 1) а) $a \approx 4,0, b \approx 1,60, ab \approx 6,4$; б) $a \approx 25, b \approx 0,600, ab \approx 15$;
 2) а) $a \approx 1,1 \cdot 10^5, b \approx 7 \cdot 10^8, ab \approx 8 \cdot 10^{13}$;
 б) $a \approx 5,0 \cdot 10^{-3}, b \approx 2,40 \cdot 10^{-6}, ab \approx 1,2 \cdot 10^{-8}$;
 3) а) $a \approx 3,80 \cdot 10^{-4}, b \approx 1,050 \cdot 10^7, ab \approx 399 \cdot 10^3$;
 б) $a \approx 6,824 \cdot 10^9, b \approx 3,5 \cdot 10^{-8}, ab \approx 2,4 \cdot 10^2$.

4.

1) а) $x \approx 5,70$, $y \approx 3,0$; $\frac{x}{y} \approx 1,9$; б) $x \approx 33,690$, $y \approx 1,8$, $\frac{x}{y} \approx 2,1$;

2) а) $x \approx 1,50 \cdot 10^{10}$, $y \approx 6 \cdot 10^8$, $\frac{x}{y} \approx 30$;

б) $x \approx 1,80 \cdot 10^{-2}$, $y \approx 1,2 \cdot 10^3$, $\frac{x}{y} \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$;

3) а) $x \approx 5,200 \cdot 10^4$, $y \approx 2,08 \cdot 10^7$, $\frac{x}{y} \approx 2,50 \cdot 10^{-3}$;

б) $x \approx 1,170 \cdot 10^{-6}$, $y \approx 4,5 \cdot 10^{-4}$, $\frac{x}{y} \approx 2,6 \cdot 10^{-3}$.

5.

а) $a + b - c \approx 29,6$, при $a \approx 36,4$, $b \approx 4,752$ и $c \approx 11,51$;

б) $x - y - z \approx 1,5 \cdot 10^5$, при $x \approx 2,7 \cdot 10^5$, $y \approx 3,250 \cdot 10^4$, $z = 8,40 \cdot 10^4$;

в) $ac - 3c \approx 6$, при $a \approx 6,20$, $c \approx 2$;

г) $\frac{p-q}{p+q} \approx 0,81$, при $p \approx 47 \cdot 10^{-3}$, $q = 5 \cdot 10^{-4}$.

6. $V = \frac{m}{g} \approx \frac{6,0 \cdot 10^{24}}{5518} \approx 1,1 \cdot 10^{21} (\text{м}^3)$. Ответ: $\approx 1,1 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$.

С – 52

1.

$$y = x^3 - 5x, y(-5) = -100; y(-1) = 4; y(0) = 0; y\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{124}{125}; y(5) = 100.$$

2. $y = (3x - 5)(x + 2)$

1) а) $y(-5) = 60$; б) $y(-2,5) = 6,25$; в) $y(0) = -10$; г) $y(4) = 56$;

2) а) $y = -10$ при $(3x - 5)(x + 2) = -10$. $3x^2 + x = 0$, $x = 0$ и $x = -\frac{1}{3}$;

б) $y = -6$ при $(3x - 5)(x + 2) = -6$, $3x^2 + x - 4 = 0$, $x = \frac{-1 \pm 5}{6}$,

$$x = -1 \text{ и } x = \frac{2}{3};$$

в) $y = 0$ при $(3x - 5)(x + 2) = 0$; $x = \frac{5}{3}$ и $x = -2$;

г) $y = 4$ при $(3x - 5)(x + 2) = 4$, $3x^2 + x - 14 = 0$, $x = \frac{-1 \pm 13}{6}$,

$$x = 2 \text{ и } x = -\frac{7}{3}.$$

3.

$$P(x) = 2(x + 3x) = 8x(\text{см}), \quad S(x) = x^3x = 3x^2 = (\text{см}^2).$$

$$P(12) = 96(\text{см}), \quad S(12) = 432(\text{см}^2)$$

4.

1)

x	-4	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	6
$y = 8x - 5$	-37	-13	-5	3	11	15	43

2)

x	-4	-3	0	1	2	4
$y = \frac{x-2}{x+5}$	-8	-2,5	-0,4	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{2}{9}$

5.

а) $y(-2) = -3$; $y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$; $y(1) = 2,5$; $y(5) = -1$;

б) $y = -1$ при $x = -1,5$ и $x = 5$; $y = 0$ при $x = -1$, $x = 4$ и $x = 6$,

$y = 2$ при $x = 0,5$, $x = 3$ и $x = 8$;

в) $y > 0$ при $-1 < x < 4$ и $6 < x \leq 8$; г) $y < 0$ при $-2 \leq x < -1$ и $4 < x < 6$.

6.

а) см. рис. 24.а.;

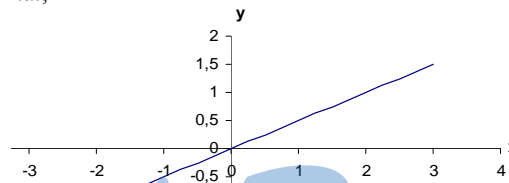


Рис. 24а

б) см. рис. 24.б.;

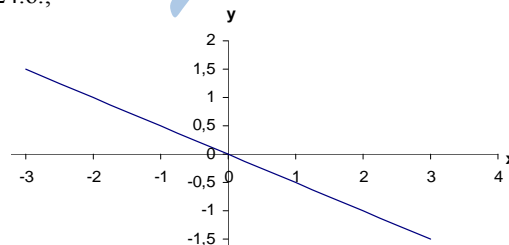


Рис. 24б

в) см. рис.24 в.;

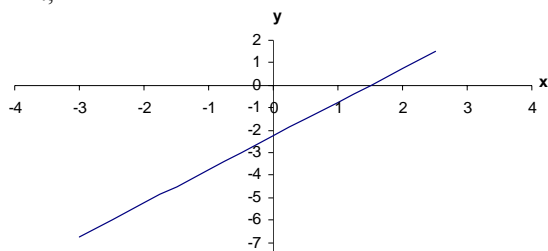


Рис. 24в

г) см. рис. 24. г.;

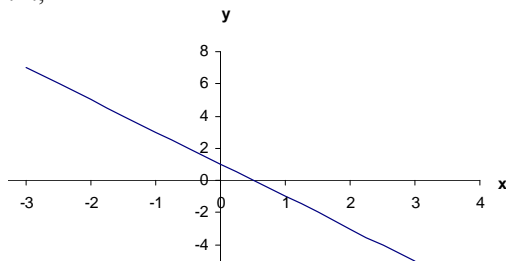


Рис. 24г

д) см. рис.24 д.;

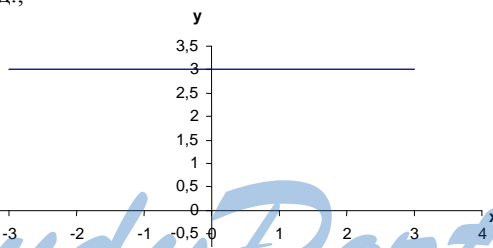


Рис. 24д

е) см. рис. 24. е.

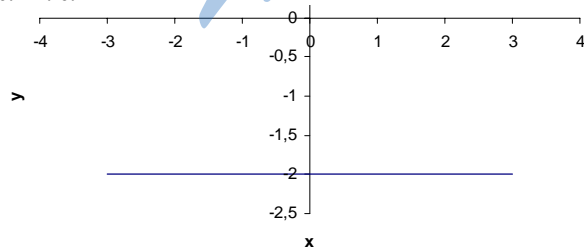


Рис. 24е

7. $y = 40x - 75$;

A (2, 5) принадлежит графику функции, B (-3; -195) – принадлежит графику, C $\left(\frac{1}{8}; 70\right)$ – не принадлежит графику.

8. $y_1 = 3x - 1$, $y_2 = -7x + 19$ и $y_3 = 0,5x + 4$;

$y_1 = y_2$ при $3x - 1 = -7 + 19$, $x = 2$; $y_2 = y_3$ при $-7x + 19 = 0,5x + 4$, $x = 2$.

Значит графики функций y_1 , y_2 и y_3 проходят через точку (2; 5), ч.т.д.

9.

$y = kx + b$, A(3; 7) – принадлежит графику, значит $7 = 3k + b$,

B(-2; -3) – принадлежит графику, значит $-3 = -2k + b$;

$$\begin{cases} 3k + b = 7 \\ -2k + b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3k + b = 7 \\ 5k = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Ответ: $k=2$ и $b=1$.

10.

$y = kx + b$, где $k = 15$, так как прямая параллельна прямой $y = 15x - 23$,

а так как $y = 0$ – принадлежит графику функции, то $10 = 15 \cdot \frac{1}{3} + b$, откуда $b=5$. Ответ: $y = 15x + 5$.

С – 53

1.

$y = x^2 - 2x - 8$, $y = -8$ при $x^2 - 2x - 8 = -8$, $x^2 - 2x = 0$, $x = 0$ и $x = 2$,

$y = -5$ при $x^2 - 2x - 8 = -5$, $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x = -1$ и $x = 3$;

$y = 0$ при $x^2 - 2x - 8 = 0$, $x = -2$ и $x = 4$;

$y = 7$ при $x^2 - 2x - 8 = 7$, $x^2 - 2x - 15 = 0$, $x = -3$ и $x = 5$.

2.

а) -3; 5; б) -3; 0; в) $-\sqrt{5}$; г) 0,5 и 5.

3.

а) $x^2 - 12x + 36 = 0$, $x = 6$; б) $x^2 - 9 = 0$, $x = \pm 3$;

в) $6x^2 + x - 1 = 0$, $x = \frac{-1 \pm 5}{12}$, $x = \frac{1}{2}$ и $x = \frac{1}{3}$;

г) $3x^2 - 4x + 2 = 0$, – решений нет.

4.

а) $p = -8$, $q = 15$; б) $p = 2$, $q = 0$; в) $p = 0$, $q = -7$; г) $p = -6$, $q = 5$.

5.

а) $x^2 - 7x + 9 = -2x + 3$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x = 2$ и $x = 3$; (2; -1) и (3; -3);

б) $2x^2 - 8x + 13 = 4x - 3$, $2x^2 - 12x + 16 = 0$, $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x = 2$ и $x = 4$; (2; 5) и (4; 13);

$$в) 3x^2 - x - 1 = 5x + 6; 3x^2 - 6x - 7 = 0, x = \frac{6 \pm 2\sqrt{30}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{30}}{3};$$

$$\left(1 + \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 + \frac{5\sqrt{30}}{3}\right) \text{ и } \left(1 - \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 - \frac{5\sqrt{30}}{3}\right);$$

$$г) x^2 - 3x - 7 = 5x - 27; x^2 - 8x + 20 = 0, \text{ решений нет.}$$

С – 54

1. см. рис.25

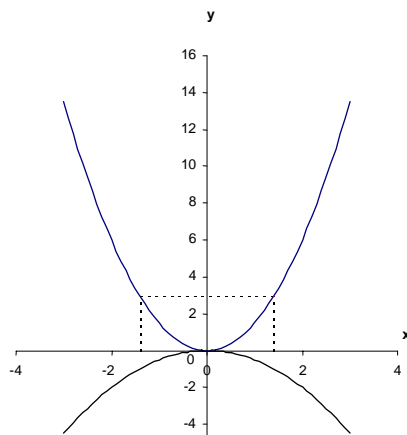


Рис. 25

1) а) $y = 1,5x^2$; б) $y = 1,5x^2$;

2) а) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$; б) $x < -2$ и $x > 2$; в) x – любое; г) решений нет.

2.

$y = 5x^2$, $A(-8; 320)$ – принадлежит графику функции; $B(3; 45)$ – принадлежит графику функции; $C(-5; -125)$ – не принадлежит графику.

3.

а) $8x^2 = 2x + 1, 8x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{2 \pm 6}{16}, x = \frac{1}{2}$ и

$$x = -\frac{1}{4}, \left(\frac{1}{2}; 2\right) \text{ и } \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right);$$

б) $8x^2 = 16x, 8x(x - 2) = 0, x = 0$ и $x = 2$; $(0; 0)$ и $(2; 32)$;

в) $8x^2 = 32, x = \pm 2$; г) $8x^2 = 0, x = 0$ $(0; 0)$.

4. а) возрастающая; б) убывающая; в) не является; г) не является.

5. $y = 0,25x^2$ при $-4 \leq x \leq 2$; $y_{\text{наим.}} = 0, y_{\text{наиб.}} = 4$.

С – 55

1.

1) а) (4; 5); б) (-7; -9); в) (0; 12); г) (1; 0).

2) а) $y = x^2 - 6x + 8$, $y = (x-3)^2 - 1$, (3; -1); б) (0; 4);

в) $y = -2x^2 + x + 10$, $y = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{81}{8}\right)$;

г) $y = 4x^2 - 8x$, $y = 4(x-1)^2 - 4$, (1; -4).

2.

а) (0; 6) – с осью ординат; $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x = 2$ и $x = 3$,
(2; 0) и (3; 0) – с осью абсцисс;

б) (0; 12) – с осью ординат; $-2x^2 - 5x + 12 = 0$, $x = -4$ и $x = \frac{3}{2}$, $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ и

(-4; 0) – с осью абсцисс;

в) (0; 0) – с осью ординат; $x^2 - 4x = 0$, $x = 0$ и $x = 4$,

(0; 0) и (4; 0) – с осью абсцисс;

г) (0; 12) – с осью ординат; $-3x^2 + 12 = 0$, $x = \pm 2$,

(-2; 0) и (2; 0) – с осью абсцисс.

3. см. рис. 26

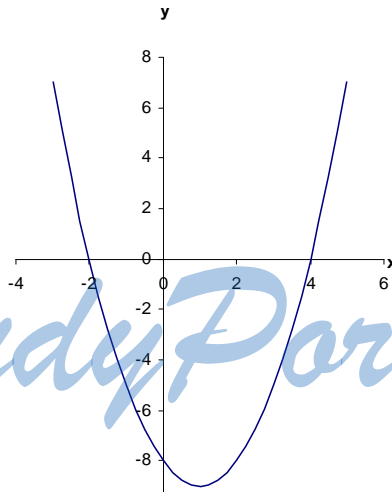


Рис. 26

а) $y(-2,5) = -2,75$; $y(1,5) = -8,75$; $y(3) = -5$;

б) $y = 7$ при $x = 5$ и $x = -3$; $y = -3$ при $x \approx -1,5$ и $x \approx 2,5$;

в) $y = 0$ при $x = -2$ и $x = 4$, $y > 0$ при $-2 < x < 4$; $y > 0$ при $x < -2$ и $x > 4$;

г) y – возрастает при $x > 1$, y – убывает при $x < 1$;

д) y принимает наименьшее значение при $x = 1$.

4.

$y = x^2 - 11x + 24$, А (2; 6) – принадлежит графику функции, В(-1; 36) – принадлежит графику функции, С(-2; -278) – не принадлежит.

5.

$y = 25x^2 - 30x + 8$, $y = (5x - 3)^2 - 1$, поэтому y – принимает наименьшее значение $y = -1$ при $5x - 3 = 0$, то есть $x = \frac{3}{5}$.

6.

$y = x^2 + px + q$, А(2; -5) и В(-1; 16) – принадлежит графику функции, значит

$$\begin{cases} -5 = 4 + 2p + q \\ 16 = 1 - p + q \end{cases}, \begin{cases} 2p + q = -9 \\ q - p = 15 \end{cases}, \begin{cases} 3p = -24 \\ q = 15 + p \end{cases}, \begin{cases} p = -8 \\ q = 7 \end{cases}$$

С – 56

1. а) -3; 0; 2; б) -3; 2; в) 0.

2. график см. рис. 27

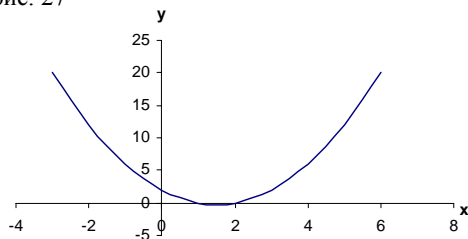


Рис. 27

а) $x^2 - 3x + 2 > 0$, то есть $y > 0$ при $x < 1$ и $x > 2$;

б) $x^2 - 3x + 2 < 0$, то есть $y < 0$ при $1 < x < 2$.

3.

а) строим график функции $y = 3x^2 + 2x - 1$ (см. рис. 28.а)

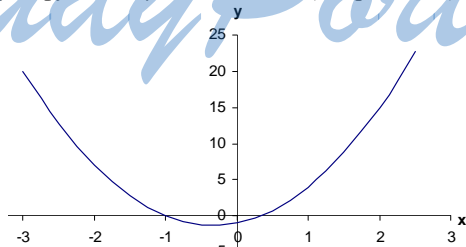


Рис. 28а

$3x^2 + 2x - 1 > 0$, то есть $y < 0$ при $x < -1$ и $x > \frac{1}{3}$;

б) строим график функции $y = x^2 - 4$ (см. рис. 28.б);

$x^2 - 4 < 0$, то есть $y < 0$ при $-2 < x < 2$;

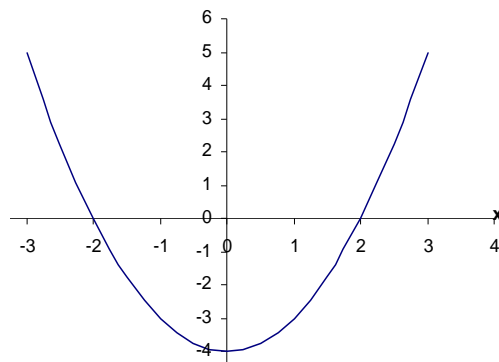


Рис. 28б

в) строим график функции $y = x^2 + 4$ (см. рис. 28. в);

$x^2 + 4 > 0$, то есть $y > 0$ при любом x .

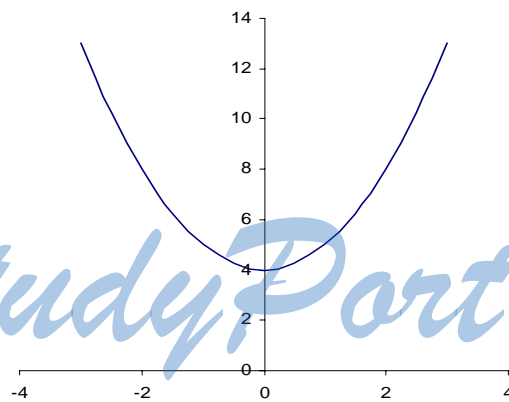


Рис. 28в

4.

1) а) $x^2 - 49 > 0, x^2 > 49, x < -7$ и $x > 7$;

б) $x^2 - 25 < 0, x^2 < 25, -5 < x < 5$;

в) $x^2 + 6 < 0, x^2 < -6$ – решений нет;

г) $x^2 + 12 > 0, x^2 > -12 - x$ – любое;

86

$$2) \text{ а) } x^2 - 3x > 0, x(x-3) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}, x > 3 \text{ или } x < 0;$$

$$\text{ б) } x^2 + 6x < 0, x(x+6) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x+6 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x+6 > 0 \end{cases}, -6 < x < 0;$$

$$\text{ в) } x^2 + 0,5x > 0, x(x+0,5) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x+0,5 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x+0,5 < 0 \end{cases},$$

$$x > 0 \text{ или } x < -0,5;$$

$$\text{ г) } x^2 - 1,6x < 0, x(x-1,6) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-1,6 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 0 \\ x-1,6 > 0 \end{cases}, 0 < x < 1,6;$$

$$3) \text{ а) } x^2 - 6x + 7 > 0, (x-3)^2 - 2 > 0, (x-3)^2 > 2, x-3 < -\sqrt{2} \text{ и}$$

$$x-3 > \sqrt{2}, x > 3 \pm \sqrt{2};$$

$$\text{ б) } 2x^2 - x - 6 > 0, 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 6\frac{1}{8} > 0, \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 > \frac{49}{16}, x - \frac{1}{4} < -\frac{7}{4} \text{ и}$$

$$x - \frac{1}{4} > \frac{7}{4}, x < \frac{3}{2} \text{ и } x > 2.;$$

$$\text{ в) } x^2 + 4x + 11 < 0, (x+2)^2 + 7 < 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{ г) } 2x^2 - 4x + 1 > 0, 2(x-1)^2 - 1 > 0, (x-1)^2 > \frac{1}{2}, x-1 < \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ и}$$

$$x-1 > \frac{-1}{\sqrt{2}}, x < 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ и } x > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\text{ д) } 4x^2 - 12x + 9 > 0, 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 > 0, x \neq \frac{3}{2}, \text{ то есть } x < \frac{3}{2} \text{ и } x > \frac{3}{2};$$

$$\text{ е) } 25x^2 - 40x + 16 < 0, (5x-4)^2 < 0 - \text{решений нет.}$$

5.

$$\text{ а) } x^2 > 25, x < -5 \text{ и } x > 5; \text{ б) } 0,5x^2 \leq 32, x^2 \leq 64, -8 \leq x \leq 8;$$

$$\text{ в) } 0,3x^2 < 0,6x, 0,3x(x-2) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases},$$

$$\text{ то есть } 0 < x < 2;$$

$$\text{ г) } \frac{1}{3}x^2 > x, \frac{1}{3}x(x-3) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases},$$

$$\text{ то есть } x > 3 \text{ или } x < 0.$$

6.

а) $(3x-2)^2 > 3x\left(x-\frac{1}{2}\right)$, $6x^2 - 10,5x + 4 > 0$, $6\left(x-\frac{21}{24}\right)^2 - \frac{19}{32} > 0$,

$$\left(x-\frac{7}{8}\right)^2 > \frac{19}{192}, \quad x-\frac{7}{8} < -\frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad x-\frac{7}{8} > \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}},$$

$$x < \frac{7}{8} - \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad x > \frac{7}{8} + \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}};$$

б) $(x+2)^2 > 2x(x+3)+5$, $x^2+2x+1 < 0$, $(x+1)^2 > 0$ – решений нет

в) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0$, $x^2 + 2x - 24 < 0$, $(x-4)(x+6) < 0$, $\begin{cases} x-4 > 0 \\ x+6 < 0 \end{cases}$

или $\begin{cases} x-4 < 0 \\ x+6 > 0 \end{cases}$, то есть $-6 < x < 4$;

г) $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15}$, $3x^2 + 10x - 8 > 0$, $(x+4)(3x-2) > 0$, $\begin{cases} x+4 > 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases}$

или $\begin{cases} x+4 < 0 \\ 3x-2 < 0 \end{cases}$ то есть $x > \frac{2}{3}$ и $x < -4$.

7.

а) $\begin{cases} x^2 + 7x - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} (x+8)(x-1) < 0 \\ x > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x > 0 \end{cases}$, $0 < x < 1$;

б) $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 > 0 \\ 2x - 6 > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} (2x-1)(x+3) > 0 \\ x > 3 \end{cases}$, $x > 3$;

в) $\begin{cases} x^2 - 12x < 0 \\ 3x - 15 > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x(x-12) < 0 \\ x > 5 \end{cases}$, $\begin{cases} x-12 < 0 \\ x > 5 \end{cases}$, $5 < x < 12$.

8.

а) при $x^2 - 7x + 6 \geq 0$, $(x-1)(x-6) \geq 0$, $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x-6 \leq 0 \end{cases}$,

то есть при $x \geq 6$ и $x \leq 1$;

б) при $3x^2 - 12x > 0$, $3x(x-4) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x-4 > 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x < 0 \\ x-4 < 0 \end{cases}$,

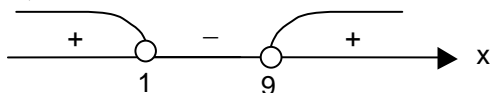
то есть при $x > 4$ и $x < 0$;

в) при $\begin{cases} x^2 - 25 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x \leq -5, x \geq 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$, то есть $x \geq 5$.

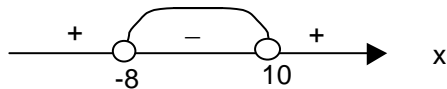
88

1.

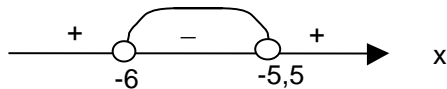
1) а) $(x-9)(x-1) > 0$, $x < 1$ и $x > 9$;



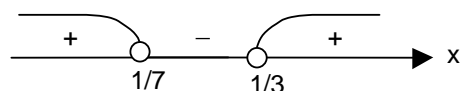
б) $(x+8)(x-10) < 0$, $-8 < x < 10$;



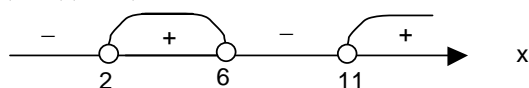
в) $(x+6)(x+5,5) < 0$, $-6 < x < -5,5$;



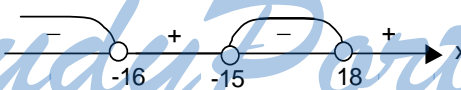
г) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{7}\right) > 0$, $x < \frac{1}{7}$ и $x > \frac{1}{3}$;



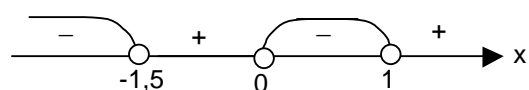
2) а) $(x-2)(x-6)(x-11) > 0$, $2 < x < 6$ и $x > 11$.



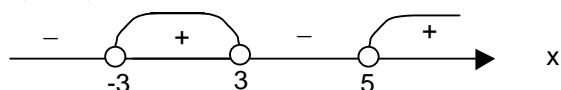
б) $(x-18)(x+16)(x+15) < 0$, $x < -16$ и $-15 < x < 18$;



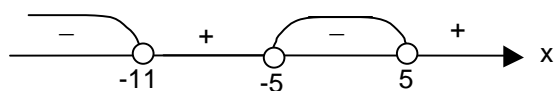
в) $x(x-1)(x+1,5) < 0$, $x < -1,5$ и $0 < x < 1$.



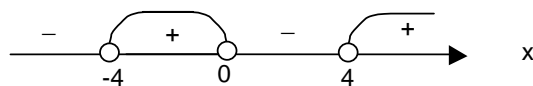
3) а) $(x-5)(x^2-9) > 0$, $(x-5)(x-3)(x+3) > 0$, $-3 < x < 3$ и $x > 5$;



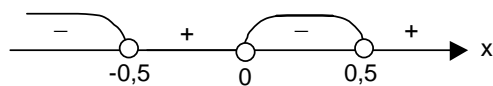
б) $(x^2 - 25)(x + 11) < 0$, $(x - 5)(x + 5)(x + 11) < 0$, $x < -11$ и $-5 < x < 5$;



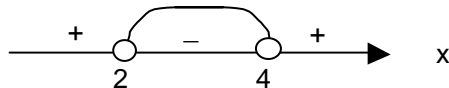
в) $x^3 - 16x > 0$, $x(x - 4)(x + 4) > 0$, $-4 < x < 0$ и $x > 4$;



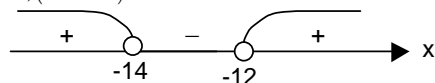
г) $x^3 - 0,25x < 0$, $x(x - 0,5)(x + 0,5) < 0$, $x < -0,5$ и $0 < x < 0,5$;



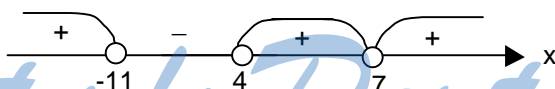
4) а) $(x^2 + 8)(x - 4)(x - 2) < 0$, $2 < x < 4$;



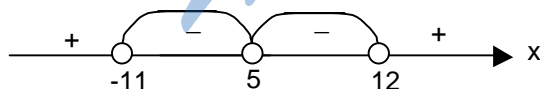
б) $(x + 14)(x + 12)(x^2 + 49) > 0$, $x < -14$ и $x > -12$;



в) $(x - 4)(x + 11)(x - 7)^2 > 0$, $x < -11$, $4 < x < 7$ и $x > 7$;

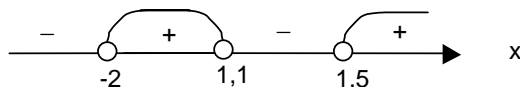


г) $(x - 5)^2(x - 12)(x + 11) < 0$, $-11 < x < 5$ и $5 < x < 12$.

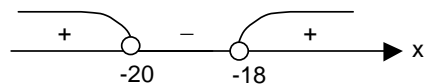


2.

а) при $(x + 2)(x - 1,1)(x - 1,5) > 0$, то есть при $-2 < x < 1,1$ и $x > 1,5$;

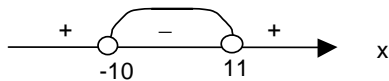


б) при $(x^2 + 7)(x + 18)(x + 20) > 0$, то есть при $x < -20$ и $x > -18$.

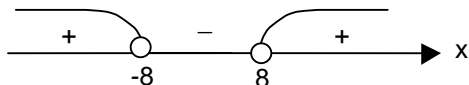


3.

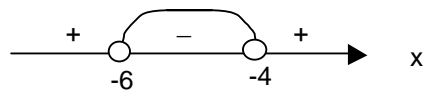
1) а) $\frac{x+10}{x-11} < 0$, $-10 < x < 11$;



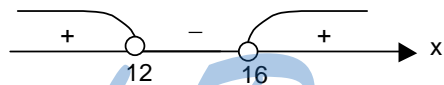
б) $\frac{x-8}{x+8} > 0$, $x > -8$ и $x > 8$;



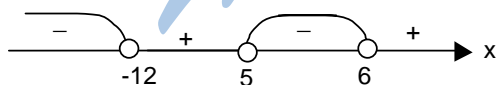
в) $\frac{x+4}{x+6} < 0$, $-6 < x < -4$;



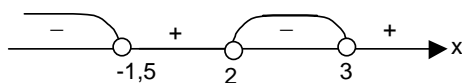
г) $\frac{x-12}{x-16} > 0$, $x < 12$ и $x > 16$;



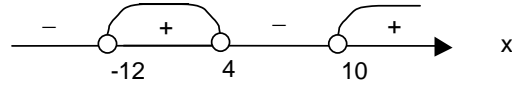
2) а) $\frac{(x-6)(x+12)}{x-5} < 0$, $x < -12$ и $5 < x < 6$;



б) $\frac{(x+1,5)(x-2)}{x-3} < 0$, $x < -1,5$ и $2 < x < 3$;

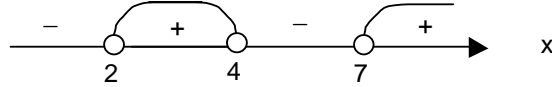


$$в) \frac{(x-4)(x-10)}{x+12} > 0, -12 < x < 4 \text{ и } x > 10.$$



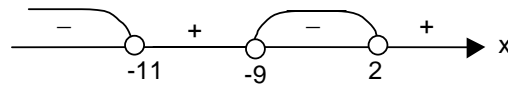
4.

$$1) а) (x^2 - 9x + 14)(x - 4) > 0, (x - 2)(x - 7)(x - 4) > 0, 2 < x < 4, x > 7;$$

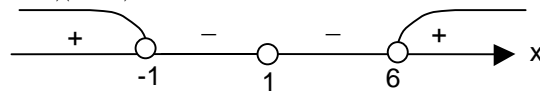


$$б) (x+11)(x^2 + 7x - 18) < 0, (x+11)(x-2)(x+9) < 0,$$

$$x < -11 \text{ и } -9 < x < 2$$

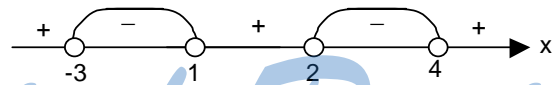


$$в) (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 1) > 0, (x - 1)^2(x - 6)(x + 1) > 0, x < -1 \text{ и } x > 6;$$

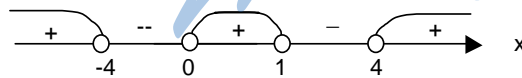


$$г) (x^2 - 6x + 8)(x^2 + 2x - 3) < 0, (x - 2)(x - 4)(x - 1)(x + 3) < 0,$$

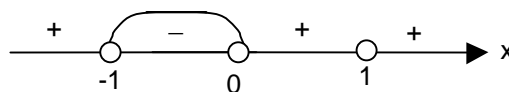
$$-3 < x < 1 \text{ и } 2 < x < 4.$$



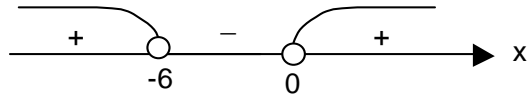
$$2) а) \frac{x^2 - x}{x^2 - 16} > 0, \frac{x(x-1)}{(x-4)(x+4)} > 0, x < -4, 0 < x < 1 \text{ и } x > 4;$$



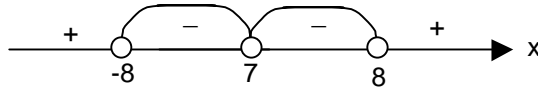
$$б) \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} < 0, \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} < 0, -1 < x < 0;$$



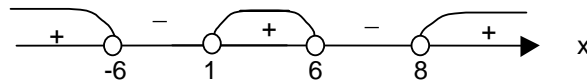
$$b) \frac{x^2 + 6x}{x^2 + 6} > 0, \frac{x(x+6)}{x^2 + 6} > 0, x < -6 \text{ и } x > 0;$$



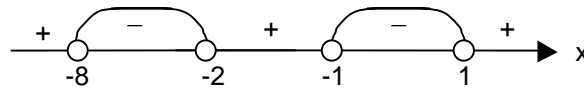
$$r) \frac{(x-7)^2}{x^2 - 64} < 0, \frac{(x-7)^2}{(x-8)(x+8)} < 0, -8 < x < 7 \text{ и } 7 < x < 8;$$



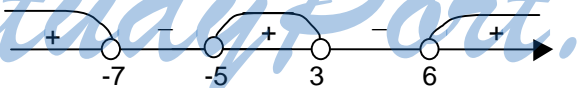
$$3) a) \frac{x^2 - 9x + 8}{x^2 - 36} > 0, \frac{(x-1)(x-8)}{(x-6)(x+6)} > 0, x < -6, 1 < x < 6 \text{ и } x > 8;$$



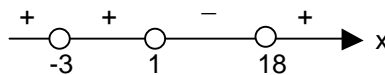
$$6) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 10x + 16} < 0, \frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x+8)} < 0, -8 < x < -2 \text{ и } -1 < x < 1;$$



$$b) \frac{x^2 + x - 42}{x^2 + 2x - 15} > 0, \frac{(x-6)(x+7)}{(x-3)(x+5)} > 0, x < -7, -5 < x < 3 \text{ и } x > 6;$$

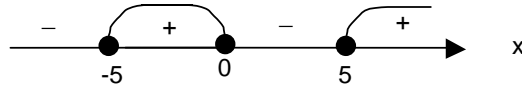


$$r) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 15x + 54} < 0, \frac{(x-1)(x+3)}{(x-18)(x+3)} < 0, 1 < x < 18.$$

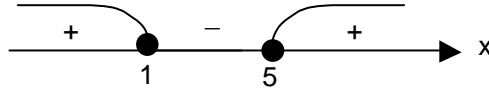


5.

1) а) при $x^3 - 25x \geq 0$, $x(x-5)(x+5) \geq 0$, то есть при $-5 \leq x \leq 0$ и $x \geq 5$;

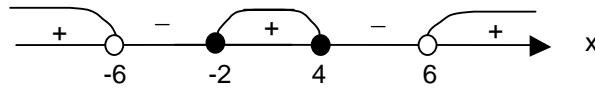


б) при $x^2 - 6x + 5 \geq 0$, $(x-1)(x-5) \geq 0$, то есть при $x \leq 1$ и $x \geq 5$;



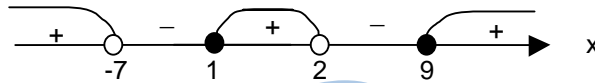
2) а) при $\frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 36} \geq 0$, $\frac{(x-4)(x+2)}{(x-6)(x+6)} \geq 0$,

то есть при $x < -6$, $-2 \leq x \leq 4$ и $x > 6$;



б) при $\frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 + 5x - 14} \geq 0$, $\frac{(x-1)(x-9)}{x^2 + 5x - 14} \geq 0$, $\frac{(x-1)(x-9)}{(x+7)(x-2)} \geq 0$,

то есть при $x < -7$, $1 \leq x < 2$ и $x \geq 9$.



Вариант II

С-1

1.

1) а) $(5x-8)+(7-2x)=5x-8+7-2x=3x-1$;

б) $(6y+9)-(5-3y)=6y+9-5+3y=9y+4$;

2) а) $(4a^2-3)+(5-a-2a^2)=4a^2-3+5-a-2a^2=2a^2-a+2$;

б) $(8-9b^2)-(b^3-6b^2+7)=8-9b^2-b^3+6b^2-7=-b^3-3b^2+1$.

2.

1) а) $5x^2 \cdot (2x-3)=10x^3-15x^2$; б) $-0,25y(8-4y)=y^2-2y$;

в) $4z(z^2-2z+1)=4z^3-8z^2+4z$;

2) а) $(a-2)(a+7) = a^2 + 7a - 2a - 14 = a^2 + 5a - 14$;
 б) $(3b-1)(3b+2) = 9b^2 + 6b - 3b - 2 = 9b^2 + 3b - 2$;
 в) $(c-3)(c^2 - 2c - 5) = c^3 - 2c^2 - 5c - 3c^2 + 6c + 15 = c^3 - 5c^2 + c + 15$.

3.

1) а) $3(4m-1) + 4(7-2m) = 12m - 3 + 28 - 8m = 4m + 25$;
 б) $5n(n^2 - 2n) - 2n(n^2 - 5n) = 5n^3 - 10n^2 - 2n^3 + 10n^2 = 3n^3$;
 2) а) $(4x-3)(3x+2) - 12x^2 = 12x^2 + 8x - 9x - 6 - 12x^2 = -x - 6$;
 б) $15y^3 - (3y^2 - 2)(5y - 1) = 15y^3 - 15y^3 + 3y^2 + 10y - 2 = 3y^2 + 10y - 2$.

4.

1) а) $(a-7)(a+7) = a^2 - 49$; б) $(8+b)(b-8) = b^2 - 64$;
 в) $(4c^4 - 5)(5 + 4c^2) = 16c^4 - 25$;
 2) а) $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$; б) $(y+7)^2 + 14y + 49$;
 в) $(3p-1)^2 = 9p^2 - 6p + 1$; г) $(3+2q^2)^2 = 9 + 12q^2 + 4q^4$;
 3) а) $(d+3)(d^2 - 3d + 9) = d^3 + 3^3 = d^3 + 27$;
 б) $(c-4)(c^2 + 4c + 16) = c^3 - 4^3 = c^3 - 64$.

5.

$(b-5)(1-b) - 3(2b-1) - b - b^2 - 5 + 5b - 6b + 3 = -b^2 - 2 < 0$ для любого b , что и требовалось доказать.

6.

$(4n+1)^2 - (3n-1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 - 9n^2 + 6n - 1 = 7(n^2 + 2n)$ — делится на 7 при любом целом n , что и требовалось доказать.

7. $(y^2 - 5y + 2)(2y - a) = 2y^3 - ay^2 - 10y^2 + 5ay + 4y - 2a = 2y^3 - (a+10)y^2 + (5a+4)y - 2a$, $(a+10) = 3$ при $a = -13$.

С - 2

1.

1) а) $15x - 45 = 15(x - 3)$; б) $y^2 + 3y = y(y + 3)$;
 в) $4a^3 - 12a = 4a(a^2 - 3)$; г) $7b^4 - 14b^6 = 7b^4(1 - b^2)$;
 2) а) $ay - 5a - 5x + xy = a(y - 5) + x(y - 5) = (y - 5)(a + x)$;
 б) $y^2 - my - ny + mn = y(y - m) - n(y - m) = (y - m)(y - n)$.

2.

1) а) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$; б) $36p^2 - 1 = (6p - 1)(6p + 1)$;

в) $0,81 - b^2 y^4 = (0,9 - by^2)(0,9 + by^2)$;
 2) а) $p^2 + 4p + 4 = (p + 2)^2 = (p + 2)(p + 2)$;
 б) $9q^2 - 12q + 4 = (3q - 2)^2 = (3q - 2)(3q - 2)$;
 в) $25 + 0,36x^2 + 6x = (0,6x + 5)^2 = (0,6 + 5)(0,6x + 5)$;
 3) а) $y^3 + 1 = (y + 1)(y^2 - y + 1)$; б) $z^3 - 27 = (z - 3)(z^2 + 3z + 9)$;
 в) $64x^3 + \frac{1}{8} = \left(4x + \frac{1}{2}\right)\left(16x^2 - 2x + \frac{1}{4}\right)$;
 г) $0,008b^6 - 125c^3 = (0,2b^2 - 5c)(0,04b^4 + b^2c + 25c^2)$.

3.

1) а) $4a^2 - 4b^2 = 4(a^2 - b^2) = 4(a - b)(a + b)$; б) $m^3 + m = m(m^2 + 1)$;

в) $n - n^5 = n(1 - n^4) = n(1 - n^2)(1 + n^2)$;

2) а) $x^3 - 10x^2 + 25x = x(x^2 - 10x + 25) = x(x - 5)^2 = x(x - 5)(x - 5)$;

б) $36y^3 - 60y^2 + 72y = 12y(3y^2 - 5y + 6)$;

3) а) $a^2 - b^2 + a - b = (a - b)(a + b) + a - b = (a - b)(a + b + 1)$;

б) $x^2 - 10x + 25 - 4y^2 = (x - 5)^2 - 4y^2 = (x - 5 - 2y)(x - 5 + 2y)$.

4. $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2y + 1 = (x^2 - 5xy + 9y^2) + (y^2 - 2y + 1) =$
 $= (x - 3y)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$ при любых x и y , что и требовалось доказать.

5. $a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a + b) =$
 $= (a + b)(a^2 - 2ab + b^2) = (a + b)(a - b)^2$.

6. $y^2 - 9y + 20 = \left(y^2 - 9y + \frac{81}{4}\right) - \frac{1}{4} = \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (y - 5)(y - 4)$.

С - 3

1. *StudyPort.ru*

а) $\frac{3p + 9}{4} = \frac{3 \cdot 0,2 + 9}{4} = \frac{9,6}{4} = 2,4$ при $p = 0,2$;

б) $\frac{q^2 - 4q - 5}{3} = \frac{1,2^2 - 4 \cdot 1,2 - 5}{3} = -\frac{8,36}{3}$ при $q = 1,2$.

2.

n	-3	-1	0	0,5	2	8
$\frac{n}{n+2}$	3	-1	0	0,2	0,5	0,8

3. а) $\frac{x-y}{ax+y}$; б) $\frac{a^2-b^2}{ab}$.

4.

$$t_1 = \text{время движения от А к В, } t_1 = \frac{AB}{m} = \frac{60}{m} \text{ ч.}$$

$$t_2 = \text{время движения от В к С, } t_2 = \frac{BC}{n} = \frac{AC-AB}{n} = \frac{10}{n} \text{ ч.}$$

$$t = \text{общее время, } t = \frac{60}{m} \text{ ч} + \frac{10}{n} \text{ ч} = \frac{60}{80} \text{ ч} + \frac{10}{60} \text{ ч} = \frac{3}{4} \text{ ч} + \frac{1}{6} \text{ ч} = \frac{11}{12} \text{ ч} = 55 \text{ мин.}$$

5.

1) а) $3b^2 - 15$, b – любое; б) $\frac{b}{b-3}$, $b \neq 3$; в) $\frac{19}{b+5}$, $b \neq -5$;

2) а) $\frac{a+2}{a^2-9}$, $a^2 \neq 0$, $a \neq \pm 3$; б) $\frac{3a-6}{a^2+4}$, a – любое;

в) $\frac{9}{a-8} - \frac{6}{a}$, $a \neq 8$ и $a \neq 0$.

6.

а) $\frac{b+3}{7} = 0$ при $b = -3$; б) $\frac{b+3}{7} = 1$ при $b+3=7$, $b=4$;

в) $\frac{b+3}{7} = 1$ при $b+3=7$, $b=4$; г) $\frac{b+3}{7} < 1$ при $b+3 < 7$, $b < 4$.

7.

а) $\frac{2x}{x^2-16}$; $x^2 \neq 25$, $x \neq \pm 5$; б) $\frac{3}{x-1} + \frac{7}{x+2}$, $x \neq 3$ и $x \neq -4$.

8.

а) $\frac{a}{a-10}$; б) $\frac{1}{y(y-7)} = \frac{1}{y^2-7y}$.

С – 4

1.

1) а) $\frac{5a}{15b} = \frac{a}{3b}$; б) $\frac{5a}{7a} = \frac{5}{7}$; в) $\frac{b}{12b} = \frac{1}{12}$;

$$\begin{aligned} & \text{r) } \frac{7}{-21b} = -\frac{1}{3b}; \quad \text{л) } \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}; \quad \text{e) } \frac{pq}{3q} = \frac{p}{3}; \\ & \text{2) a) } \frac{5a^2}{6a} = \frac{5a}{6}; \quad \text{б) } \frac{9b^4}{10b^3} = \frac{9}{10}b; \quad \text{в) } \frac{-5c^4}{10c^5} = -\frac{1}{2c}; \\ & \text{r) } \frac{3x^4}{x^3} = 3x; \quad \text{л) } \frac{12y^3}{-42y^5} = -\frac{2}{7y^2}; \quad \text{e) } \frac{21z^8}{39z} = \frac{7z^7}{13}; \\ & \text{3) a) } \frac{x^6y^2}{x^4y} = x^2y; \quad \text{б) } \frac{16ab^4}{-56ab^3} = -\frac{2b}{7}; \\ & \text{в) } \frac{42p^4q^3}{63p^3q^4} = \frac{2p}{3q}; \quad \text{r) } \frac{65a^5c^5}{13a^3c^3} = 5a^2c^2. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} & \text{1) a) } \frac{x}{y^3} = \frac{xy^2}{y^5}; \quad \text{б) } \frac{a}{3b} = \frac{9ab^2}{27b^3}; \\ & \text{2) a) } \frac{8}{7x^2y} = \frac{48xy}{42x^3y^2}; \quad \text{б) } \frac{5c}{8b^4} = \frac{15abc}{24ab^5}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} & \text{1) a) } \frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}; \quad \text{б) } \frac{3^6}{3^4} = 3^2 = 9; \\ & \text{в) } \frac{7^3}{49} = \frac{7^3}{7^2} = 7; \quad \text{r) } \frac{625}{5^5} = \frac{5^3}{5^5} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}; \\ & \text{2) a) } \frac{125^3}{25^4} = \frac{5^9}{5^8} = 5; \quad \text{б) } \frac{64^5}{128^4} = \frac{2^{30}}{2^{28}} = 4; \quad \text{в) } \frac{81^6}{27^8} = \frac{3^{24}}{3^{24}} = 1. \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} & \text{a) } \frac{3^7 \cdot 13^7}{39^6} = \frac{3^7 \cdot 13^7}{3^6 \cdot 13^6} = 3 \cdot 13 = 39; \\ & \text{б) } \frac{14^5 \cdot 15^3}{6^3 \cdot 35^4} = \frac{2^5 \cdot 7^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^4} = \frac{2^2 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5}. \end{aligned}$$

5.

$$\frac{-(x^{17})^2(y^9)^7}{5(x^{11})^3(y^{16})^4} = \frac{-x^{34} \cdot y^{63}}{5x^{33} \cdot y^{64}} = \frac{-x}{5y} = \frac{-8,2}{5 \cdot 0,41} = -4, \text{ при } x = 8,2; y = 0,41.$$

1.

$$1) \text{ a) } \frac{a(x-2)}{b(x-2)} = \frac{a}{b}; \quad \text{б) } \frac{4(c+3)^2}{(c+3)^3} = \frac{4}{c+3};$$

$$\text{в) } \frac{5y(b-7)}{10(b-7)^2} = \frac{y}{2(b-7)}; \quad \text{г) } \frac{p^3(q-1)^4}{p^6(q-1)^2} = \frac{(q-1)^2}{p^3};$$

$$2) \text{ a) } \frac{2x-2b}{3(x-b)} = \frac{2(x-b)}{3(x-b)} = \frac{2}{3}; \quad \text{б) } \frac{5a-10y}{2a-4y} = \frac{5(a-2y)}{2(a-2y)} = \frac{5}{2};$$

$$\text{в) } \frac{7x-21y}{35xk} = \frac{7(x-3y)}{7 \cdot 5xk} = \frac{x-3y}{5xk}; \quad \text{г) } \frac{m-3n}{m^2-3mn} = \frac{m-3n}{m(m-3n)} = \frac{1}{m};$$

$$3) \text{ a) } \frac{3(a-b)}{a(b-a)} = \frac{-3(b-a)}{a(b-a)} = -\frac{3}{a};$$

$$\text{б) } \frac{4x-8y}{3y-6x} = \frac{4(x-2y)}{3(y-2x)} - \text{дробь сократить нельзя};$$

$$\text{в) } \frac{p^2-5pq}{10q-2p} = \frac{-p(5q-p)}{2(5q-p)} = -\frac{p}{2};$$

$$\text{г) } \frac{c^3-7c^2d}{7d^3-cd^2} = \frac{-c^2(7d-c)}{d^2(7d-c)} = -\frac{c^2}{d^2};$$

$$4) \text{ a) } \frac{3y+9}{y^2-9} = \frac{3(y+3)}{(y-3)(y+3)} = \frac{3}{y-3}; \quad \text{б) } \frac{b^2-4}{6+3b} = \frac{(b-2)(b+2)}{3(2+b)} = \frac{b-2}{3};$$

$$\text{в) } \frac{a^2+10a+25}{3a+15} = \frac{(a+5)^2}{3(a+5)} = \frac{a+5}{3};$$

$$\text{г) } \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$5) \text{ a) } \frac{x^2-9}{3x^2+x^3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2(3+x)} = \frac{x-3}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{x^2-8x+16}{16-x^2} = \frac{(x-4)^2}{(4-x)(4+x)} = \frac{(4-x)^2}{(4-x)(4+x)} = \frac{4-x}{4+x};$$

$$\text{в) } \frac{y^3+27}{y^2-3y+9} = \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y^2-3y+9} = y+3;$$

$$\text{г) } \frac{20+10a+5a^2}{a^3-8} = \frac{5(a^2+2a+4)}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{5}{a-2}.$$

2.

$$\text{a) } \frac{8}{b-3} = \frac{24}{3b-9}; \quad \text{б) } \frac{8}{b-3} = \frac{-40}{15-5b};$$

$$\text{в) } \frac{7}{a-2} = \frac{7a}{a^2-2a}; \quad \text{г) } \frac{8}{b-3} = \frac{8b+24}{b^2-9}.$$

3.

$$\text{a) } \frac{10xy-5x^2}{8y^2-4xy} = \frac{5x(2y-x)}{4y(2y-x)} = \frac{5x}{4y} = \frac{5 \cdot \frac{1}{5}}{4 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \text{ при } x = \frac{1}{5}, y = \frac{1}{6};$$

$$\text{б) } \frac{a^6+1}{a^{10}+a^4} = \frac{a^6+1}{a^4(a^6+1)} = \frac{1}{a^4} = 10000 \text{ при } a = 0,1 \text{ и}$$

$$\frac{1}{a^4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^4} = 16 \text{ при } a = -\frac{1}{2}.$$

4.

$$\text{a) } \frac{a^7-a}{a^6-1} = \frac{a(a^6-1)}{a^6-1} = a; \quad \text{б) } \frac{(b+2)^2+(b-2)^2}{32b} = \frac{8b}{32b} = \frac{1}{4}.$$

5.

$$y = \frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^2+2} = \frac{x^2(x-3)+2(x-3)}{x^2+2} = \frac{(x-3)(x^2+2)}{x^2+2} = x-3, \text{ — так}$$

что у линейная функция.

6.

$$\frac{24,5x^2+0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \frac{0,5(49x^2-y^2)}{0,5(7x^2-xy)} = \frac{(7x-y)(7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}, \text{ ч.т.д.}$$

7.

$$a+2b=5, \text{ тогда } \frac{2a-4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2(a-2b)}{0,2(a-2b)(a+2b)} = \frac{10}{a+2b} = \frac{10}{5} = 2.$$

8. $3x-9y=1$, тогда:

$$\text{a) } \frac{6}{x-3y} = \frac{18}{3x-9y} = 18;$$

$$\text{б) } \frac{12y-4x}{5} = \frac{-4(3x-9y)}{15} = -\frac{4}{15};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-9y^2}{1,5x+4,5y} = \frac{(x-3y)(x+3y)}{1,5(x+3y)} = \frac{3x-9y}{4,5} = \frac{1}{4,5} = \frac{2}{9}.$$

1.

$$\begin{aligned}
 & 1) \text{ a) } \frac{a}{6} + \frac{b}{6} = \frac{a+b}{6}; \quad \text{б) } \frac{n}{3} - \frac{q}{3} = \frac{n-q}{3}; \quad \text{в) } \frac{x}{y} + \frac{3x}{y} = \frac{4x}{y}; \\
 & \text{г) } \frac{5m}{n} - \frac{3m}{n} = \frac{2m}{n}; \quad \text{д) } \frac{x+4y}{12} + \frac{2x+5y}{12} = \frac{3x+9y}{12} = \frac{x+3y}{4}; \\
 & \text{е) } \frac{b+c}{3a} - \frac{b-2c}{3a} = \frac{b+c-b+2c}{3a} = \frac{c}{a}; \quad \text{ж) } -\frac{4c+3d}{cd} + \frac{3d-c}{cd} = \frac{-5c}{cd} = \frac{-5}{d}; \\
 & 2) \text{ a) } \frac{4y-1}{5y} - \frac{2y-7}{5y} + \frac{3y-1}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y}; \\
 & \text{б) } \frac{7x-3}{4x} - \frac{x-4}{4x} - \frac{5-2x}{4x} = \frac{5-2x}{4x} = \frac{8x-4}{4x} = \frac{2x-1}{x}; \\
 & \text{в) } \frac{a-8}{a^2-25} + \frac{13}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a-5)(a+5)} = \frac{1}{a-5}; \\
 & \text{г) } \frac{y^2+2y}{y^2-4y+4} - \frac{4y}{y^2-4y+4} = \frac{y(y-2)}{(y-2)^2} = \frac{y}{y-2}; \\
 & \text{д) } \frac{3c}{c^2-5c} - \frac{10+c}{c^2-5c} = \frac{2c-10}{c^2-5c} = \frac{2}{c}; \\
 & 3) \text{ a) } \frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x+3}{x-2} + \frac{x}{x-2} = \frac{2x+2}{x-2}; \\
 & \text{б) } \frac{3x+2y}{2x-3y} - \frac{x-8y}{3y-2x} = \frac{3x+2y}{2x-3y} + \frac{x-8y}{2x-3y} = \frac{2(2x-3y)}{2x-3y} = 2; \\
 & \text{в) } \frac{a^2}{3a-18} + \frac{3b}{18-3a} = \frac{a^2-3b}{3a-18}; \\
 & 4) \text{ a) } \frac{6b-5}{b^2-9} - \frac{2b+9}{9-b^2} + \frac{5-3b}{b^2-9} = \frac{6b-5+2b+9+5-3b}{b^2-9} = \frac{5b+9}{b^2-9}; \\
 & \text{б) } \frac{c^2}{c^3-8} - \frac{5c+1}{8-c^3} - \frac{3-3c}{8-c^3} = \frac{c^2+5c+1+3-3c}{c^3-8} = \frac{c^2+2c+4}{(c-2)(c^2+2c+4)} = \\
 & = \frac{1}{c-2}.
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 & 1) \frac{5b+3}{b^2-16} - \frac{6b-1}{b^2-16} = \frac{-(b-4)}{(b-4)(b+4)} = \frac{-1}{b+4} = \\
 & = \begin{cases} \frac{-1}{4,1+4} = \frac{-1}{8,1} - \frac{10}{81}, \text{ нпу } b=4,1 \\ \frac{-1}{-3+4} = -1, \text{ нпу } b=-3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$2) -\frac{2a-3}{1-a^2} + \frac{2-a}{a^2-1} = \frac{2a-3+2-a}{a^2-1} = \frac{1}{a+1} = \begin{cases} \frac{1}{a+1} = -1, & \text{при } a = -2 \\ \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}, & \text{при } a = 4 \end{cases}$$

3.

$$a) \frac{7-4y}{(y-2)^2} - \frac{8-5y}{(2-y)^2} = \frac{y-1}{(y-2)^2};$$

$$б) \frac{5x^2}{(x-3)^3} + \frac{15(2x-3)}{(3-x)^3} = \frac{5(x^2-6x+9)}{(x-3)^3} = \frac{5}{x-3};$$

$$в) \frac{x^2-9y}{(x-3)(y-4)} - \frac{3(x-3y)}{(3-x)(4-y)} = \\ = \frac{x^2-9y-3x+9y}{(x-3)(y-4)} = \frac{x(x-3)}{(x-3)(y-4)} = \frac{x}{y-4};$$

4.

$$\frac{2-b^2}{(b-3)^4} - \frac{7-5b}{(b-3)^4} - \frac{4-b}{(b-3)^4} = \frac{-(b^2-6b+9)}{(b-3)^4} = \frac{-1}{(b-3)^2} < 0 \text{ при всех } b \neq 3, \text{ ч.т.д.};$$

5.

$$y = \frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} = \frac{x^2-4}{x-2} = x+3, \text{ при } x \neq 2 \text{ (см. рис.29)}$$

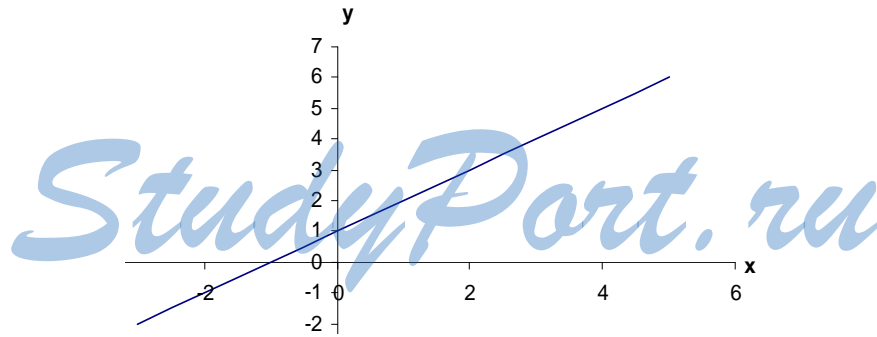


Рис. 29

6.

$$a) \frac{a^2+9}{a} = a + \frac{9}{a}; \quad б) \frac{b^2-5b+2}{b-5} = b + \frac{2}{b-5};$$

$$в) \frac{c^2+bc+10}{c+3} = \frac{c(c+3)+(b-3)c+10}{c+3} = c + \frac{(b-3)c+10}{c+3}.$$

102

1.

$$1) \text{ a) } \frac{y}{4} + \frac{y-2}{5} = \frac{5y+4(y-2)}{20} = \frac{9y-8}{20};$$

$$\text{б) } \frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{4x-2-(x+2)}{6} = \frac{3x-4}{6} = \frac{3x-4}{6};$$

$$\text{в) } -\frac{a-b}{5} + \frac{4a-b}{10} = \frac{4a-b-2(a-b)}{10} = \frac{2a+b}{10};$$

$$\text{г) } \frac{c+3}{c^2} - \frac{1}{c} = \frac{c+3-c}{c^2} = \frac{3}{c^2};$$

$$\text{д) } \frac{7-3y}{y} - \frac{8-3x}{x} = \frac{x(7-3y)-y(8-3x)}{xy} = \frac{7x-8y}{xy};$$

$$\text{е) } \frac{m-n}{m^2} - \frac{n-m}{m^2} = \frac{(m-n)n-m(n-m)}{m^2n} = \frac{-n^2+m^2}{m^2n};$$

$$2) \text{ а) } \frac{(a-b)^2}{18b} - \frac{(a-b)^2}{12b} + \frac{a^2-b^2}{36b} = \frac{2(a-b)^2-3(a-b)^2+a^2-b^2}{36b} =$$

$$= \frac{a^2-b^2-(a-b)^2}{36b} = \frac{2ab-2b^2}{36b} = \frac{a-b}{18};$$

$$\text{б) } \frac{3x+2}{5x} - \frac{5x+3y}{10xy} - \frac{y-1}{2y} = \frac{(3x+2)2y-5x-3y-5x(y-1)}{10xy} =$$

$$= \frac{xy+y}{10xy} = \frac{x+1}{10x};$$

$$3) \text{ а) } \frac{c-2}{3(c+4)} + \frac{c}{c+4} = \frac{c-2+3c}{3(c+4)} = \frac{4c-2}{3(c+4)};$$

$$\text{б) } \frac{b-2}{2b-6} - \frac{b-1}{3b-9} = \frac{3(b-2)-2(b-1)}{6(b-3)} = \frac{b-4}{6b-18};$$

$$\text{в) } \frac{4a}{3a-6} + \frac{3a}{8-4a} = \frac{4 \cdot 4a - 3 \cdot 3a}{12(a-2)} = \frac{7a}{12a-24};$$

$$4) \text{ а) } \frac{x+4}{xy-x^2} + \frac{y+4}{xy-y^2} = \frac{-y(x+4)+x(y+4)}{xy(x-y)} = \frac{4(x-y)}{xy(x-y)} = \frac{4}{xy};$$

$$\text{б) } \frac{3a(x-9a)}{x^2-3ax} - \frac{3a^2-x^2}{ax-3a^2} = \frac{3a^2(x-9a)-x(3a^2-x^2)}{ax(x-3a)} = \frac{x^3-27a^3}{ax(x-3a)} =$$

$$= \frac{x^2+3ax+9a^2}{ax};$$

$$\text{в) } \frac{4}{c^2-9} - \frac{2}{c^2+3c} = \frac{4c-2(c-3)}{c(c^2-9)} = \frac{2c+6}{c(c^2-9)} = \frac{2}{c(c-3)}.$$

2.

1) а) $6y + \frac{1}{y} = \frac{6y^2 + 1}{y}$; б) $\frac{7}{x} - 2x = \frac{7 - x^2}{x}$;

в) $3a - \frac{12a^2}{4a-1} = \frac{12a^2 - 3a - 12a^2}{4a-1} = \frac{-3a}{4a-1}$;

г) $\frac{15b}{5-b} - 3b = \frac{15b - 15b + 3b^2}{5-b} = \frac{3b^2}{5-b}$;

2) а) $\frac{6c^2}{3c-2} - 2c - 5 = \frac{6c^2 - (2c+5)(3c-2)}{3c-2} = \frac{-11c+10}{3c-2}$;

б) $2y - \frac{2-5y+3y^2}{3y-2} - 1 = \frac{(2y-1)(3y-2) - (2-5y+3y^2)}{3y-2} =$

$$\frac{3y^2 - 2y}{3y-2} = \frac{y}{1}.$$

3.

$$\frac{(x-1)(x-2)}{12} - \frac{(x-1)(x-5)}{3} + \frac{(x-5)(x-2)}{4} =$$

$$\frac{(x^2 - 3x + 2) - 4(x^2 - 6x + 5 + 3)(x^2 - 7x + 10)}{12} = \frac{12}{12} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

4.

$$\frac{4a-5}{7a-21} - \frac{a-1}{2a-6} = \frac{2(4a-5) - 7(a-1)}{14(a-3)} = \frac{a-3}{14(a-3)} = \frac{1}{14}, \text{ при } a \neq 3, \text{ ч.т.д.}$$

5. $\frac{x}{y} = 5$, тогда:

а) $\frac{x+y}{x} = 1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{1}{\frac{x}{y}} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$; б) $\frac{3x-8y}{y} = 3 \cdot \frac{x}{y} - 8 = 7$;

в) $\frac{(x+y)^2}{xy} = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{xy} = \frac{x}{y} + 2 + \frac{1}{\frac{x}{y}} = 7 + \frac{1}{5} = \frac{36}{5}$.

6. $7 + \frac{b}{y-3} = \frac{7y+b-21}{y-3} = \frac{7y}{y-3}$ при $b = 21$.

С - 8

1.

1) а) $\frac{2a^2 - 5a + 4}{(a-2)^2} - \frac{a-3}{a-2} = \frac{2a^2 - 5a + 4 - (a-3)(a-2)}{(a-2)^2} = \frac{a^2 - 2}{(a-2)^2}$;

104

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{b-1}{b^2-b+1} - \frac{2}{b^3+1} = \frac{(b-1)(b+1)-2}{b^3+1} = \frac{b^2-3}{b^3+1}; \\ 2) \text{ а)} \quad & \frac{3x-2}{2x-6} - \frac{3x+2}{3x-9} - \frac{3x-8}{18-6x} = \frac{3(3x-2) - 2(3x+2) + 3x-8}{6x-18} = \\ & = \frac{6x-18}{6x-18} = 1; \\ \text{б)} \quad & \frac{2y}{y-3} + \frac{y}{y+3} + \frac{2y^2}{9-y^2} = \frac{2y(y+3) + y(y-3) - 2y^2}{y^2-9} = \\ & = \frac{y^2+3y}{y^2-9} = \frac{y}{y-3}; \\ 3) \text{ а)} \quad & \frac{2}{3x+6} + \frac{x^2-x-3}{x^2-4} - 1 = \frac{2(x-2) + 3(x^2-x-3) - 3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = \\ & = \frac{-x-1}{3(x^2-4)}; \\ \text{б)} \quad & 1 + \frac{2a+1}{a^3+1} - \frac{a}{a-1} = \frac{a^3-1+2a+1-a(a^2+a+1)}{a^3-1} = \frac{-a^2+a}{a^3-1} = \\ & = \frac{-a}{a^2+a+1}. \end{aligned}$$

2.

$$\text{а)} \quad a - \frac{a^3-15a-4}{a^2-16} = \frac{a^3-16a-a^3+15a-4}{a^2-16} = \frac{4-a}{a^2-16} = \frac{-1}{a+4} = 2,$$

при $a = -4, 5$;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{b^2-16b+12}{b^3+8} + \frac{3b+2}{b^2-2b+4} - \frac{3}{b+2} = \\ & \frac{b^2-16b+12 + (3b+2)(b+2) - 3(b^2-2b+4)}{b^3+8} = \frac{b^2-2b+4}{b^3+8} = \\ & = \frac{1}{b+2} = \frac{1}{-0,1-10}, \text{ при } b = -2, 1. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{0,6}{0,25x+0,5} - \frac{0,2x+0,4}{0,5x^2+2x+2} = \frac{2,4}{x+2} - \frac{0,4x+0,8}{(x+2)^2} = \frac{2,4}{x+2} = \\ & = \frac{2,4}{x+2} - \frac{0,4}{x+2} = \frac{2}{x+2}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{a+0,2b}{4a^2-0,8ab} - \frac{2a}{12,5a^2-0,5b^2} - \frac{a-0,2b}{4a^2+0,8ab} =$$

$$\frac{(5a+2)^2-16a^2-(5a-b)^2}{4(25a^2-b^2)a} = \frac{20ab-16a^2}{4a(25a^2-b^2)} = \frac{5b-4a}{25a^2-b^2}.$$

4.

а) $\frac{n+9}{n} = 1 + \frac{9}{n}$; — является целым числом при $n = 1$ и $n = 10$;

б) $\frac{n^2-5n+6}{n} = (n-5) + \frac{6}{n}$ — является целым при $n = 1$ и $n = 6$.

5. $\frac{x-3y}{y} = 12$, тогда:

а) $\frac{x}{y} = \frac{x-3y}{y} + 3 = 15$; б) $\frac{2x+y}{y} = \frac{2(x-3y)}{y} + 7 = 31$;

в) $\frac{5x-3y}{2y} = \frac{5(x-3y)}{2 \cdot y} + 6 = 36$.

С - 9

1.

1) а) $\frac{2x}{a} \cdot \frac{a}{8x} = \frac{1}{4}$; б) $\frac{3b}{2c} \cdot \frac{c}{9b} = -\frac{1}{6}$; в) $\frac{m^2n}{12p} \cdot \frac{5p}{mn^2} = \frac{m}{3n}$;

г) $\frac{35x^4}{18y^2} \cdot \frac{9y}{14x^2} = \frac{5x^2}{4y}$; д) $8b \cdot \frac{y}{4b^2} = \frac{2y}{b}$; е) $\frac{3a^2}{b^2} \cdot b^3 = 3a^2b$;

2) а) $\frac{y^2+3y}{4} \cdot \frac{y}{2y+6} = \frac{y(y+3) \cdot y}{4 \cdot 2(y+3)} = \frac{y^2}{8}$;

б) $\frac{3a-x}{21b} \cdot \frac{14b^2}{x-3a} = \frac{(3a-x) \cdot 14b^2}{-21b \cdot (3a-x)} = \frac{-2b}{3}$;

в) $\frac{y^2-9}{27y^2} \cdot \frac{9y}{y-3} = \frac{(y-3)(y+3) \cdot 9y}{27y^2(y-3)} = \frac{y+3}{3y}$;

г) $\frac{x^2-49}{3x^3} \cdot \frac{x}{7-x} = \frac{-(x+7)(7-x) \cdot x}{3x^3(7-x)} = \frac{-x-7}{3x^2}$;

д) $\frac{c^2-6m+9}{n^2-4} \cdot \frac{2n-4}{3m-9} = \frac{(m-3)^2 \cdot 2(n-2)}{(n-2)(n+2) \cdot 3(m-3)} = \frac{2(m-3)}{3(n+2)}$;

е) $\frac{p-7}{p^2-25q^2} \cdot (2p+10q) = \frac{(p-7) \cdot 2(p+5q)}{(p-5q)(p+5q)} = \frac{2p-14}{p-5q}$;

$$3) \text{ а) } \frac{y^3 - 8}{2y + 4} \cdot \frac{y^2 + 4y + 4}{y^2 + 2y + 4} = \frac{(y-2)(y^2 + 2y + 4)(y+2)^2}{2(y+2)(y^2 + 2y + 4)} = \frac{y^2 - 4}{2};$$

$$\text{б) } (a^3 + 27b^3) \cdot \frac{2}{3a^2 - 9ab + 27b^2} = \frac{(a+3b)(a^2 - 3ab + 9b^2) \cdot 2}{3(a^2 - 3ab + 9b^2)} = \frac{2a + 6b}{3};$$

$$\text{в) } \frac{y^2 - ay + ay - ac}{y^2 - ay - cy + ac} \cdot \frac{y^2 - 2cy + c^2}{y^2 - 2cy + a^2} = \frac{(y-a)(y+c)(y-c)^2}{(y-a)(y-c)(y-a)^2} = \frac{y^2 - c^2}{(y-a)^2}.$$

2.

$$1) \text{ а) } \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 = \frac{b^2}{a^4}; \text{ б) } \left(-\frac{3x^2}{4^2}\right)^3 = \frac{-27x}{y^6}; \text{ в) } \left(\frac{m^4}{n^3}\right)^3 = \frac{m^8}{n^6}; \left(\frac{n^2}{m^3}\right)^3 = \frac{n^6}{m^9}$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{25a^2}{8b^2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{16b^4}{125a^3}\right)^2 = \frac{5^6 a^6 \cdot 2^8 \cdot b^8}{2^9 b^6 \cdot 5^6 \cdot a^6} = \frac{b^2}{2};$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - 4ax + 4a^2}{x^2 + 4ax + 4a^2} \cdot \left(\frac{x+2a}{x-2a}\right)^3 = \frac{(x-2a)^3 \cdot (x+2a)^2}{(x+2a)^2 \cdot (x-2a)^3} = \frac{x+2a}{x-2a}.$$

3.

$$\text{а) } \frac{32ab}{13c^3} \cdot \frac{52bc^2}{128a^3} \cdot \frac{54a^2c}{81b^3} = \frac{2^5 a^3 b^2 c^3 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 2^2}{13a^3 b^3 c^3 \cdot 2^7 \cdot 3^4} = \frac{2}{3b};$$

$$\text{б) } \frac{7^4 a^3 b}{c^4} \cdot \frac{b^3}{111a^5} \cdot 3ac^3 = \frac{2 \cdot 37 \cdot a^3 b b^3 \cdot 3ac^3}{c^4 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a^5} = \frac{2 \cdot 37 a^4 b^4 c^3}{3 \cdot 37 \cdot a^5 c^4} = \frac{2b^4}{3ac}.$$

4.

$$\frac{0,25^6 - 16}{0,2a^3 - 25} \cdot \frac{0,2a^2 + a + 5}{0,25a^4 + a^2 + 4} \cdot \frac{a-5}{a^2 - 4} = \frac{5(a^6 - 64) \cdot 4 \cdot (a^2 + 5a + 25) \cdot (a-5)}{4(a^3 - 125) \cdot 5(a^4 + 4a^2 + 16)(a^2 - 4)} = \frac{(a^2 - 4)(a^4 + 4a^2 + 16)}{(a-5)(a^4 + 4a^2 + 16)(a^2 - 4)} = 1, \text{ что и требовалось доказать.}$$

С - 10

1.

$$1) \text{ а) } -\frac{3a}{b^2} : \frac{b}{a^3} = \frac{3a^2 \cdot a^3}{b \cdot b} = \frac{3a^5}{b^2}; \text{ б) } -\frac{2x^2}{y} : \frac{6x^3}{b^2} = -\frac{2x^2 \cdot b^2}{y \cdot 6x^3} = -\frac{b^2}{3xy};$$

$$\text{в) } \frac{9m}{14n} : \frac{4m^2}{21n^2} = \frac{9m \cdot 21n^2}{14n \cdot 4m^2} = \frac{27n}{8m}; \text{ г) } 12x^2 : \frac{6x}{c} = \frac{12x^2 \cdot c}{6x} = 2cx;$$

$$\text{д) } \frac{7x^3}{y^2} : (14x^2) = \frac{7x^3}{y^2 \cdot 14x^2} = \frac{x}{2y^2};$$

$$2) \text{ a) } \frac{xy+y^2}{a-3b} : \frac{x^2-y^2}{2a-6b} = \frac{y(x+y) \cdot 2(a-3b)}{(a-3b)(x-y)(x+y)} = \frac{2y}{(x-y)};$$

$$\text{б) } \frac{y-8}{x-y} : \frac{2y-16}{3x-6} = \frac{(y-8) \cdot 3(x-2)}{(x-2)(x+2) \cdot 2(y-8)} = \frac{3}{2(x+2)};$$

$$\text{в) } \frac{c^2-9}{c^2+6c+9} : \frac{3-c}{c+3} = \frac{(c-3)(c+3) \cdot (c+3)}{(c+3)^2(3-c)} = -1;$$

$$\text{г) } \frac{p^2+4p+4}{p^2-3p} : \frac{p+2}{p-3} = \frac{(p+2)^2 \cdot (p-3)}{p(p-3)(p+2)} = \frac{p+2}{p};$$

$$3) \text{ a) } \frac{b^2+2b+4}{3b-4} : \frac{b^3-8}{9b^2-16} = \frac{(b^2+2b+4) \cdot (3b-4)(3b+4)}{(3b-4)(b-2)(b^2+2b+4)} = \frac{3b+4}{b-2};$$

$$\text{б) } \frac{27+a^3}{81-a^4} : \frac{a^2-3a+9}{a^2+9} = \frac{(3+a)(9-3a+a^2) \cdot (a^2+9)}{(a^2-3a+9)(9-a^2)(a^2+9)} =$$

$$= \frac{3+1}{9-a^2} = \frac{3+a}{(3-a)(3+a)} = \frac{1}{3-a}.$$

2.

$$\text{a) } \left(\frac{b}{3}\right)^2 : \left(\frac{b}{9}\right)^3 = \frac{b^2 \cdot 3^6}{3^2 \cdot b^3} \cdot \frac{81}{b};$$

$$\text{б) } \frac{(3x-y)^3}{(x-3y)^3} : \frac{9x^2-6xy+y^2}{x^2-6xy+9y^2} = \frac{(3x-y)^3 \cdot (x-3y)^2}{(x-3y)^3 \cdot (3x-y)^2} = \frac{3x-y}{x-3y}.$$

3.

$$\text{a) } \frac{2a^3}{25b^3} \cdot \frac{10b^2}{3c^4} : \frac{4a^2}{15bc^3} = \frac{2a^3 \cdot 10b^2 \cdot 15bc^3}{25b^3 \cdot 3c^4 \cdot 4a^2} = \frac{a}{c};$$

$$\text{б) } \frac{115x^8}{34y^4} : \frac{92x^6}{51y^3} \cdot \frac{4y^2}{15x^2} = \frac{23 \cdot 5x^8 \cdot 3 \cdot 17y^3 \cdot 4y^2}{2 \cdot 17y^4 \cdot 4 \cdot 23x^6 \cdot 15x^2} = \frac{y}{2}.$$

$$4. \left(\frac{y^2-49}{y^2-14y+49}\right)^4 : \left(\frac{y+7}{y-7}\right)^4 = \frac{(y-7)^4(y+7)^4 \cdot (y-7)^4}{(y-7)^8 \cdot (y+7)^4} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

5.

$$\frac{(n-3)^2}{n^2} = \left(\frac{n-3}{n}\right)^2 = \left(1-\frac{3}{n}\right)^2 - \text{является целым числом при } n = \pm 1 \text{ и } n = \pm 3.$$

6.

$$\frac{\frac{1}{3}x^2-x+3}{x-0,4} : \frac{x^3+27}{75x^2-12} = \frac{\frac{5}{3}(x^2-3x+9) \cdot 3(5x-2)(5x+2)}{(5x-2) \cdot (x+3)(x^2-3x+9)} =$$

$$\frac{5(5x+2)}{x+3} = \frac{25x+10}{x+3}.$$

1.

$$1) \text{ a) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = \left(\frac{x^2 - y^2}{xy^2}\right) : \left(\frac{x-y}{xy}\right) = \frac{(x-y)(x+y) \cdot xy}{xy^2 \cdot (x-y)} = \frac{x+y}{y};$$

$$\text{б) } \left(2 + \frac{m}{m+1}\right) \cdot \frac{3m^2 + 3m}{12m + 8} = \frac{(3m+2) \cdot 3m(m+1)}{(m+1) \cdot 4(3m+2)} = \frac{3m}{4};$$

$$\text{в) } \frac{4+b}{4-b} \cdot \left(\frac{2b^2}{4+b} - b\right) = \frac{(4+b) \cdot (2b^2 - 4b - b^2)}{(4-b)(4+b)} = \frac{-b(4-b)}{4-b} = -b;$$

$$\text{г) } \left(\frac{y}{y-5} - 2y\right) : \frac{11-2y}{y-5} = \frac{(11y - 2y^2) \cdot (y-5)}{(y-5)(11-2y)} = y;$$

$$\text{д) } \frac{a+8b}{2b} - \frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{a+8b}{2b} - \frac{a}{2b} = \frac{8b}{2b} = 4;$$

$$2) \text{ a) } \frac{x^2 - 4}{9 - y^2} : \frac{x-2}{3+y} - \frac{2}{3-y} = \frac{(x-2)(x+2) \cdot (3+y)}{(x-2)(3+y)(3-y)} - \frac{2}{3-y} =$$

$$= \frac{x+2}{3-y} - \frac{2}{3-y} = \frac{x}{3-y};$$

$$\text{б) } \frac{a+b}{3a-b} + \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{3a-b} = \frac{a+b}{3a-b} + \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(3a-b)} =$$

$$= \frac{a+b}{3a-b} = \frac{2a}{3a-b};$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}\right) : \left(1 + \frac{1}{x^3-1}\right) = \frac{(x^2+x+1 - (x^2-1))}{x^3-1} : \frac{x^3}{x^3-1} =$$

$$\frac{(x+2) \cdot (x^3-1)}{(x^3-1) \cdot x^3} = \frac{x+2}{x^3}.$$

2.

$$\text{a) } \left(\frac{m-4}{m+4} - \frac{m+4}{m-4}\right) \cdot \frac{m^2-16}{16} = \frac{(m-4)^2 - (m+4)^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-16}{16} =$$

$$= \frac{-16m \cdot (m^2-16)}{(m^2-16) \cdot 16} = -\frac{m}{1};$$

$$6) \left(\frac{7}{b+7} - \frac{b^3+49}{b^2-49} - \frac{7}{b-7} \right) : \frac{b+1}{2} =$$

$$= \frac{7(b-7)+b^2+49-7(b+7)}{b^2-49} : \frac{b+1}{2} = \frac{b^2-49}{b^2-49} \cdot \frac{2}{b+1} = \frac{2}{b+1}.$$

$$3. \left(\frac{1,5x-4}{0,5x^2-x+2} - \frac{2x-14}{0,5x^3+4} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} =$$

$$= \left(\frac{3x-8}{x^2-2x+4} - \frac{4x-28}{x^3+8} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} =$$

$$= \frac{(3x-8)(x+2) - 4x+28 + x^2-2x+4}{(x+2)(x^2-2x+4)} \cdot \frac{x+2}{4} =$$

$$= \frac{4(x^2-2x+4)(x+2)}{(x^2-2x+4)(x+2) \cdot 4} = 1, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$4. \frac{\frac{3x-y}{3x+y} + 1}{\frac{y}{3x+y} - 1} + \frac{3 - \frac{y}{3x}}{\frac{y}{3x} - 1} = \frac{\frac{3x}{3x} + \frac{3x-y}{3x+y}}{\frac{y}{3x+y} - 1} = 1 + 1 = 2 = \frac{2}{1}.$$

$$5. \left(\frac{1}{(b-y)(y-5)} - \frac{1}{(b-y)(b-5)} - \frac{1}{(b-5)(y-5)} \right) \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} =$$

$$= \left(\frac{b-5-(y-5)-(b-y)}{(b-y)(b-5)(y-5)} \right) \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} = 0.$$

С-12

1. $y = \frac{54}{x}$

x	-27	-6	-1	6	9	18	27	108
y	-2	-9	-54	9	6	3	2	0,5

2. График $y = -\frac{9}{x}$ (см рис. 30);

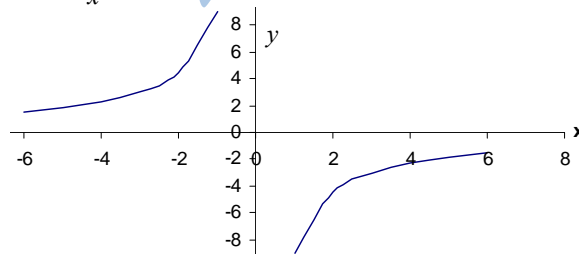


Рис. 30

$$\text{а) } y(-6) = \frac{3}{2}; y(-2) = \frac{9}{2} = -4,5; y(2) = -\frac{9}{2}; y(6) = -\frac{3}{2};$$

$$\text{б) } y = -8 \text{ при } x = \frac{9}{8}; y = -2,4 \text{ при } x = \frac{15}{24}; y = 2,4 \text{ при } x = -\frac{15}{4}; y = 9 \text{ при } x = 1;$$

$$\text{в) } y > 0 \text{ при } x < 0, y < 0 \text{ при } x > 0.$$

$$3. y = \frac{162}{x};$$

А $(-6; -27)$ – принадлежит графику функции,

В $(9; 18)$ – принадлежит графику функции,

С $(162; 0)$ – не принадлежит графику функции,

Д $(81, -2)$ – не принадлежит графику функции.

4.

$$y = -\frac{36}{x}, x = -y, \text{ тогда } y^2 = 36, y = \pm 6, x = \pm 6.$$

Ответ: Две точки $(6; -6)$ и $(-6; 6)$

5.

$$\text{а) } y = \frac{80}{(x+5)^2 - (x-5)^2} = \frac{80}{20x} = \frac{4}{x} \text{ (см. рис. 31);}$$

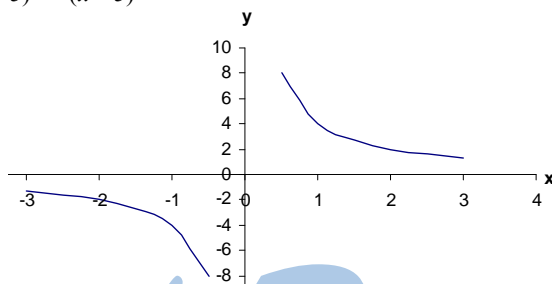


Рис. 31

$$\text{б) } y = \frac{-6}{|x|} = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{при } x > 0 \\ \frac{6}{x}, & \text{при } x < 0 \end{cases}; \text{ (см. рис.32).}$$

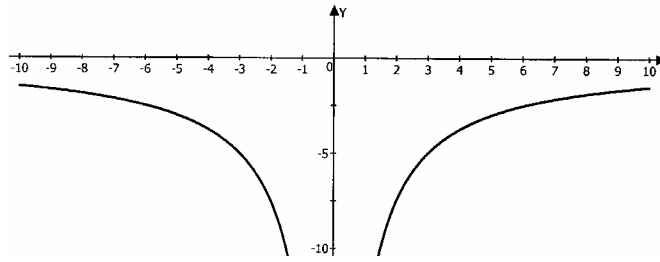


Рис. 32

6. $m \cdot n = 24, n = \frac{24}{m}$ (см рис 33).

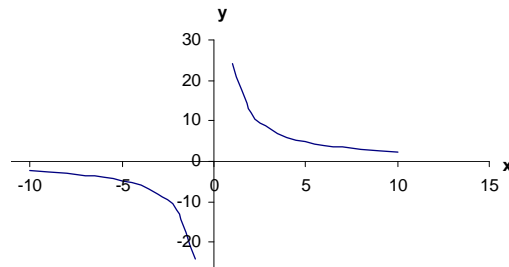


Рис. 33

C – 13

1.

а) 12; 31 б) -205; -1 в) $-3\frac{1}{3}$; -4,(31); -5,9; $-\frac{8}{9}$; г) π .

2.

1) а) $\frac{1}{6} = 0,1666... = 0,1(6)$; б) $-10 = -10,(0)$;

в) $-\frac{1}{33} = -0,0303... = -0,(03)$; г) $4,15 = 4,15(0)$;

2) а) $-\frac{1}{15} = 0,066... = -0,0(6)$ б) $\frac{5}{32} = 0,15625 = 0,15625(0)$;

в) $\frac{7}{27} = 0,259259... = 0,(259)$; г) $\frac{11}{483} = 0,2291666... = 0,229(6)$.

3.

1) а) $0,029 < 0,103$; б) $-126 < 0,8$; в) $-1,23 > -1,32$;

2) а) $0 < \frac{1}{18}$; б) $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$; в) $1,6 < 1\frac{2}{3}$;

3) а) $-2,4141\dots < -2,1414\dots$ б) $1,(42) > 1,42$ в) $3\frac{1}{11} > 3,(08)$;

4) а) верно ;б) верно; в) верно.

5.

а) $0,(3) = \frac{1}{3}$; б) $0,0(6) = \frac{1}{15}$; в) $2,(03) = \frac{67}{33}$.

6.

$a = 2k$, $k \in Z$ и $b = 2l$, $l \in Z$, тогда $a^2 + b^2 = 4k^2 + 4l^2 = 2(2k^2 + 2l^2)$,
где $(4m^2 + 4m - k) \in Z$, значит $a^2 + b^2$ — чётное число, что и требова-
лось доказать.

С – 14

1.

1) а) $\sqrt{25} = 5$; б) $\sqrt{64} = 8$; в) $\sqrt{36} = 6$; г) $\sqrt{100} = 10$;

2) а) $\sqrt{0,49} = 0,7$; б) $\sqrt{1600} = 40$; в) $\sqrt{0,04} = 0,2$; г) $\sqrt{900} = 30$;

3) а) $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$; б) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$;

в) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$; г) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$.

2.

а) верно. $20^2 = 400$; б) неверно, т.к. $\sqrt{49} > 0$; в) верно, т.к. $1^2 = 1$;
г) неверно, т.к. $0,3^2 = 0,09$; д) верно, т.к. $0,8^2 = 0,64$; е) неверно, т.к. $50^2 = 2500$.

3.

а) 4 см; б) 9 дм; в) 0,5 м; г) $\frac{2}{3}$ м.

4.

а) 16; б) 1; в) 10000; г) 0,36; д) $\frac{1}{49}$; е) $\frac{64}{25}$; ж) 0,0001; з) 1,44.

5.

1) а) $\sqrt{81} - \sqrt{16} = 9 - 4 = 5$; б) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot 7 = 14$;

в) $2\sqrt{9} - \sqrt{64} = 6 - 8 = -2$; г) $\sqrt{25} : \sqrt{400} = 5 : 20 = \frac{1}{4}$;

2) а) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,36} = 0,1 - 0,6 = -0,5$; б) $\frac{1}{9}\sqrt{0,81} - 1 = 0,1 - 1 = -0,9$;

в) $-3\sqrt{0,49} + 2,6 = -3 \cdot 0,7 + 2,6 = -2,1 + 2,6 = 0,5$;

г) $0,9 \cdot \sqrt{0,09} = 0,9 \cdot 0,3 = 0,27$;

$$3) \text{ а) } (\sqrt{9})^2 - 7,5 = 9 - 7,5 = 1,5; \text{ б) } 6 \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2 - 6 \cdot \frac{5}{6} = 5;$$

$$\text{в) } (\sqrt{0,4})^2 - 0,5 = 0,4 - 0,5 = -0,1; \text{ г) } \frac{1}{7} \cdot (\sqrt{14})^2 = \frac{1}{7} \cdot 14 = 2;$$

$$4) \text{ а) } \sqrt{5^2 + 24} = \sqrt{49} = 7; \text{ б) } \sqrt{10^3 - 4 \cdot 3^2} = \sqrt{64} = 8;$$

$$\text{в) } \sqrt{4 \cdot (0,3^2 + 0,07)} = \sqrt{0,64} = 0,8; \text{ г) } \sqrt{0,5^2 - 0,4^2} = \sqrt{0,09} = 0,3.$$

6.

$$1) \text{ а) } \sqrt{196} = 14; \text{ б) } \sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18; \text{ в) } \sqrt{529} = 23; \text{ г) } \sqrt{841} = 29;$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}; \text{ б) } \sqrt{2,56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{16}{10};$$

$$\text{в) } \sqrt{4,84} = \sqrt{\frac{484}{100}} = \frac{22}{10}; \text{ г) } \sqrt{7,29} = \sqrt{\frac{729}{100}} = \frac{27}{10};$$

$$3) \text{ а) } \sqrt{27,04} = \sqrt{\frac{2704}{100}} = \frac{52}{10}; \text{ б) } \sqrt{32400} = \sqrt{324 \cdot 100} = 18 \cdot 10 = 180;$$

$$\text{в) } \sqrt{92,16} = \sqrt{\frac{9216}{100}} = \frac{96}{10}; \text{ г) } \sqrt{78400} = \sqrt{784 \cdot 100} = 28 \cdot 10 = 270.$$

7.

$$\text{а) } \sqrt{37+c} = \sqrt{37+12} = \sqrt{49} = 7, \text{ при } b=10;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26-1} = 5, \text{ при } b=-1;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26+23} = 7, \text{ при } b=23;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26-17} = 3, \text{ при } b=-17;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26+74} = 10, \text{ при } b=74;$$

$$\text{б) } \sqrt{a+c} = \sqrt{58+6} = 8, \text{ при } a=58, c=6;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{54-18} = 6, \text{ при } a=54, c=-18;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{9}} = \frac{5}{6}, \text{ при } a=\frac{1}{4}, c=\frac{4}{9};$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{0,47+0,34} = 0,9, \text{ при } a=0,47, c=0,34;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{-0,27+0,63} = 0,6, \text{ при } a=-0,27, b=-0,63;$$

$$\text{в) } x-3\sqrt{x} = 1-3 = -2, \text{ при } x=1;$$

$$2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0,01} - 0,01 = 0,2 - 0,01 = 0,19, \text{ при } x=9;$$

$$2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{900} - 900 = 60 - 900 = -840, \text{ при } x=0,16;$$

$$x-3\sqrt{x} = 0,01-0,3 = -0,29, \text{ при } x=0,01;$$

$$x - 3\sqrt{x} = 400 - 60 = 340, \text{ при } x=400.$$

8.

1) а) при $y = 0$; б) при $y = 2$; в) при $y = 1$; г) при $y = 0,09$;

2) а) при $y = 900$; б) при $y = 64$; в) ни при каком y ; г) при $y = \frac{1}{16}$;

3) а) при $y = \frac{1}{25}$; б) ни при каком; в) при $y = \frac{49}{9}$; г) ни при каком.

9.

1) а) $\sqrt{1225} - \sqrt{2116} = 35 - 46 = -11$;

б) $2\sqrt{0,1024} - \sqrt{0,3136} = 0,96 - 0,56 = 0,4$;

в) $0,2\sqrt{676} + \sqrt{23,04} = 5,2 + 4,8 = 10$;

2) а) $\frac{3}{\sqrt{1089}} - \sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{3}{33} - \frac{7}{11} = -\frac{6}{11}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{289}} + \sqrt{2,25} = \frac{1}{17} + 1,5 = \frac{53}{34}$;

в) $\sqrt{961 + 2 \cdot 31 \cdot 47 + 2209} = \sqrt{(31 + 47)^2} = 31 + 47 = 78$.

10.

1) а) $7\sqrt{x} = 4$; $\sqrt{x} = \frac{4}{7}$; $x = \frac{16}{49}$; б) $\sqrt{5x} = 2$; $5x = 4$, $x = \frac{4}{5}$;

в) $\frac{1}{2\sqrt{x}} = 5$; $\sqrt{x} = \frac{1}{10}$; $x = \frac{1}{100}$; г) $(\sqrt{x})^2 = 16$; $x = 16$;

2) а) $a\sqrt{x-1} = 3$; $x-1 = \frac{9}{a^2}$, $x = 1 + \frac{9}{a^2}$;

б) $\frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$; $x+3 = \frac{4}{9}$, $x = -\frac{23}{9}$;

в) $\frac{18}{6-\sqrt{x}} = 6$; $6-\sqrt{x} = 3$, $x = 9$;

г) $\sqrt{7 + \sqrt{6 - \sqrt{x}}} = 3$; $\sqrt{6 - \sqrt{x}} = 2$, $\sqrt{x} = 2$, $x = 4$.

11.

1) а) при $x \geq 0$; б) при $x \leq 0$; в) при любых; г) $x \leq 0$;

2) а) при $x > 0$; б) при $x < 0$; в) при $x \geq 0$ и $x \neq 9$; г) при $x=0$.

С – 15

1.

а) имеет $x = \pm 5$; б) имеет $x = \pm \sqrt{39}$; в) имеет $x = 0$; г) не имеет, т.к. $x^2 \geq 0$.

2.

а) $x \approx \pm 1,4$; б) $x \approx \pm 2,6$; в) $x \approx \pm 2,3$.

3.

- 1) а) $x^2 = 36, x = \pm 6$; б) $x^2 = 0,16, x = \pm 0,4$;
в) $x^2 = 144, x = \pm 12$; г) $x^2 = \frac{4}{49}, x = \pm \frac{2}{7}$.
2) а) $x^2 = 5, x = \pm \sqrt{5}$; б) $x^2 = 15, x = \pm \sqrt{15}$;
в) $x^2 = 2,5, x = \pm \sqrt{2,5}$; г) $x^2 = 0,9, x = \pm \sqrt{0,9}$;
3) а) $x^2 - 0,2 = 0,05; x^2 = 0,25; x = \pm 0,5$;
б) $49 + x^2 = 50, x^2 = 1, x = \pm 1$; в) $64 + y^2 = 0$ – решений нет;
г) $\frac{1}{4}c^2 = 7, c^2 = 28, c = \pm \sqrt{28}$;
4) а) $(y + 2)^2 = 49, y + 1 = \pm 7, y = 5$ и $y = -9$;
б) $(x - 5)^2 = 16, x - 5 = \pm 4, x = 9$ и $x = 1$;
в) $(x - 11)^2 = 81, x - 11 = \pm 9, x = 20$ и $x = 2$;
г) $(y + 1)^2 = \frac{9}{64}, y + 1 = \pm \frac{3}{8}, y = \frac{3}{9}$, и $x = -\frac{11}{8}$.
4. 1) $x^2 = 4$; 2) $x^2 = -3$; 3) $x^2 = \frac{1}{4}$; 4) $x^2 = 2$.
5. а) при $\frac{x}{y} \geq 0$; б) при $x^3 y \geq 0$; в) при $\frac{x}{y} \leq 0; > 0$, г) $x^2 y \geq 0$.

6.

- а) $y^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}), y^2 = 7 - 3 = 4, y = \pm 2$;
б) $(7y)^2 = 14, 7y^2 = 14, y^2 = 2, y = \pm \sqrt{2}$.

7.

Допустим, что $\sqrt{3+10m} = n$, где $m \in \mathbb{N}$, и $n \in \mathbb{N}$ тогда $3 + 10m = n^2$,
 $n^2 - 3 = 10m$, то есть $n^2 - 3$ делится на 10, то есть n^2 – заканчивается на 3,
чего не может быть при $n \in \mathbb{N}$, значит $\sqrt{3+10m}$ – не натуральное число,
что и требовалось доказать.

С – 16

1.

- 1) а) 4 и 5; б) 7 и 8; в) 11 и 12; г) 2 и 3;
2) а) 0 и 1; б) 1 и 2; в) -4 и -3; г) -6 и -5.

2.


























- 1) а) $\sqrt{2} \approx 1,4$; б) $\sqrt{7} \approx 2,6$; в) $\sqrt{10} \approx 3,2$;
2) а) $\sqrt{2,5} \approx 1,6$; б) $-\sqrt{6} \approx -2,5$; в) $-\sqrt{8} \approx -2,8$.

3.

- 1) а) $\sqrt{8} \approx 2,83$; б) $\sqrt{31} \approx 5,57$; в) $\sqrt{0,6} \approx 0,77$;

- г) $-\sqrt{5,6} \approx -2,37$; д) $\sqrt{0,6425} \approx 0,8$; е) $\sqrt{378} \approx 19,44$;
 2) а) $7 - \sqrt{10} \approx 3,84$; б) $\sqrt{55} + \sqrt{27} \approx 12,61$;
 в) $\sqrt{3,4 \cdot 9,7} \approx 5,74$; г) $9,2 + 7\sqrt{2,5} \approx 20,27$;
 3) а) $\sqrt{6 - \sqrt{8}} \approx 1,78$; б) $\sqrt{\sqrt{7}} \approx 1,63$; в) $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \approx 1,99$;
 4) $\sqrt{9+a} \approx \begin{cases} 3,15 & \text{при } a = 0,9; & 3,67 & \text{при } a = 4,5 \\ 6,17 & \text{при } a = 29,1; & 26,55 & \text{при } a = 695,9 \end{cases}$

4.

                         — набрав эту комбинацию, подставляя вместо c и b заданные числа, мы получим значение a . а) $\approx 5,9$; б) $\approx 27,9$

С – 17

1.

- 1) $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{7} \approx 2,6$; $\sqrt{9} = 3$;
 2) $\sqrt{0,5} \approx 0,7$; $\sqrt{3} \approx 1,7$; $\sqrt{4,5} \approx 2,1$; $\sqrt{6,3} \approx 2,5$;
 3) $\sqrt{x} = 0$ при $x = 0$; $\sqrt{x} = 3$ при $x = 9$; $\sqrt{x} = 1,5$ при $x = 2,25$;
 $\sqrt{x} = 2,3$ при $x \approx 5,3$;
 4) $\sqrt{x} = 0,6$ при $x \approx 0,4$; $\sqrt{x} = 1,2$ при $x \approx 1,4$;
 $\sqrt{x} = 2,7$ при $x \approx 5,8$; $\sqrt{x} = 3,1$ при $x \approx 9,6$.

2.

- а) $\sqrt{0,8} < 1$; б) $2 > \sqrt{3,7}$; в) $\sqrt{1,6} > \sqrt{2,4}$; г) $\sqrt{8,5} > \sqrt{6,5}$.

3.

- а) пересекает; б) пересекает; в) пересекает; г) не пересекает.

4.

- 1) $y = \sqrt{x}$; 1) А(16; 4), В (100;10); 0(0;0) – принадлежат графику функции; М(3;9) и К(-36;6) – не принадлежат графику функции;
 2) С(144; 12), D(1600;40), Е(0,81; 0,9) – принадлежат графику функции; N(900; -30), Р(0,5; 0,25) – не принадлежат графику функции.

5.

- 1) а) $\sqrt{31} < \sqrt{32}$; б) $\sqrt{1,8} > \sqrt{0,8}$; в) $\sqrt{38} > 6$; г) $9 > \sqrt{30}$;
 2) а) $\sqrt{\frac{1}{19}} > \sqrt{\frac{1}{16}}$; б) $\sqrt{1,69} = 1,3$ в) $1,6 > \sqrt{2,25}$; г) $\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{5}{9}}$.

6.

- а) 3; $\sqrt{15}$; 4; $\sqrt{16,5}$; $\sqrt{19}$; б) $0,2$; $\frac{1}{4}$; $\sqrt{\frac{1}{11}}$; $\sqrt{0,1}$.

7.

а) пересекает; б) пересекает; в) не пересекает;

г) пересекает; д) пересекает; е) не пересекает.

8.

а) 3; б) 9; в) никакие; г) -1; д) никакие; е) -4; -3; -2; -1; 0; 1.

С – 18

1.

1) а) $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$;

б) $\sqrt{49 \cdot 64} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{64} = 7 \cdot 8 = 56$;

в) $\sqrt{9 \cdot 1600} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{1600} = 3 \cdot 40 = 120$;

г) $\sqrt{400 \cdot 36} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{36} = 20 \cdot 6 = 120$;

2) а) $\sqrt{0,36 \cdot 81} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{81} = 0,6 \cdot 9 = 5,4$;

б) $\sqrt{0,25 \cdot 64} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{64} = 0,5 \cdot 8 = 4$;

в) $\sqrt{16 \cdot 1,44} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{1,44} = 4 \cdot 1,2 = 4,8$;

г) $\sqrt{900 \cdot 0,49} = \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,49} = 30 \cdot 0,7 = 21$;

3) а) $\sqrt{0,04 \cdot 0,645} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{0,64} = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$;

б) $\sqrt{0,16 \cdot 0,81} = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{0,81} = 0,4 \cdot 0,9 = 0,36$;

в) $\sqrt{2,25 \cdot 0,09} = \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,09} = 1,5 \cdot 0,3 = 0,45$;

г) $\sqrt{0,25 \cdot 1,21} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{1,21} = 0,5 \cdot 1,1 = 0,55$;

4) а) $\sqrt{16 \cdot 49 \cdot 0,25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,25} = 4 \cdot 7 \cdot 0,5 = 14$;

б) $\sqrt{169 \cdot 6,25 \cdot 0,04} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{0,04} = 13 \cdot 2,5 \cdot 0,2 = 6,5$;

в) $\sqrt{1,96 \cdot 0,09 \cdot 0,01} = \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,01} = 1,4 \cdot 0,3 \cdot 0,1 = 0,042$.

2.

1) а) $\sqrt{90 \cdot 250} = \sqrt{900 \cdot 25} = 30 \cdot 5 = 150$;

б) $\sqrt{360 \cdot 10} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60$;

в) $\sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{16 \cdot 16} = 16$;

г) $\sqrt{18 \cdot 200} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60$; д) $\sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12$;

2) а) $\sqrt{1,6 \cdot 90} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$;

б) $\sqrt{4,9 \cdot 250} = \sqrt{49 \cdot 25} = 7 \cdot 5 = 35$;

в) $\sqrt{3,6 \cdot 0,4} = \sqrt{36 \cdot 0,04} = 6 \cdot 0,2 = 1,2$;

г) $\sqrt{14,4 \cdot 0,9} = \sqrt{1,44 \cdot 9} = 1,2 \cdot 3 = 3,6$; д) $\sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{25 \cdot 25} = 25$.

3.

1) а) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{225} = 15$; б) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{400} = 20$;
в) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{13 \cdot 52} = \sqrt{169 \cdot 4} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} = 13 \cdot 2 = 26$;
г) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{60} = \sqrt{225 \cdot 4} = 30$.
2) а) $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{25 \cdot 16} = 20$; б) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{128} = \sqrt{9 \cdot 64} = 24$;
в) $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{4,9} = \sqrt{0,09 \cdot 49} = 2,1$; г) $\sqrt{300} \cdot \sqrt{0,27} = \sqrt{100 \cdot 0,81} = 9$;
3) а) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{26} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{26 \cdot 26} = 26$; б) $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{16}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$;
в) $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$.

4.

а) $\sqrt{26} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{13}$; б) $\sqrt{95} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{19}$;
в) $\sqrt{11x} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{x}$; г) $\sqrt{6a} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{a}$.

5.

а) $\sqrt{52900} = \sqrt{529} \cdot \sqrt{100} = 230$; б) $\sqrt{313600} = \sqrt{3136} \cdot \sqrt{100} = 560$;
в) $\sqrt{4840000} = \sqrt{484} \cdot \sqrt{10000} = 2200$.

6.

а) $\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$; б) $\sqrt{61^2 - 60^2} = \sqrt{(61+60) \cdot (61-60)} = 1$;
в) $\sqrt{2,5^2 - 2,4^2} = \sqrt{(2,5-2,4) \cdot (2,5+2,4)} = \sqrt{0,1 \cdot 4,9} = \sqrt{0,01 \cdot 49} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{49} = 0,1 \cdot 7 = 0,7$

7.

а) $\sqrt{5000} = \sqrt{50} \cdot 10 \approx 70,7$; б) $\sqrt{0,5} = \sqrt{50} \cdot 0,1 \approx 0,707$;
в) $\sqrt{200} = 2 \cdot \sqrt{40} \approx 14,14$; г) $\sqrt{800} = 4 \cdot \sqrt{50} \approx 28,28$.

C - 19

1.

1) а) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$; б) $\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$;
в) $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10}$; г) $\sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{121}} = \frac{9}{11}$;
2) а) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}$; б) $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$;

$$\text{в) } \sqrt{1\frac{15}{49}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{7}; \quad \text{г) } \sqrt{13\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}} = \frac{11}{3}.$$

2.

$$\text{а) } \sqrt{\frac{5}{11}} = \frac{\sqrt{5}}{1}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{8}{15}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}; \quad \text{в) } \sqrt{\frac{b}{10}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{10}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{6}{a}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{a}}.$$

3.

$$\text{1) а) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{3}{48}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{52}{13}} = \sqrt{4} = 2;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{4500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{4500}{500}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$\text{2) а) } \frac{\sqrt{4,8}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{4,8}{0,3}} = \sqrt{16} = 4; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{12,5}} = \sqrt{\frac{98}{12,5}} = \sqrt{\frac{98}{25}} = \frac{14}{5};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{2,5}{40}} = \sqrt{\frac{25}{400}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{1,8}}{\sqrt{12,8}} = \sqrt{\frac{1,8}{12,8}} = \sqrt{\frac{18}{128}} = \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}.$$

4.

$$S_1 = 3\text{дм}^2; \quad S_2 = 75\text{дм}^2; \quad S_1 = a_1^2; \quad S_2 = a_2^2;$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{\frac{3\text{дм}^2}{75\text{дм}^2}} = \sqrt{\frac{3}{75}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}. \quad \text{Ответ: в 5 раз.}$$

5.

$$\text{а) } \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} \text{ при } b > 0, x > 0; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{-b}}{\sqrt{-x}} \text{ при } b < 0, x < 0.$$

6.

$$S_1 = \pi R_1^2; \quad S_2 = \pi R_2^2; \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{16}, \quad R_1 = 4\text{см};$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}, \quad R_1 = 4R_2, \quad R_2 = 16\text{см}. \quad \text{Ответ: } 16\text{ см.}$$

1.

1) а) $\sqrt{(4,3)^2} = 4,3$; б) $\sqrt{(-3,1)^2} = |-3,1| = 3,1$;

в) $\sqrt{(-0,7)^2} = |-0,7| = 0,7$; г) $\sqrt{(5,81)^2} = 5,81$;

2) а) $3\sqrt{(-43)^2} = 2|-43| = 86$; б) $5\sqrt{(2,5)^2} = 6 \cdot 2,5 = 15$;

в) $0,1\sqrt{(-93)^2} = 0,1|-93| = 9,3$; г) $-0,3\sqrt{33^2} = -0,3 \cdot 33 = 9,9$;

3) а) $\sqrt{8^4} = 8^2 = 64$; б) $\sqrt{10^6} = 10^3 = 1000$;

в) $\sqrt{5^8} = 5^4 = 625$; г) $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$;

4) а) $\sqrt{(-3)^4} = |(-3)^2| = 9$; б) $\sqrt{(-2)^8} = |(-2)^4| = 16$;

в) $\sqrt{(-10)^6} = 10^3 = 1000$; г) $\sqrt{(-2)^{10}} = |(-2)^5| = 32$;

5) а) $\sqrt{(-1,1)^4} = |(-1,1)^2| = 1,21$; б) $\sqrt{(0,3)^3} = |(0,3)^3| = 0,027$;

в) $\sqrt{3^4 \cdot 6^2} = 3^2 \cdot 6 = 54$; г) $\sqrt{3^8 \cdot 5^2} = 3^4 \cdot 5 = 405$;

2.

1) а) $a\sqrt{a^2} = a|a|$; б) $\sqrt{x^2} = |x|$; в) $0,8\sqrt{c^2} = 0,8|c|$; г) $-0,1\sqrt{p^2} = -0,1|p|$;

2) а) $\sqrt{y^4} = y^2$; б) $\sqrt{a^6} = |a|^3$; в) $\sqrt{x^8} = x^4$; г) $\sqrt{b^{14}} = |b|^7$.

3.

1) а) $\sqrt{p^2} = p$, при $p > 0$; б) $\sqrt{a^2} = -a$, при $a < 0$;

в) $\sqrt{0,64n^2} = 0,8n$, при $n \geq 0$; г) $\sqrt{0,36b^2} = -0,6b$, при $b \leq 0$;

2) а) $-2\sqrt{0,25c^2} = c$, при $c < 0$; б) $\sqrt{a^4} = a^2$; в) $\sqrt{m^6} = -m^3$, при $a \leq 0$;

г) $\sqrt{p^8} = p^4$; д) $\sqrt{p^{16}} = p^8$; при $b \geq 0$; е) $\sqrt{n^{18}} = -n^9$, при $n < 0$;

3) а) $-\sqrt{0,64y^6} = -|0,8y^3| = 0,8y^3$, при $x > 0$;

б) $-\sqrt{0,09c^{14}} = 10 \cdot |0,3c^7| = 10 \cdot 0,3c^7 = 3c^7$;

в) $5,5\sqrt{0,04m^{14}} = -1, m^7$, при $m \leq 0$;

г) $-0,1\sqrt{16a^{18}} = -0,1|4a^9| = 0,1 \cdot 4a^9 = 0,4a^9$, при $y < 0$.

4.

а) $\sqrt{38416} = \sqrt{2^4 \cdot 7^4} = 2^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 49 = 196$;

б) $\sqrt{46656} = \sqrt{2^6 \cdot 3^6} = 2^3 \cdot 3^3 = 216$;

в) $\sqrt{213444} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 462$.

5.

1) а) $\sqrt{\frac{a^8 b^{12}}{c^2}} = \frac{a^4 b^6}{|c|} = -\frac{a^4 b^6}{c}$, при $x \leq 0$;

б) $-a\sqrt{a^2 b^{20}} = a^2 b^{10}$, при $x < 0$;

в) $2c^3 \sqrt{\frac{p^{24}}{c^2}} = -2c^2 p^{12}$, при $c < 0$;

г) $-\frac{3}{7m^2} \sqrt{m^{10} n^6} = -\frac{3m^3 n^3}{7}$, при $p > 0$;

2) а) $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$, при $x > y$;

б) $\sqrt{16+8a+a^2} = \sqrt{(a+4)^2} = a+4$, при $x \geq -4$;

в) $\sqrt{21+8\sqrt{5}} = \sqrt{4^2+2 \cdot 4 \cdot \sqrt{5}+5} = \sqrt{(4+\sqrt{5})^2} = |4+\sqrt{5}| = 4+\sqrt{5}$;

г) $\sqrt{59-30\sqrt{2}} = \sqrt{(5\sqrt{2}-3)^2} = 5\sqrt{2}-3$.

С - 21

1.

1) а) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$; б) $\sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$;

в) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$; г) $\sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7}$;

2) а) $0,1\sqrt{300} = 0,1\sqrt{3 \cdot 100} = \sqrt{3}$; б) $-\frac{1}{3}\sqrt{27} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = -\sqrt{3}$;

в) $\frac{2}{7}\sqrt{98} = \frac{2}{7}\sqrt{2 \cdot 49} = 2\sqrt{2}$;

г) $-0,05\sqrt{4400} = -0,05 \cdot \sqrt{11 \cdot 400} = -\sqrt{11}$;

3) а) $\sqrt{7^2 \cdot 5} = 7\sqrt{5}$; б) $\sqrt{5^4 \cdot 3} = 25\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{6^2 \cdot 5^3} = 30\sqrt{5}$; г) $\sqrt{2^5 \cdot 3^3} = 12\sqrt{6}$;

4) а) $\sqrt{13c^2} = c\sqrt{13}$, при $c \geq 0$; б) $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$;

в) $\sqrt{2x^6} = -x^3\sqrt{2}$, при $x < 0$; г) $\sqrt{7y^7} = y^3\sqrt{7y}$;

5) а) $\sqrt{16x^5} = 4x^2\sqrt{x}$; б) $\sqrt{45x^6} = \sqrt{5 \cdot 3^2 \cdot x^6} = 3|x^3|\sqrt{5} = -3x^3\sqrt{5}$, при $x \leq 0$;

в) $\sqrt{28b^7} = 2b^3\sqrt{7b}$; г) $\sqrt{\frac{5y^3}{49}} = \frac{y}{7}\sqrt{5y}$.

2.

1) а) $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$; б) $3\sqrt{11} = \sqrt{99}$; в) $-2\sqrt{6} = -\sqrt{24}$; г) $-10\sqrt{5} = -\sqrt{500}$.

2) а) $6\sqrt{c} = \sqrt{36c}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{27a} = \sqrt{3a}$;

в) $-10\sqrt{0,2p} = -\sqrt{10^2 \cdot 0,2p} = -\sqrt{20p}$; г) $7\sqrt{\frac{1}{7}n} = \sqrt{7n}$.

3.

1) а) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ б) $\sqrt{14}$ в) $6\sqrt{2} > 2\sqrt{6}$;

2) а) $\frac{1}{2}\sqrt{76} < \frac{2}{3}\sqrt{45}$; б) $\frac{2}{7}\sqrt{147} < 6\sqrt{\frac{5}{12}}$; в) $0,3\sqrt{3\frac{1}{3}} < 0,4\sqrt{2\frac{1}{2}}$;

3) а) $4\sqrt{5} > \sqrt{45}$; б) $2\sqrt{98} < 3\sqrt{72}$; в) $10\sqrt{54} = 30\sqrt{6} > 3\sqrt{96} = 12\sqrt{6}$.

4.

а) $\sqrt{16ab^2} = -4b\sqrt{a}$, при $b < 0$; б) $\sqrt{75x^3y^6} = -5xy^3\sqrt{3x}$, при $y \leq 0$;

в) $\sqrt{-27a^5} = 3a^2\sqrt{-3a}$; г) $\sqrt{8(x+y)^3} = 2(x+y)\sqrt{2(x+y)}$.

5.

а) $m\sqrt{7} = -\sqrt{7m^2}$, при $m \leq 0$; б) $a^3\sqrt{2} = -\sqrt{2a^6}$, при $x < 0$;

в) $a\sqrt{-a} = -\sqrt{-a^3}$; г) $b\sqrt{\frac{5}{b}} = \sqrt{5b}$; д) $(m+n)\sqrt{m+n} = \sqrt{(m+n)^3}$;

е) $(b-a)\sqrt{(a-b)} = -\sqrt{(a-b)^3}$.

6.

а) $(b-5)\sqrt{\frac{3}{b^2-10b+25}} = \sqrt{\frac{3(b-5)^2}{(b-5)^2}} = \sqrt{2}$, при $b > 5$;

б) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a^2+2ab+b^2}} = -\sqrt{\frac{(a+b)^2}{(a+b)^2}} = -1$, при $a+b < 0$.

С – 22

1.

1) а) $2\sqrt{a} = 6\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = \sqrt{a}$; б) $4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x}$;

в) $\sqrt{49c} - \sqrt{16c} + \sqrt{25c} = 7\sqrt{c} - 4\sqrt{c} + 5\sqrt{c} = 8\sqrt{c}$;

$$\begin{aligned} & \text{r) } \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2}; \\ 2) & \text{ a) } \sqrt{8m} - 0,2\sqrt{200m} + 3\sqrt{78m} = 2\sqrt{2m} - 2\sqrt{2m} + 18\sqrt{2m} = 18\sqrt{2m}; \\ & \text{б) } 3\sqrt{12b} + 0,5\sqrt{108k} - 2\sqrt{48b} + 0,01\sqrt{300k} = 6\sqrt{3b} + 3\sqrt{3k} = \\ & 4\sqrt{3k} - 2\sqrt{3b}; \\ 3) & \text{ a) } 6(\sqrt{24} - \sqrt{54}) = \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}) = -6; \\ & \text{б) } (7\sqrt{2} - \sqrt{98} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = (7\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{5}; \\ & \text{в) } 2\sqrt{3}(3 - 4\sqrt{75}) - 3\sqrt{12} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{125} - 3\sqrt{12} = 6\sqrt{3} - 40\sqrt{5} - \\ & - 6\sqrt{3} = -40\sqrt{5}; \\ & \text{r) } \sqrt{18} - (\sqrt{14} - 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{18} - 7\sqrt{2} + 14 = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 14 = \\ & 14 = 14 - 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} 1) & \text{ a) } (1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2 = 1 - 2\sqrt{2}; \\ & \text{б) } (\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 6 - \sqrt{21} + 2\sqrt{21} - 7 = \sqrt{21} - 1; \\ & \text{в) } (\sqrt{5} - \sqrt{18})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = 5 - 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10} + 12 = 17 - 5\sqrt{10}; \\ & \text{r) } (2\sqrt{7} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{7}) - \sqrt{84} = 2\sqrt{84} - 14 + 12 - \sqrt{84} - \sqrt{84} = -2; \\ 2) & \text{ a) } (b + \sqrt{k})(b - \sqrt{k}) = b^2 - k; \text{ б) } (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b; \\ & \text{в) } (3 - \sqrt{15})(\sqrt{15} + 3) = 9 - 15 = -6; \text{ r) } (b + \sqrt{m})^2 = b^2 + 2b\sqrt{m} + m; \\ & \text{д) } (\sqrt{x} + \sqrt{b})^2 = x + 2\sqrt{bx} + b; \\ & \text{e) } (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 - 2\sqrt{3} \cdot 6 + 6 = 9 - 6\sqrt{2}; \\ 3) & \text{ a) } (2\sqrt{3} + 1)(1 - 2\sqrt{3}) = 1 - 12 = -11; \\ & \text{б) } (6\sqrt{2} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 6\sqrt{2}) = 72 - 13 = 59; \\ & \text{в) } (1 + 3\sqrt{3})^2 = 1 + 6\sqrt{2} + 18 = 19 + 6\sqrt{2}; \\ & \text{r) } (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})^2 = 45 + 12\sqrt{50} + 40 = 95 + 60\sqrt{2}. \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} 1) & \text{ a) } a^2 - 3 = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3}); \\ & \text{б) } 13 - x^2 = (\sqrt{13} - x^2) - x^2 = (\sqrt{13} - x)(\sqrt{13} + x); \\ & \text{в) } 9x^2 - 5 = (3x)^2 - (\sqrt{5})^2 = (3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}); \\ & \text{r) } 3y^2 - 2 = (y\sqrt{3} - \sqrt{2})(y\sqrt{3} + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

- 2) а) $c - 4 = (\sqrt{c} - 2)(\sqrt{c} + 2)$, при $c \geq 0$;
 б) $5 - b = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{b})(\sqrt{5} + \sqrt{b})$; при $x \geq 0$;
 в) $a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$, при $a \geq 0$ и $b \geq 0$;
 г) $4a - 25b = (2\sqrt{a})^2 - (5\sqrt{b})^2 = (2\sqrt{a} - 5\sqrt{b})(2\sqrt{a} + 5\sqrt{b})$ при $x > 0$ и $y > 0$;
 3) а) $5 - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)$; б) $11 - 2\sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{11} - 2)$;
 в) $\sqrt{a} - a = \sqrt{a}(1 - \sqrt{a})$; г) $\sqrt{5x} + \sqrt{3x} = \sqrt{x}(\sqrt{5} + \sqrt{3})$.

4.

- а) $\frac{c^2 - 2}{c - \sqrt{2}} = \frac{(c - \sqrt{2})(c + \sqrt{2})}{c - \sqrt{2}} = c + \sqrt{2}$;
 б) $\frac{x + \sqrt{5}}{x^2 - 5} = \frac{x + \sqrt{5}}{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})} = \frac{1}{x - \sqrt{5}}$; в) $\frac{7 + \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + 1$;
 г) $\frac{a - y}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{y})(\sqrt{a} + \sqrt{y})}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \sqrt{a} - \sqrt{y}$.

5.

- 1) а) $\frac{b}{\sqrt{7}} = \frac{b\sqrt{7}}{7}$; б) $\frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{x}$; в) $\frac{5}{3\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{18}$;
 г) $\frac{12}{7\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{14} = \frac{6\sqrt{2}}{7}$; д) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; е) $\frac{7}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$;
 2) а) $\frac{2}{c + y} = \frac{2\sqrt{c} + y}{c + y}$; б) $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{c}} = \frac{c(\sqrt{a} + \sqrt{c})}{a - c}$;
 в) $\frac{6}{\sqrt{5} + 1} = \frac{6(\sqrt{5} - 1)}{4} = \frac{3(\sqrt{5} - 1)}{2}$; г) $\frac{k}{x + \sqrt{k}} = \frac{k(x - \sqrt{k})}{x^2 - k}$;
 д) $\frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{2})}{11 - 2} = \frac{3(\sqrt{11} + \sqrt{2})}{9}$;
 е) $\frac{6}{5 - 2\sqrt{6}} = \frac{6(5 + 2\sqrt{6})}{1} = 30 + 12\sqrt{6}$.

6.

- а) $\sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$, что и требовалось доказать;
 б) $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}} = \sqrt{25 + 2 \cdot \sqrt{50} + 2} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, ч.т.д.

7.

а) $\sqrt{3+3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{3}\sqrt{5}-3} = \sqrt{(3+3\sqrt{5})(3\sqrt{5}-3)} = \sqrt{45-9} = \sqrt{36} = 6 \in \mathbb{N}$, ч.т.д.

б) $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 (\sqrt{5^2}-\sqrt{2^2})} = \sqrt{81-9} = 9$ ч.т.д.

8.

а) $\frac{\sqrt{14}-7}{2-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$;

б) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(x-\sqrt{2x}+2)} = \frac{1}{x-\sqrt{2x}+2}$;

в) $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{a}+a\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a+\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{a}(a+\sqrt{ab}+b)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

С – 23

1.

а) да; б) да; в) да; г) да д) да.

2.

а) $(x+2)(x-7) = 0$, $x = -2$ и $x = 7$;

б) $(x-1)(x+5)(x-8) = 0$, $x = 1$, $x = -5$ и $x = 8$;

в) $(3x-1)(x+4) = 0$, $x = \frac{1}{3}$ и $x = -4$;

г) $(2x-3)(x^2+9)(x+5) = 0$, $x = \frac{3}{2}$ и $x = -5$.

3.

а) $x^2+1 = 0$ не имеет корней, т.к. $x^2+1 > 0$ при любом x ;

б) $\sqrt{x}+9 = 0$ не имеет корней, т.к. $\sqrt{x}+9 > 0$ при любом x ;

в) $\frac{2x+1}{x+0,5} = 0$ не имеет корней, т.к. $\frac{2x+1}{x-0,5} = 2$;

г) $\frac{5x-4}{(x+2)(x-0,8)} = 0$ не имеет корней, т.к. $\frac{5x-4}{(x+2)(x-0,8)} = \frac{5}{x+2} \neq 0$

при любом x .

4.

а) да; б) да; в) да.

С – 24

1.

а) $4x^2 - \underline{5}x - \underline{7} = 0$; б) $3x^2 + \underline{4}x + \underline{1} = 0$;

$$\text{в) } 7x^2 - x + 6 = 0, 7x^2 + (-1)x + \underline{\underline{6}} = 0; \quad \text{г) } x^2 + 2 - 3x = 0; \quad \underline{\underline{1}}x^2 - \underline{\underline{3}}x + \underline{\underline{2}} = 0;$$

$$\text{д) } 3x^2 + 2x = 0, \underline{\underline{3}}x^2 + \underline{\underline{2}}x + \underline{\underline{0}} = 0;$$

$$\text{е) } 8 - 9x^2 = 0; \underline{\underline{-9}}x^2 + \underline{\underline{0}}x + \underline{\underline{8}} = 0; \quad \text{ж) } 11x^2 = 0; \underline{\underline{11}}x^2 + \underline{\underline{0}}x + \underline{\underline{0}} = 0;$$

$$\text{з) } 17 - x^2 - x = 0; \underline{\underline{-1}}x^2 - \underline{\underline{(-1)}}x + \underline{\underline{17}} = 0.$$

2.

Уравнения д), е), ж) – неполные, так как какой-то из коэффициентов или свободный член равны нулю.

3.

$$\text{а) } 2x^2 - 18 = 0, 2(x-3)(x+3) = 0, x = \pm 3;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 12x = 0, 3x(x-4) = 0, x = 0 \text{ и } x = -4;$$

$$\text{в) } 2, 7x^2 = 0, x = 0; \quad \text{г) } x^2 + 16 = 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{д) } 6x^2 - 18 = 0, x^2 = 3, x = \pm\sqrt{3};$$

$$\text{е) } x^2 - 5x = 0, x(x-5) = 0, x = 0 \text{ и } x = 5;$$

$$\text{ж) } -\frac{3}{7}x^2 = 0, x = 0; \quad \text{з) } 4x^2 + 36 = 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{и) } 6x - 3x^2 = 0, 3x(2-x) = 0, x = 0 \text{ и } x = 2;$$

$$\text{к) } \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6} = 0, x^2 = 5, x = \pm\sqrt{5};$$

$$\text{л) } 12 + 4x^2 = 0 - \text{решений нет}; \quad \text{м) } 4,9x^2 = 0, x = 0.$$

4.

$$\text{а) } 25y^2 - 1 = 0, y^2 = \frac{1}{25}, y = \pm\frac{1}{5};$$

$$\text{Проверка: } 9 \cdot \left(\pm\frac{2}{3}\right)^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \text{ верно};$$

$$\text{б) } -y^2 + 5 = 0, (\sqrt{5} - y)(\sqrt{5} + y) = 0, y = \pm\sqrt{5};$$

$$\text{Проверка: } -\left(\pm\sqrt{2}\right)^2 + 2 = -2 + 2 = 0 \text{ верно};$$

$$\text{в) } 1 - 4y^2 = 0; (1 - 2y)(1 + 2y) = 0, y = \pm\frac{1}{2};$$

$$\text{Проверка: } 9 - 16\left(\pm\frac{3}{4}\right)^2 = 9 - 9 = 0 \text{ верно};$$

$$\text{г) } 8y^2 + y = 0; y(8y + 1) = 0, y = 0 \text{ и } y = -\frac{1}{8};$$

$$\text{Проверка: } 7 \cdot 0^2 + 0 = 0, 7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^2 - \frac{1}{7} = 0 \text{ верно};$$

д) $6y = y^2 = 0$, $y(6 - y) = 0$, $y = 0$ и $y = 6$;

Проверка: $4 \cdot 0 - 0^2 = 0$, и $4 \cdot 4 - 4^2 = 0$ верно;

е) $0,1y^2 - 0,5 = 0$, $y(0,1y - 0,5) = 0$, $y = 0$ и $y = 5$;

Проверка: $0,2 \cdot 0^2 - 0 = 0$ и $0,2 \cdot 5^2 = 0$ верно.

5.

а) $(x + 2)(x - 1) = 0$, $x = -2$ и $x = 1$;

б) $(x - 0,3)x = 0$, $x = 0,3$ и $x = 0$;

в) $x^2 + 4x = 0$, $x(x + 4) = 0$, $x = 0$ и $x = -4$;

г) $x^2 - 36 = 0$, $x = \pm 6$; д) $16x^2 - 1 = 0$, $x^2 = \frac{1}{16}$, $x = \pm \frac{1}{4}$;

е) $3x - 2x^2 = 0$, $x(3 - 2x) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$;

ж) $x^2 = 3x$, $x(x - 3) = 0$, $x = 0$ и $x = 3$;

з) $x^2 - 3x - 5 = 11 - 3x$, $x^2 = 16$, $x = \pm 4$;

и) $5x^2 - 6 = 15x - 6$, $5x(x - 3) = 0$, $x = 0$ и $x = 3$.

6.

а) $(x + 0,1)(x - \frac{1}{6})(x + 3,9) = 0$, $x = -0,1$; $x = \frac{1}{6}$ и $x = -3,9$;

б) $5x(4x - 0,2) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{20}$;

в) $0,2x^2 - 1,8x = 0$, $0,2x(x - 9) = 0$, $x = 0$ и $x = 9$;

г) $\frac{1}{5}u^2 - \frac{9}{20} = 0$, $u^2 = \frac{9}{4}$, $u = \pm \frac{3}{2}$;

д) $1,2y^2 - 3,6 = 0$, $y^2 = 3$, $y = \pm\sqrt{3}$;

е) $8y + 0,4y^2 = 0$, $y(8 + 0,4y) = 0$, $y = 0$ и $y = -20$.

7.

б), в), г).

8.

$x - y = 2$ и $\frac{xy}{2} = \frac{x+y}{2}$, тогда $x = y + 2$ и $y(y + 2) = y + 2 + y$, то есть

$y^2 + 2y = 2y + 2$, $y = \pm\sqrt{2}$, а $x = 2 \pm\sqrt{2}$

Ответ: $2 + \sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$ или $2 - \sqrt{2}$ и $(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})$.

С – 25

1.

а) 1; -3; б) 0; $-\frac{1}{6}$; в) 0,5; -3; г) $-\frac{1}{6}$; 1.

2.

а) 36; б) 0; в) 49; г) -20.

3.

а) два; б) один; в) два; г) не имеет.

4.

а) $x^2 - 7x + 10 = 0$; б) $x^2 + 0,2x - 0,8 = 0$; в) $x^2 + 3x = 0$;

г) $8x^2 - 2x - 1 = 0$; д) $x^2 - 2 = 0$; е) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

5.

а) $m = \pm 6$; б) $m = -1$; в) $m = 4$; г) $m = \frac{1}{49}$.

6.

а) $x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$, $x = 0$ и $x = 1$;

б) $x^2 + 5x + 6 = 0$, $D = 1$, $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$, $x = -2$ и $x = -3$;

в) $5x^2 + 8x - 4 = 0$, $D = 144$, $x = \frac{-8 \pm 12}{10}$, $x = \frac{2}{5}$ и $x = -2$;

г) $x^2 - 6x + 7 = 0$; $D = 8$, $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2}$, $x = 3 \pm \sqrt{2}$;

д) $7x = 4x^2$, $x(4x-7) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{7}{4}$;

е) $x^2 - 6x + 5 = 0$, $D = 16$, $x = \frac{6 \pm 4}{2}$, $x = 1$ и $x = 5$;

ж) $5x^2 - 3 = 0$, $x^2 = \frac{3}{5}$, $x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$;

з) $2x^2 - x + 3 = 0$, $D = -23$, - решений нет.

7.

а) $10x^2 - 3x - 0,4 = 0$, $D = 16$, $x = \frac{3 \pm 4}{20}$, $x = -\frac{1}{20}$ и $x = \frac{7}{20}$;

б) $7x^2 + 6x - 1 = 0$, $D = 64$, $x = \frac{-6 \pm 8}{14}$, $x = -1$ и $x = \frac{1}{7}$;

в) $2x^2 - 3x + 2 = 0$, $D = -7$ - решений нет;

г) $x^2 + 12 = 7x$, $x^2 - 7x + 12 = 0$, $D = 1$, $x = \frac{7 \pm 1}{2}$, $x = 3$ и $x = 4$;

д) $7y^2 + 5y = 2$; $7y^2 + 5y - 2 = 0$, $D = 81$, $y = \frac{-5 \pm 9}{14}$, $y = -1$ и $y = -\frac{3}{7}$;

е) $1 + 8x = 9x^2$, $9x^2 + 8x - 1 = 0$, $D = 100$, $x = \frac{-8 \pm 10}{18}$, $x = -1$ и $x = \frac{1}{9}$.

8.

а) $y^2 - 10y + 25 = (y - 5)(y - 5)$; б) $9x^2 - \frac{49}{144} = \left(3x - \frac{9}{12}\right)\left(3x + \frac{9}{12}\right)$;

в) $y^2 - 5y + 4 = (y - 1)(y - 4)$; г) $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$;

д) $2x^2 - 7 = (\sqrt{2x} - \sqrt{7})(\sqrt{2x} + \sqrt{7})$; е) $y^2 + 7y - 8 = 0$, $(y + 8)(y - 1) = 0$.

9. а) $a = \pm 8$; б) $a = 0$ и $a = 3$.

10. при $m = 12$.

С - 26

1.

1) а) $(x + 3)^2 = 2x + 6$, $x^2 + 4x + 3 = 0$, $D = 4$, $x = \frac{-4 \pm 2}{2}$, $x = -3$ и $x = -1$;

б) $(x + 2)^2 = 43 - 6x$, $x^2 + 10x - 39 = 0$, $D = 256$, $x = \frac{-10 \pm 16}{2}$,
 $x = +3$, и $x = -13$;

в) $4(x - 1)^2 = 12x + 3$; $4x^2 - 20x + 1 = 0$, $D = 384$, $x = \frac{20 \pm 8\sqrt{6}}{8}$,

$x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{6}$;

г) $(x - 2)^2 + 24 = (2 + 3x)^2$, $8x^2 + 16x - 24 = 0$, $x^2 + 2x - 3 = 0$,

$D = 16$, $x = \frac{-2 \pm 4}{2}$, $x = 1$ и $x = \frac{4}{3}$;

2) а) $(x - 3)(x + 3) = 5x - 13$; $x^2 - 5x + 4 = 0$, $D = 9$, $x = \frac{5 \pm 3}{2}$, $x = 1$ и $x = 4$;

б) $(x + 4)(2x - 1) = x(3x + 11)$; $2x^2 + 4x + 4 = 0$, $x^2 + 2x + 2 = 0$,
 $D = -4$ - решений нет;

в) $-x(4x + 1) = (x + 2)(x - 2)$, $5x^2 + x - 4 = 0$, $D = 81$, $x = \frac{-1 \pm 9}{10}$,

$x = -1$ и $x = \frac{4}{5}$;

г) $7(1 - x) = (2x + 3)(1 - x)$, $(1 - x)(2x - 4) = 0$, $x = 1$ и $x = 2$;

3) а) $\frac{2x^2+x}{5} = \frac{4x-2}{3}$; $6x^2 - 17x + 10 = 0$, $D = 49$, $x = \frac{17 \pm 7}{12}$,

$x = 2$ и $x = \frac{5}{6}$;

б) $\frac{x^2-4}{3} + 4x = 3$, $x^2 + 12x - 13 = 0$, $D = 196$, $x = \frac{-12 \pm 14}{2}$, $x = 1$

и $x = -13$;

в) $\frac{x^2-11}{7} = \frac{x-x^2}{2}$, $9x^2 - 7x - 22 = 0$, $D = 841$, $x = \frac{7 \pm 29}{18}$, $x = 2$ и

$x = -\frac{11}{9}$;

г) $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x^2+17}{9}$; $22x^2 - 9x - 31 = 0$, $D = 2809$,

$x = \frac{9 \pm 53}{44}$, $x = -1$ и $x = -\frac{31}{22}$.

2.

а) $a^2 - 11y + 2,8 = 0$, $D = 9$, $y = \frac{11 \pm 3}{2}$; $a = 4$ и $a = 7$;

б) $a^2 - 6a = 0,5a^2 - 16$, $a^2 - 12a + 32 = 0$, $D = 16$, $a = \frac{12 \pm 4}{2}$, $a = 4$ и $a = \frac{1}{4}$;

в) $2a^2 - 1,6a = 1,8a^2 + 0,4 + 5$, $a^2 - 10a - 25 = 0$, $D = 200$,

$a = \frac{10 \pm 10\sqrt{2}}{2}$, $a = 5 \pm 5\sqrt{2}$.

3.

а) $x^2 - 4x - 3 = 0$, $D = 28$, $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2}$, $x = 2 \pm \sqrt{7}$, $x \approx -0,646$ и $x \approx 4,646$;

б) $9y^2 + 6y - 17 = 0$, $D = 648$, $x = \frac{-6 \pm 18\sqrt{2}}{18}$, $x \approx -1,746$ и $x \approx -1,081$.

4.

$4y^2my - 5 = 0$, $D = m^2 + 20 \cdot 4 = m^2 + 80 > 0$ при любом m , так что уравнение имеет 2 корня, что и требовалось доказать.

5.

$x^2(a-2) + ax + 1 = 0$, $D = a^2 - 4(a-2) = (a-2)^2 + 4 > 0$, так что уравнение всегда имеет 2 корня, что и требовалось доказать.

6.

а) $\frac{x^3}{|x|} + 3x + 2 = 0$, при $x > 0$: $x^2 + x + 3 = 0$ и $x = -1$ – посторонние при

$x < 0$: $-x^2 + 3x + 2 = 0$, $x^2 - 3x - 2 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$, $x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$.

Ответ: $\frac{3 - \sqrt{17}}{2}$.

б) $x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 6 = 0$, при $x > 0$: $x^2 + x - 6 = 0$, $x = 2$ и $x = -3$; $x = 2$;

при $x < 0$: $x^2 - x - 6 = 0$, $x = -2$ и $x = 3$; $x = -2$. Ответ: $x = 2$ и $x = -2$.

С – 27

1.

1) а) $x_1 + x_2 = 14$, $x_1 x_2 = 33$; б) $x_1 + x_2 = -12$, $x_1 x_2 = -28$;

в) $y_1 + y_2 = -17$, $y_1 y_2 = 52$; г) $y_1 + y_2 = -12$, $y_1 y_2 = 35$;

2) а) $x_1 + x_2 = -17$, $x_1 x_2 = 0$; б) $z_1 + z_2 = 0$, $z_1 z_2 = 15$;

в) $y_1 + y_2 = 0$, $y_1 y_2 = -75$; г) $z_1 + z_2 = 2,3$; $z_1 z_2 = 0$;

3) а) $x_1 + x_2 = \frac{2}{7}$, $x_1 x_2 = -2$; б) $y_1 + y_2 = -\frac{15}{2}$, $y_1 y_2 = \frac{3}{2}$;

в) $y_1 + y_2 = -\frac{1}{4}$; $y_1 y_2 = -4$; г) $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 x_2 = -\frac{14}{3}$.

2.

а) $x^2 - 7x + 12$; б) $x^2 - 3x - 10$; в) $x^2 - \frac{34}{15}x + 1 = 0$.

3.

1) а) $x = 2$ и $x = 4$; б) $z = -2$ и $z = -3$;

2) а) $x = 5$ и $x = -3$; б) $y = -8$ и $y = 1$;

3) а) $x = 3$ и $x = 12$; б) $y = -3$ и $y = 13$.

4.

а) $x^2 - 21x + 54 = 0$, $x_1 = 3$; тогда $x_2 = 21 - 3 = 18$;

б) $9x^2 - 20x - 21 = 0$, $x_1 = 3$ тогда $x_2 = -\frac{21}{9} = -\frac{7}{3}$.

5.

1) а) $x_1 < 0$, $x_2 < 0$; б) $y_1 > 0$, $y_2 < 0$;

2) а) $y_1 < 0$, $y_2 > 0$; б) $x_1 > 0$, $x_2 > 0$;

3) а) $x_1 > 0$, $x_2 < 0$; б) $y_1 < 0$, $y_2 < 0$.

6.

1) а) $x^2 + 5x + k = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = -3$ и $k = 6$;

б) $x^2 + kx - 16 = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = 8$, $k = -6$;

2) а) $5x^2 - 7x + k = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = \frac{17}{5}$ и $k = -34$;

б) $3x^2 + kx + 10 = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = -\frac{5}{3}$ и $k = 11$.

7. $x^2 - 9x - 17 = 0$;

1) а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{9}{-17} = -\frac{9}{17}$;

б) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 81 + 34 = 115$;

в) $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 81 + 68 = 149$;

г) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{115}{-17} = -\frac{115}{17}$;

д) $(x_1^3 + x_2^3) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2) = (-9) \cdot (115 + 17) = -1188$;

2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{9}{17}$, а $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{17}$, т.о. корни уравнения

$y^2 + \frac{9}{17}y - \frac{1}{17} = 0$ это $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$.

С - 28

1.

$$\begin{cases} n_1 - n_2 = 7 \\ n_1 n_2 = 8 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7 + n_2 \\ n_2(7 + n_2) = 330 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7 + n_2 \\ n_2^2 + 7n_2 - 330 = 0 \end{cases};$$

$n_2 = 15$, т.к. $n_2 > 0$, а $n_1 = 7 + n_2 = 22$.

Ответ 15 и 22.

2.

$$\begin{cases} ab = 360 \\ a + b = 39 \end{cases}; \begin{cases} (39 - b)b = 360 \\ a = 39 - b \end{cases}; \begin{cases} b^2 - 39b + 360 = 0 \\ a = 39 - b \end{cases};$$

$b = 24$ или $b = 15$; $a = 15$ или $a = 24$.

Ответ: 15 дм и 32 дм.

3.

$$\begin{cases} a-b=14 \\ a^2+b^2=676 \end{cases}; \begin{cases} a=14+b \\ (14+b)^2+b^2=676 \end{cases}; \begin{cases} a=14+b \\ b^2+14b-240=0 \end{cases};$$

$b = 10$, т.к. $b > 0$, $a = 24$

Ответ: 10 дм и 24 дм.

4.

$$\begin{cases} x^3+y^3=1547 \\ x+y=17 \end{cases}; \begin{cases} (x+y)(x^2-xy+y^2)=1547 \\ x+y=17 \end{cases}; \begin{cases} (x+y)^2-3xy=91 \\ x+y=17 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y=17 \\ xy=66 \end{cases}; \begin{cases} x=17-y \\ y(17-y)=66 \end{cases}; \begin{cases} x=17-y \\ y^2-17y+66=0 \end{cases}; y=6 \text{ или } y=11 \\ x=11 \text{ или } x=6 \end{cases}$$

Ответ: 6 и 11.

5.

$$\begin{cases} 75 = v_0 - 5 \\ 300 = v_0 t - 5t^2 \end{cases};$$

$v_0 = 80$ тогда $5t^2 - 80t + 300 = 0$, $t^2 - 16t + 60 = 0$, $t = 6$ и $t = 10$.

Ответ: через 6сек. и через 10сек.

С - 29

1.

1) а) $x^2 - 8x + 15 = (x-5)(x-3)$;

б) $x^2 + 5x - 14 = (x+7)(x-2)$;

в) $x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$;

г) $x^2 - 3x - 18 = (x-6)(x+3)$;

2) а) $5x^2 + 7x - 24 = (x+3)(5x-8)$; б) $7x^2 - 8x + 1 = 7(x-1)\left(x - \frac{1}{7}\right)$;

в) $15x^2 - 8x + 1 = (5x-1)(3x-1)$; г) $x^2 - 2x - 2 = (x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3})$.

2.

1) а) $\frac{x^2+7x+12}{x+4} = \frac{(x+3)(x+4)}{x+4} = x+3$;

б) $\frac{x+2}{x^2+7x+10} = \frac{x+2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{x+5}$;

2) а) $\frac{3x^2-16x+5}{x-5} = \frac{(3x-1)(x-5)}{x-5} = 3x-1$;

$$\text{б) } \frac{x+1}{4x^2+x-3} = \frac{x+1}{(4x-3)(x+1)} = \frac{1}{4x-3};$$

$$3) \text{ а) } \frac{3x^2+5x-2}{x^2-4} = \frac{(x+2)(3x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3x-1}{x-2};$$

$$\text{б) } \frac{9x^2-1}{3x^2-8x-3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x-3)} = \frac{3x-1}{x-3}.$$

3.

$$1) \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = t, t^2 - 17t + 16 = 0, x^2 = 1 \text{ и } t = 16,$$

$$x^2 = 1 \text{ и } x^2 = 16, x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 4;$$

$$\text{б) } x^4 - 29x^2 + 100 = 0, t^2 - 29t + 100 = 0, t = 4 \text{ и } t = 25,$$

$$x^2 = 4 \text{ и } x^2 = 25, x = \pm 2 \text{ и } x = \pm 5;$$

$$\text{в) } 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0, t = x^2, 4t^2 - 37t + 9 = 0, t = \frac{1}{4} \text{ и}$$

$$t = 9, x^2 = \frac{1}{4} \text{ и } x^2 = 9; x = \pm \frac{1}{2} \text{ и } x = \pm 2;$$

$$\text{г) } 9x^4 - 40x^2 + 16 = 0, x^2 = t, 9t^2 - 40t + 16 = 0, t = \frac{4}{9} \text{ и}$$

$$t = 4, x^2 = \frac{4}{9} \text{ и } x^2 = 4, x = \pm \frac{2}{3} \text{ и } x = \pm 2;$$

$$2) \text{ а) } x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = t, t^2 + 5t - 36 = 0, t = -9 \text{ и}$$

$$t = 4, x^2 = -9 \text{ и } x^2 = 4, x = \pm 2;$$

$$\text{б) } 16x^4 + 55x^2 - 36 = 0, x^2 = t, 16t^2 + 55t - 36 = 0, t = -4 \text{ и}$$

$$t = \frac{9}{16}, x^2 = -4 \text{ и } x^2 = \frac{9}{16}, x = \pm \frac{3}{4};$$

$$3) \text{ а) } x^4 - 8x^2 + 16 = 0, x^2 = t, t^2 - 8t + 16 = 0, t = 4, x^2 = 4, x = \pm 2;$$

$$\text{б) } x^4 + 5x^2 + 9 = 0, x^2 = t, t^2 + 5t + 9 = 0, D < 0 - \text{решений нет.}$$

4.

$$1) \text{ а) } \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x - 10} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+2)} = \frac{x-3}{x-5}; - \text{дробь не сокращается;}$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 8x + 12} = \frac{(x-6)(x+1)}{(x-2)(x-6)} = \frac{x+1}{x-2};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 3x - 10} &= \frac{(x+2)(3x-1)}{(x+2)(x-5)} = \frac{3x-1}{x-5}; \\ \text{г)} \quad \frac{4x^2 - 5x + 1}{1 - 4x^2 - 5x} &= \frac{(x-1)(4x-1)}{1 - 4x^2 - 5x} - \text{дробь не сокращается}; \\ 2) \text{ а)} \quad \frac{x^3 - 5x^2 - 14x}{x^2 - 2x - 8} &= \frac{x(x-7)(x+2)}{(x-4)(x+2)} = \frac{x^2 - 7x}{x-4}; \\ \text{б)} \quad \frac{3x^2 - 16x + 5}{x^2 - 4x^2 - 5x} &= \frac{3(x-5)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{x(x-4x-5)} = \frac{(x-5)(3x-1)}{x(x-5)(x1)} = \frac{3x-1}{x^2+x}; \\ 3) \text{ а)} \quad \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 2x - 3} &= \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-3)(x+1)} = (x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3; \\ \text{б)} \quad \frac{x^3 - 4x}{x^4 - 3x^2 - 4} &= \frac{x(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{x}{x^2+1}. \end{aligned}$$

С - 30

1.

$$1) \text{ а)} \quad \frac{x^2 + 3x}{2} + \frac{x - 3x^2}{8} = 2x; \quad \frac{(x^2 + 3x) \cdot 4 + x - 3x^2}{8} = 2x;$$

$$x^2 + 11x = 16x; \quad x(x-5) = 0, \quad x = 0 \text{ и } x = 5;$$

$$\text{б)} \quad \frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9}; \quad (2x+1) \cdot 12 - 3(4x-x^2) = 4(x^2-4);$$

$$x^2 - 12x - 28 = 0, \quad x = 14 \text{ и } x = -2;$$

$$2) \text{ а)} \quad \frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x}, \quad \begin{cases} x^2 = 2x; \\ x \neq 3 \end{cases}; \quad x = 0 \text{ и } x = 2;$$

$$\text{б)} \quad \frac{x^2-1}{x+5} = \frac{5-x}{x+5}, \quad \begin{cases} x^2-1=4-x; \\ x \neq -5 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2+x-6=0 \\ x \neq -5 \end{cases}, \quad x = 2 \text{ и } x = -3;$$

$$\text{в)} \quad \frac{x^2+3x}{x-4} = \frac{x^2-x}{3-x}, \quad \begin{cases} x^2+3x=x-x^2; \\ x \neq 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x^2=-2x \\ x \neq 4 \end{cases}, \quad x = 0 \text{ и } x = -1;$$

$$\text{г)} \quad \frac{x^2-6x}{3x-1} = \frac{3x-4}{1-3x}, \quad \begin{cases} x^2-6x=4-3x; \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2-3x-4=0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}, \quad x = -1 \text{ и } x = 4;$$

$$3) \text{ a) } \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, \begin{cases} (2x+3)x = (3x+2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x \neq -2, x \neq 0 \end{cases}$$

$$x = -1 \text{ u } x = -4;$$

$$\text{б) } \frac{y+3}{y-3} = \frac{2y+3}{y}, \begin{cases} (y+3)y = (2y+3)(y-3) \\ y-3 \neq 0, y \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2 - 6y - 9 = 0 \\ y \neq 3, y \neq 0 \end{cases}, y = 1;$$

$$\text{в) } \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1}, \begin{cases} (4x+1)(x+1) = (3x-8)(x-3) \\ x-3 \neq 0, x+1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 22x - 23 = 0 \\ x \neq 3, x \neq -1 \end{cases},$$

$$x = 1 \text{ u } x = -23;$$

$$\text{г) } \frac{5y-2}{2y+1} = \frac{3y+2}{y+3}, \begin{cases} (5y-2)(y+3) = (3y+2)(2y+1) \\ 2y+1 \neq 0, y+3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2 - 6y + 8 = 0 \\ y \neq -\frac{1}{2}, y \neq -3 \end{cases},$$

$$y = 50 \text{ u } y = -2;$$

$$4) \text{ а) } \frac{4x^2 - 11x - 3}{3-x} = 0, \begin{cases} 4x^3 - 11x - 3 = 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{11 \pm 13}{8} \\ x \neq 3 \end{cases}, x = -\frac{1}{4};$$

$$\text{б) } \frac{2x^2 + x - 1}{2x-1} = 2, \begin{cases} 2x^2 + x - 1 = 2(2x-1) \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{3 \pm 1}{4} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, x = 1;$$

$$\text{в) } \frac{2y^2 + 5y + 2}{y^2 - 4} = 1, \begin{cases} 2y^2 + 5y + 2 = y^2 - 4 \\ y^2 - 4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2 + 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 2 \end{cases}, y = 3;$$

$$\text{г) } \frac{3}{x-2} = 2x+1, \begin{cases} 3 = (2x+1)(x-2) \\ x-2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{3 \pm 7}{4} \\ x \neq 2 \end{cases}, x = \frac{5}{2} \text{ u } x = -1;$$

$$\text{д) } \frac{9x+3}{1+3x} = x-7, 3 = x-7, x = 10.$$

2.

$$1) \text{ a) } \frac{x-7}{x-2} + \frac{x+4}{x+2} = 1, \begin{cases} (x-7)(x+2) + (x+4)(x-2) = (x-2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = -3 \text{ и } x = 4;$$

$$\text{б) } \frac{4y+7}{2y-3} - \frac{y-3}{2y+3} = 1, \begin{cases} (4y+7)(2y+3) - (y-3)(2y-3) = (2y-3)(2y+3) \\ (2y-3)(2y+3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 35y + 21 = 0 \\ y \neq \pm \frac{3}{2} \end{cases}; y = \frac{-35 \pm \sqrt{1057}}{4};$$

$$\text{в) } \frac{3}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{2}{x^2-4}, \begin{cases} 3(x-2) + 3(x+2) = 2 \\ x^2 - 4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 6x = 2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = \frac{1}{3};$$

$$\text{г) } \frac{2y-8}{y-5} + \frac{10}{y^2-25} = \frac{y+4}{y+5}, \begin{cases} (2y-8)(y+5) + 10 = (y+4)(y-5) \\ y^2 - 25 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}, y = 2;$$

$$2) \text{ a) } \frac{5}{y+3} - \frac{3}{y} = \frac{2-y}{y^2+3y}, \begin{cases} 5y - 3(y+3) = 2-y \\ y^2 + 3y \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3y = 11 \\ y \neq 0, y \neq -3 \end{cases}, y = \frac{11}{3};$$

$$\text{б) } \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, \begin{cases} (2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4) = x+6 \\ (x-4)(x+1) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq \pm 4, x \neq -1 \end{cases}, x = 5;$$

$$3) \text{ a) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2-4x+4}, \begin{cases} 5(x-2) + (x-2)^2 = 14 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 20 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases}, x = -5 \text{ и } x = 4;$$

$$6) \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2,$$

$$\begin{cases} 3x+1-1=2(3x+1)^2 \\ 3x+1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 18x^2+9x+2=0 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ - решений нет;}$$

$$в) \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{9}{(x+3)^2}, \frac{6}{x^2-9} = 0, \begin{cases} (x+3)^2+9(x-3)^2-6(x^2-9)=0 \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 4x^2-48x+144=0 \\ x^2 \neq 3 \end{cases}, \begin{cases} x^2-12x+36=0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, x=6;$$

$$г) \frac{3}{1-4y^2} + \frac{4}{2y^2+y} = \frac{3}{4y^2+4y+1}, \begin{cases} y(1+2y) \cdot 3 + 4(1-2y) = 3 \cdot y \\ y(1-2y)(1+2y)^2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 6y^2-8y+4=0 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{2} \end{cases} \text{ - решений нет.}$$

3.

$$а) \frac{7a-6}{a^3+27} = \frac{1}{a^2-3a+9} - \frac{1}{a+3}, \begin{cases} 7a-6 = a+3 - (a^2-3a+9) \\ a^3+27 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a^2+3a=0 \\ a \neq -3 \end{cases}, a=0;$$

$$б) \frac{y+3}{9y^2+3y+1} + \frac{3}{27y^3-1} = \frac{1}{3y-1}, \begin{cases} (8c-3)(2c+1)+6=2(4c^2-2c+1) \\ 8c^3+1=0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 6y^2-5y+1=0 \\ y \neq \frac{1}{3} \end{cases}, y = -\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{1-x}{x^3-3x^2-4x+12} - \frac{2}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x-2},$$

$$\begin{cases} 1-x-2(x-2)=(x+2)(x-3) \\ (x-3)(x+2)(x-2) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 1-x-2(x-2)=(x+2)(x-3) \\ (x-3)(x+2)(x-2) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2+2x-11=0 \\ x \neq 3, x \neq \pm 2 \end{cases}; x = -1 \pm \sqrt{12};$$

$$\text{г) } \frac{1}{x^3 - 4x} + \frac{1}{x^3 + 4x} - \frac{4}{x^4 - 16} = 0, \quad \begin{cases} x^2 + 4 + x^2 - 4 - 4x = 0 \\ x(x^4 - 16) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x \neq \pm 1, x \neq 0 \end{cases}, \text{ решений нет.}$$

4.

$$\text{а) } y = 0 \text{ и } y = \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2} : \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2} = 0, x = 3 \text{ и } x = -\frac{5}{2}.$$

$$\text{Ответ: } (3; 0) \text{ и } \left(-\frac{5}{2}; 0\right).$$

$$\text{б) } y = 0 \text{ и } y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x-4} : \frac{x^2 - 2x - 8}{x-4} = 0, \frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)} = 0, x = -2.$$

Ответ: (-2; 0).

$$\text{в) } y = 3x + 1 \text{ и } y = \frac{x+27}{x-3} : 3x + 1 = \frac{x+27}{x-3}, \begin{cases} (3x+1)(x-3) = x+27 \\ x \neq -3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 9x - 30 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases}, x = 4 \text{ и } x = 2. \text{ Ответ: } (-2; -5) \text{ и } (5; 16).$$

$$\text{г) } y = 4x \text{ и } y = \frac{7}{x+1} - 1, 4x = \frac{7-(x+1)}{x+1}, \begin{cases} 4x(x+1) = 6-x \\ x \neq -1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 5x - 6 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}, x = -2 \text{ и } x = \frac{3}{4}. \text{ Ответ: } (-2; -8) \text{ и } \left(\frac{3}{4}; 3\right).$$

5.

$$\text{а) } \frac{x\sqrt{7}}{x\sqrt{7} - \sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{7} - x\sqrt{2}}, \begin{cases} 7x - x^2\sqrt{14} = x^2\sqrt{14} - 2x \\ x \neq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \text{ и } x \neq \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \end{cases},$$

$$\begin{cases} x(9 - 2x\sqrt{14}) = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, x \neq \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}, x = 0 \text{ и } x = \frac{9}{2\sqrt{14}} \end{cases};$$

$$\text{б) } \frac{x\sqrt{5} + \sqrt{3}}{x\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{5} - \sqrt{3}}{x\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{32x}{5x^2 - 3}, \begin{cases} (x\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 + (x\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 32x \\ 5x^2 - 3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x^2 - x + 4 = 0 \\ x \neq \pm \sqrt{\frac{2}{7}} \end{cases}$$

6.

$$a) x^2 + 3x = \frac{8}{x^2 + 3x - 2}, y = x^2 + 3x, y = \frac{8}{y-2}, \frac{y^2 - 2y - 8}{y-2} = 0, y = -2 \text{ и } y = 4;$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \text{ и } x^2 + 3x - 4 = 0, x = -1, x = -2, x = 1 \text{ и } x = -4;$$

$$b) (x-2)(x+7) = \frac{19}{(x+1)(x+4)}, x^2 + 5x - 14 = \frac{19}{x^2 + 5x + 4}, x^2 + 5x + 4 = y,$$

$$y - 18 = \frac{19}{y}, y^2 - 18y - 19 = 0, y = 6 \text{ и } y = -4, x^2 + x = 6 \text{ и } x^2 + x = -4,$$

$$x^2 + 5x + 5 = 0 \text{ и } x^2 + 5x - 15 = 0, x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ и } x = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}.$$

C-31

1.

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ \frac{x+2}{y+21} = \frac{x}{y} - \frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} y = x + 4 \\ \frac{x+2}{y+25} = \frac{x}{x+4} - \frac{1}{4} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ (x+2) \cdot 4(x+4) = 4x(x+25) - (x+25)(x+4), \\ (x+25)(x+4) \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} y = x + 4 \\ x^2 - 47 + 132 = 0, \\ x \neq -4, x \neq -25 \end{cases}$$

$$x = 3 \text{ и } x = 44, y = 7 \text{ и } y = 48 \text{ но } \frac{44}{48} = \frac{11}{12} - \text{сократима. Ответ: } \frac{3}{7}.$$

2.

V – собственная скорость катера, $V > 2$; t_1 – время движения по течению,

$t_1 = \frac{40}{V+2}$; t_2 – время движения против течения $t_2 = \frac{6}{V-2}$, тогда:

$$\frac{50}{x+18} + \frac{8}{18-x} = 3; \begin{cases} 3V^2 - 46V + 56 = 0 \\ V \neq \pm 2 \end{cases}, \begin{cases} V = \frac{46 \pm 38}{6}, \\ V \neq \pm 2 \end{cases}, V = 14 \text{ км/ч, т.к. } V > 2.$$

Ответ: $V = 14$ км/ч.

3.

V_1 – скорость печатания 1-ой машинистки,

V_2 – скорость печатания 2-ой машинистки,

S – размер рукописи тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{V_1 + V_2} = 8 \\ \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 12 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_2 = \frac{S}{8} \\ S \left(\frac{V_2 - V_1}{V_2 V_1} \right) = 12 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_2 = \frac{S}{8} \\ \frac{12}{S} = \frac{1}{V_1} - \frac{1}{\frac{S}{8} - V_1} \end{array} \right\}, \text{ то есть}$$

$$12V_1 \left(\frac{S}{8} - V_1 \right) = S \left(\frac{S}{8} - V_1 \right) - SV_1, \quad 12V_1^2 - \frac{7}{2}SV_1 + \frac{S^2}{8} = 0,$$

$$V_1 = \frac{\frac{7}{2}S \pm \frac{5}{2}S}{24}, \quad V_1 = \frac{S}{24} \text{ или } V_1 = \frac{S}{4},$$

тогда $V_2 = \frac{S}{12}$ или $V_2 = -\frac{S}{8}$, но $V_2 > 0$ т.о. $\frac{S}{V_1} = 24$, а $\frac{S}{V_2} = 12$.

Ответ: 24 ч. и 12 ч.

4.

S – задание;

V_0 – скорость слесаря;

V_1 и V_2 – скорость учеников, тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 = V_1 + V_2 \\ \frac{S}{V_0} + 2 = \frac{S}{V_1} \\ \frac{S}{V_0} + 8 = \frac{S}{V_2} \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} V_0 = V_1 + V_2 \\ \frac{S}{V_1 + V_2} + 2 = \frac{S}{V_1} \\ \frac{S}{V_1 + V_2} + 8 = \frac{S}{V_2} \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} V_0 = V_1 + V_2 \\ S(V_1 + V_2) = 2(V_1 + V_2) \cdot V_1 + SV_1 \\ S(V_1 + V_2) = 8(V_1 + V_2)V + SV_2 \end{array} \right\};$$

StudyPort.ru

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 = V_1 + V_2 \\ V_2 = \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} \end{array} \right\}; \text{ решаем последнее уравнение}$$

$$SV_1 = 8V_1 \cdot \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} + 8 \left(\frac{2V_1^2}{S - 2V_1} \right)$$

$$SV_1(S - 2V_1)^2 = 16V_1^3(S - 2V_1) + 32V_1^4; \quad SV_1(S - 2V_1)^2 = 16SV_1^3, \text{ т.к.}$$

$$V_1 \neq 0, \quad (S - 2V_1)^2 = 16V_1^2; \quad 12V_1^2 + 4SV_1 - S^2 = 0. \quad V_1 = \frac{-4S \pm 8S}{24},$$

т.к. $V_1 > 0$, то $V_1 = \frac{S}{6}$, тогда $V_2 = \frac{2 \frac{S^2}{36}}{\frac{2S}{3}} = \frac{S}{12}$ и $V_o = V_1 + V_2 = \frac{S}{4}$,

тогда $\frac{S}{V_o} = 4$, $\frac{S}{V_1} = 6$ и $\frac{S}{V_2} = 12$. Ответ: за 4 ч.; за 6 ч.; за 12 ч.

С-32

1.

а) $x^2 = 6 - x$, чертим графики функций $y = x^2$ и $y = 6 - x$; они пересекаются в точках $x = -3$ и $x = 2$ (см. рис.34);

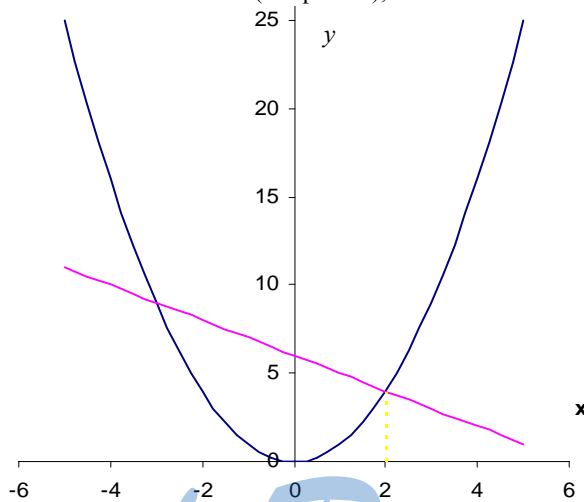


Рис. 34

б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, чертим график $y = 2x^2 - 3x - 2$, он пересекает ось абсцисс в точках с $x = -\frac{1}{2}$ и $x = 2$. (см. рис. 35);

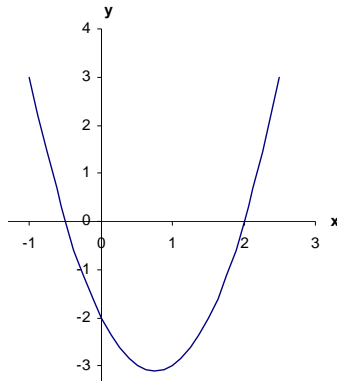


Рис. 35

Проверка:

а) $x^2 + x - 6 = 0$, $x = -3$ и $x = 2$ – верно;

б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, $x = \frac{3 \pm 5}{4}$, $x = 2$ и $x = -\frac{1}{2}$ – верно.

2.

а) $x^2 = \frac{4}{x}$, чертим графики $y = x^2$ и $y = \frac{4}{x}$, они пересекаются в точке с $x \approx 1,6$ (см. рис. 36);

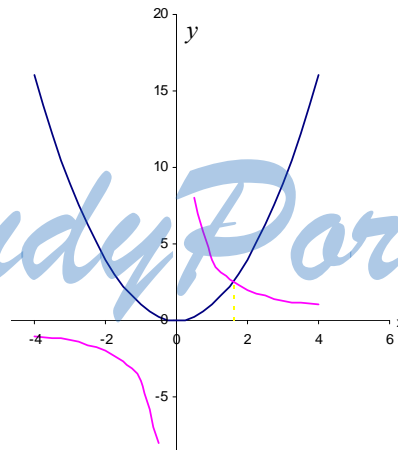


Рис. 36

б) $\frac{1}{x} = 2x + 1$, чертим графики $y = \frac{1}{x}$ и $y = 2x + 1$, они пересекаются в точках с $x = -1$ и $x = \frac{1}{2}$ (см. рис. 37);

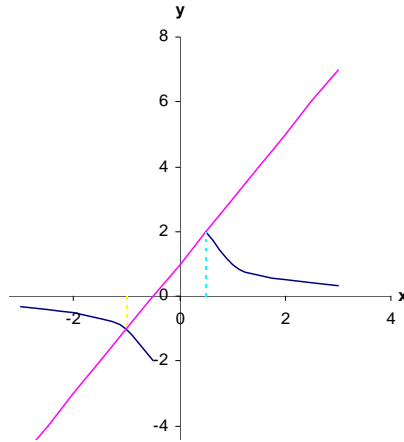


Рис. 37

в) $\sqrt{x} = x - 6$, чертим графики $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 6$, они пересекаются в точке с $x = 9$. (см. рис. 38);

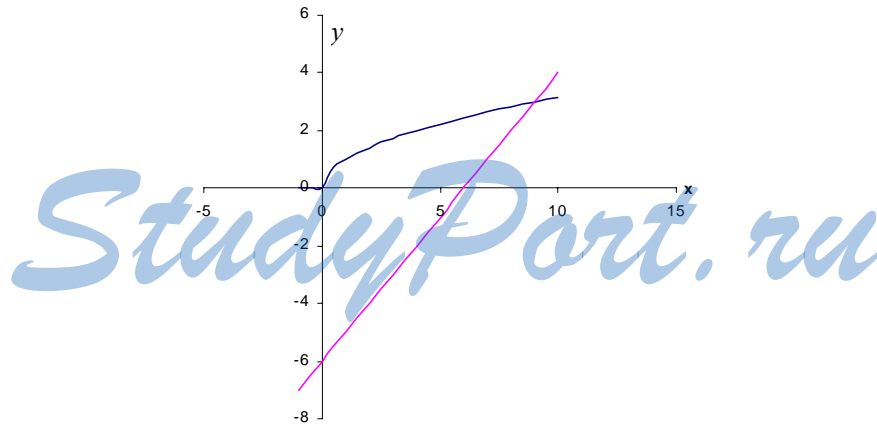


Рис. 38

г) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$, чертим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{8}{x}$ они пересекаются в точке $x = 4$. (см. рис.39).

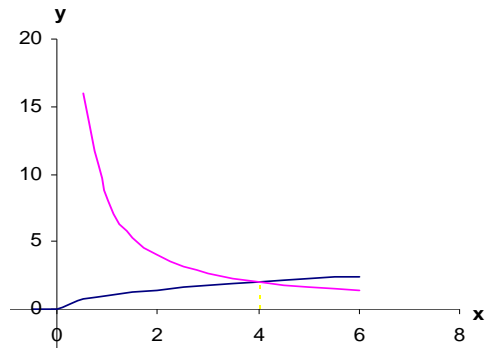


Рис. 39

3.

а) при $a \geq 0$ – прямая $y = ax$ не пересекает график $y = -\frac{5}{x}$, а при $a < 0$ – пересекает в 2-х точках, значит уравнение имеет 2 корня при $a < 0$ и не имеет корней при $a \geq 0$; (см. рис. 40).

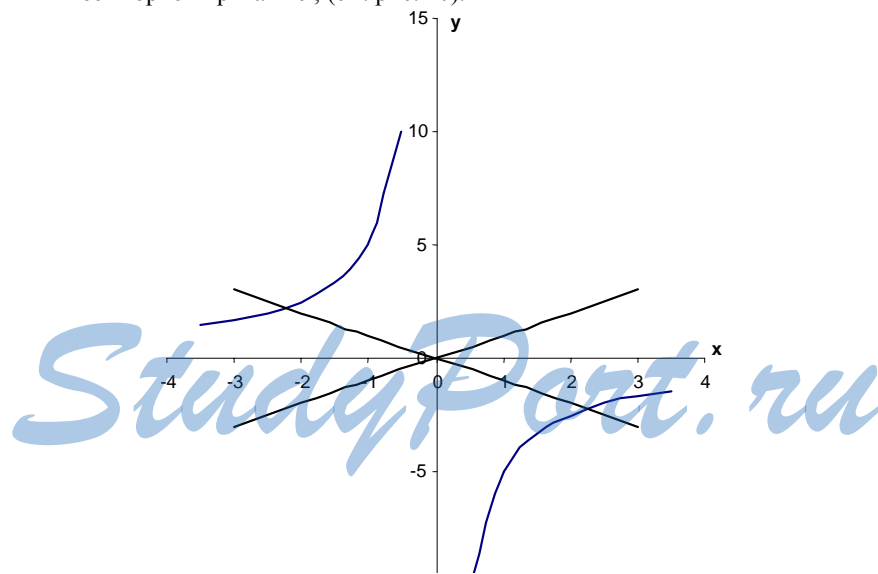


Рис. 40

б) при $a > 0$, прямая $y = ax$ пересекает график функции $y = \sqrt{x}$ в 2-х точках, а при $a \leq 0$ – в одной (см. рис. 41), значит уравнение имеет 1 корень при $a \leq 0$ и имеет два корня при $a > 0$;

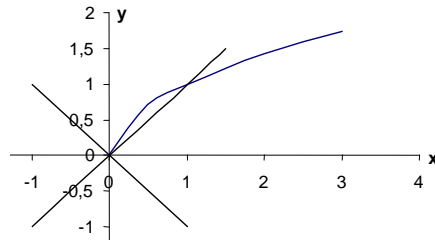


Рис. 41

в) при $a > 0$, прямая $y = ax$ – пересекает график функции $y = \frac{x}{|x|}$ в 2-х точках, а при $a \leq 0$ – не пересекает (см. рис. 42), значит уравнение имеет 2 корня при $a > 0$ и не имеет корней при $a \leq 0$;

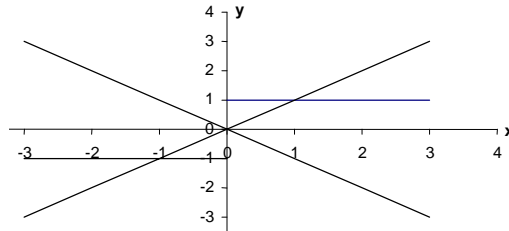


Рис. 42

г) при $a \geq 0$ – прямая $y = ax$ пересекает график функции $y = -x^3$ в одной точке, а при $a < 0$ в трёх точках (см. рис. 43), так что уравнение имеет один корень при $a \geq 0$ и имеет 3 корня при $a < 0$;

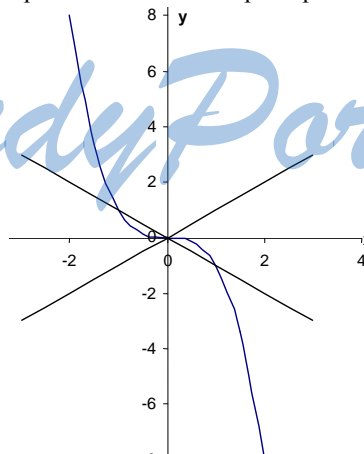


Рис. 43

StudyPort.ru

д) при $a > 1$ – прямая $y = ax$ – пересекает график $y = |x - 2|$ в 2-х точках, при $-1 < a \leq 1$ – в одной, а при $a \leq -1$ – не пересекает (см. рис. 44), так что уравнение имеет 2 корня при $a > 1$, один корень при $-1 < a \leq 1$ и не имеет корней при $a \leq -1$.

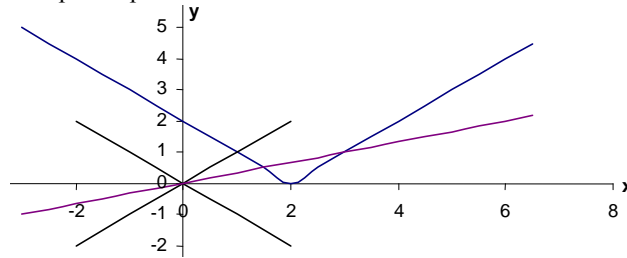


Рис. 44

С – 33

1.

1) а) $\frac{5}{12} > \frac{3}{8}$; б) $1,25 = 1\frac{1}{4}$; в) $0,6 > \frac{3}{7}$; г) $1,3 > 1\frac{1}{6}$;

2) а) $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{9} > -0,16$; в) $-\frac{3}{4} = -0,75$; г) $-0,14 = -\frac{7}{50}$.

2.

а) -5 ; $-4,7$; $-4,6$; б) -4 , 1 ; -4 .

3.

1) а) $32,16 : 1,6 = 6,7 : \frac{1}{3}$; б) $8,165 : 0,5 > 163 \cdot 0,1$;

2) а) $-1,24 \cdot 7,5 < 12 : (-1,5)$; б) $3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 8,1 : (-5,4)$.

4.

а) верно; б) верно; в) верно; г) неверно.

5.

1) а) $(-6,3)^3 < 0$; б) $(-3,15)^3 < 0$;

в) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^4 > 0$; г) $\left(-\frac{2}{7}\right)^5 < 0$; д) $0^6 = 0$;

2) а) $2,6^3 \cdot (-1,3)^5 < 0$; б) $(-3,8)^6 \cdot (-2,4)^4 > 0$;

в) $0^7 \cdot (-1,6)^{12} = 0$; г) $(-1,75)^{10} \cdot (-3,16)^9 < 0$.

6.

$10,9$; $0,8$; $\frac{4}{7}$; $0,5$; $\frac{3}{7}$.

7.

а) $1547 \cdot \frac{4}{9} < 1547 \cdot \frac{7}{9}$; б) $2187 : \frac{2}{3} > 2187 \cdot \frac{2}{3}$;

в) $289 \cdot 17 = 289 : \frac{1}{17}$; г) $156,4 : 0,2 > 156,4 \cdot 0,2$.

8.

а) $3,7 < 3,75 < 35,8$; б) $0 < 0,1 < 0,2$;

в) $-8,6 < -8,55 < -8,5$; г) $-\frac{1}{3} < -\frac{7}{24} < -\frac{1}{4}$.

9.

а) да; б) нет.

С – 34

1.

а) $0 < 5$, $-3 < 2$; б) $-25 < -23$, $-21 < -19$;

в) $18 > -30$, $-4,5 < \frac{15}{2}$, $-3 < 5$; г) $-3 < -1$, $9 > 3$, $45 > 15$.

2. $a > b$, тогда:

1) а) $a + 6 > b + 6$; б) $7,3a > 7,3b$; в) $-16,2a < -16,2b$;

2) а) $b + 6 > a + 6$; б) $7 - a < 7 - b$; в) $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$.

3. с; а; b; d.

4.

а) $a > 0$, $b > 0$; б) $a < 0$, $b < 0$; в) $a > 0$, $b > 0$; г) $a > 0$, $b > 0$.

5.

$b - 4$; $b - 1$; b ; a ; $a + 3$; $a + 8$.

6. $a < b$, тогда:

а) $5 + a > b$; б) $a - 4 < b$; в) $-a > -3 - b$; г) $-(a - 4) > -b$.

7. $a > b > 0$, тогда:

а) $8a > 6b$; б) $12a > b$; в) $-6a < -4b$; г) $-11a < -3b$.

8. а) неверно; б) неверно.

С – 35

1.

1) а) $13 < 19$; б) $6 > 2$; 2) а) $0 > -4$; б) $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{6}$.

2.

1) а) $96 > 30$; б) $400 < 505$; 2) а) $\frac{6}{49} < \frac{1}{6}$; б) $0,036 > 0,0032$.

3.

1) а) верно; б) верно; в) неверно

2) а) верно; б) верно; в) неверно

3) неверно.

4. $a > 5$, $b > 6$, тогда:

1) а) $2a > 10$ и $2a + b > 16$, ч.т.д.;

б) $6a > 30$, $8b > 48$ и $6a + 8b > 78 > 60$, ч.т.д.;

2) а) $12a > 96$, $2b > 4$ и $12a + 2b > 100 > 97$ ч.т.д.;

б) $12a > 60$, $4b > 24$, $12a + 4b > 84 \geq 80$, ч.т.д.

5. $a > b$ и $b < -1$, тогда:

1) а) $3a > 18$, $-b > 1$, $3a - b > 19 > 16$;

б) $8a > 48$, $-9b > 9$, $8a - 9b > 57 > 49$, ч.т.д.;

в) $10b < -10$, $-6a < -36$, $10b - 6a < -46$, ч.т.д.;

2) а) $-6b > 18$ и $a - 6b > 22 > 20$; ч.т.д.;

б) $11a > 66$, $-10b > 10$, $11a - 10b > 76 > 64$, ч.т.д.;

в) $-12a < -72$, $b - 12a < -73 < -50$, ч.т.д.

6. $0 < a < 7$ и $0 < b < 3$, тогда:

а) $5a < 35$, $11b < 33$, $5a + 11b < 68 < 70$, ч.т.д.;

б) $ab < 21$, $ab + 4 < 25 < 30$, ч.т.д.

7.

а) $3a + 2b > 16$ при $a > 4$ и $b > 8$; б) $b - 4a$ и -40 – нельзя сравнить при $a > 8$ и $b < 6$;

в) $5a - b > 20$ при $a > 4$ и $b < -3$; г) $a - 4b$ и 4 – нельзя сравнить при $a < 11$ и $b < 0$ и $b > 2$.

С – 36

1. $a < 0$ и $b > 0$, тогда:

1) $5a < 0$; $3b > 0$; $-4a > 0$; $-8b < 0$; $-a > 0$; $-b < 0$;

2) $a^2 > 0$, $b^3 > 0$, $a^5 < 0$, $b^4 > 0$, $a^2b > 0$, $a^3b^2 < 0$, $(ab)^4 > 0$, $(ab)^6 < 0$;

3) $\frac{a}{5} < 0$, $\frac{-4}{b} < 0$, $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{a^2}{b} > 0$, $\left(\frac{b}{a}\right)^5 < 0$, $\frac{a^4}{b^7} > 0$.

2. $b > 0$, тогда:

1) $b^2 > 0$, $(-b)^2 > 0$, $-b^2 < 0$, $8b^2 > 0$, $-10b^2 < 0$, $(-12b)^2 > 0$;

2) $b^2 + 8 > 0$, $(b - 8)^2 \geq 0$, $-b^2 - 1 < 0$, $(b - 4)^2 + 1 > 0$, $b^2 - 6b + 9 \geq 0$.

3.

$b^2 \geq 0$, $1 + b^2 > 0$.

4.

1) а) $x(x+4)+6-4x=x^2+6>0$, тогда $x(x+4)+6>4x$, ч.т.д.;

б) $(b-3)(b+3)+13=b^2+4>0$ ч.т.д.;

в) $(a+6)^2=12a=a^2+36>0$, тогда $(a+6)^2>12a$, ч.т.д.;

2) а) $(a+5)(a-2)-(a-5)(a+8)=30>0$, т.о.

$(a+5)(a-2)>(a-5)(a+8)$, ч.т.д.;

б) $x(x+10)-(x+5)^2=-25<0$, т.о. $a(a-6)-(a-3)^2=-9<0$. ч.т.д.;

в) $x(x-12)\geq-36$ т.о. $b(b-4)\geq-4$, ч.т.д.;

3) а) $\frac{(5x+1)^2}{5}-2x=5x^2+\frac{1}{5}>0$, т.о. $\frac{(3b+1)^2}{6}-b=\frac{9b^2+1}{6}>0$ ч.т.д.;

б) $\frac{(b+2)^2}{4}\geq b+1$, т.о. $\frac{(a+3)^2}{6}\geq(a-2)$.

5. $a < 0$, $b > 0$, тогда:

а) $a-b < 0$; б) $b-a > 0$; в) $12a-5b < 0$;

г) $3b-6a > 0$; д) $\frac{a}{5a-b} > 0$; е) $\frac{b}{b-4a} > 0$.

6.

а) $-b^2-16 < 0$; б) $1+b^2 > 0$;

в) $(b-6)^2+9 > 0$; г) $-(b-1)^2+(-3)^5 < 0$;

д) $(1-a)^2+(5a-11)^2 > 0$

7.

$\frac{a^4+2}{0,5+a^2}-2=\frac{a^4-2a^2+1}{a^2+0,5}=\frac{(a^2-1)^2}{a^2+0,5}\geq 0$, значит, $\frac{a^2}{1+a^4}\leq\frac{1}{2}$ ч.т.д.

8.

а) $a^2+8a+17=(a+4)^2+1>0$, ч.т.д.;

б) $a^2-6a+12=(a-3)^2+30$; т.о. $b^2+9>-4b$, ч.т.д.;

в) $a^2+b^2+8-4(a+b)=(a-2)^2+(b-2)^2\geq 0$ т.о. $x^2+y^2\geq 2(x+y+1)$.

9.

$\frac{a+n}{b+n}-\frac{a}{b}=\frac{ab+bn-ab-ac}{b(b+n)}=\frac{n(b-a)}{b(b+n)}<0$, т.к.

$a > 0$, $b > 0$, $a > b$, $n > 0$, т.о. $\frac{a+n}{b+n}<\frac{a}{b}$, ч.т.д.

10.

V – скорость 1-го велосипедиста.

S – путь.

$$\frac{2S}{V} - \left(\frac{S}{V+2} + \frac{S}{V-2} \right) = \frac{2S}{V} - \frac{2SV}{V^2-4} = \frac{2SV^2 - 8S - 2SV^2}{V(V^2-4)} =$$
$$= \frac{-8S}{V(V^2-4)} < 0, \text{ так как } V > 2, \text{ так что первый велосипедист затратил}$$

больше времени.

С – 37

1. $-6 < x < 8$, тогда:

1) а) $-24 < 2a < 20$; б) $-32 > -3x > 24$; в) $-8 < -x < 6$;

г) $-2 < \frac{x}{3} < \frac{8}{3}$; д) -1 ;

2) а) $-3 < 5 - x < 11$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{4}{x}$ – оценить нельзя;

г) $-19 < 3x - 1 < 23$; д) $-38 < 2 - 5x < 32$.

2. $3 < a < 4$, $-5 < b < -4$, тогда:

а) $-2 < a + b < 0$; б) $7 < 1 - b < 9$; в) $-20 < ab < -12$; г) $-1 < \frac{a}{b} < -\frac{3}{5}$.

3.

$4,4 < a < 4,5$; $2,4 < b < 2,5$, $P = 2(a + b)$, $S = ab$, тогда

$13,6 < P < 14$ и $10,56 < S < 11,25$.

4. $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, тогда:

а) $2,8 < 3\sqrt{3} - \sqrt{5} < 3,2$; б) $3,74 < \sqrt{15} < 4,14$;

в) $6,1 < \sqrt{20} + \sqrt{3} < 6,4$; г) $7,14 < \sqrt{12} + \sqrt{15} < 7,74$.

5.

$6,2 < a < 6,3$ и $1,0 < b < 1,2$, тогда:

$6,2^2 - 1,2^2 < a^2 - b^2 < 6,3^2 - 1,0^2$; $37 < a^2 - b^2 < 39,69$.

6.

а) $1 < a < 2$ и $0 < b < 4$; $3 < 3a + 4b < 22$;

б) $-2 < a < -3$ и $0 < b < 3$; $-2 < a + \frac{1}{3}b < 0$;

в) $-3 < a < -2$ и $1 < b < 2$; $5 < -a + 3b < 9$;

г) $0,5 < a < 1,5$ и $1,2 < b < 1,6$; $-2,7 < \frac{b}{4} - 2a < -0,6$.

7. $2 \leq a \leq 3$ и $1 \leq b \leq 2$, тогда:

$$0 \leq a - b \leq 2 \text{ и } 3 \leq a + b \leq 5; 0 \leq (a - b)(a + b) \leq 10,$$

но $4 \leq a^2 \leq 9$ и $0 \leq a^2 - b^2 \leq 8$.

8. $26^\circ < \angle B < 27^\circ$ и $72^\circ < \angle C < 73^\circ$, тогда:

$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C \text{ и } 80^\circ \angle A < 82^\circ.$$

9.

$12,6 \leq a \leq 12,8$, тогда если b – средняя линия, то $b = \frac{a}{2}$ и $6,3 \leq b \leq 6,4$.

С – 38

1.

1)

а) см. рис. 45.а;

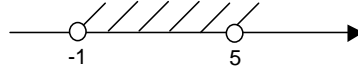


Рис. 45а

б) см. рис. 45.б.;

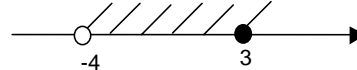


Рис. 45б

в) см. рис. 45.в.;

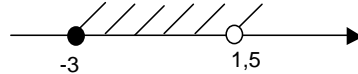


Рис. 45в

г) см. рис. 45.г.

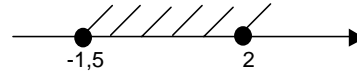


Рис. 45г

2)

а) см. рис. 46.а.;

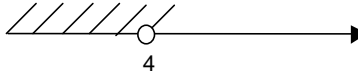


Рис. 46а

б) см. рис. 46.б.;

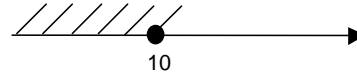


Рис. 46б

в) см. рис. 46.в.;

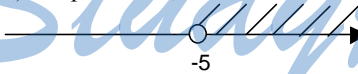


Рис. 46в

г) см. рис. 46.г.

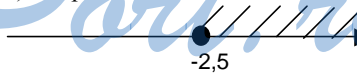


Рис. 46г

2. $(-10; -5)$; $[4; 15]$; $[3; 2)$; $[11; +\infty)$; $(-\infty; 8)$.

3.

1)

а) $(1; +\infty)$ см. рис. 47.а.;

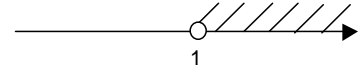


Рис. 47а

б) $[4,5; +\infty)$ см. рис. 14.б.;

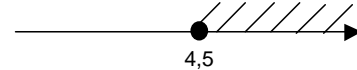


Рис. 47б

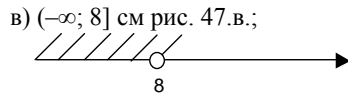


Рис. 47в

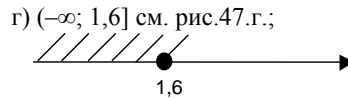


Рис. 47г

2)

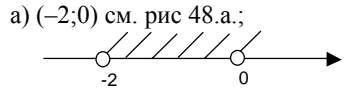


Рис. 48а

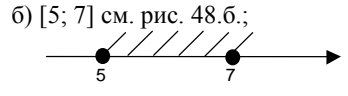


Рис. 48б

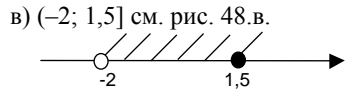


Рис. 48в

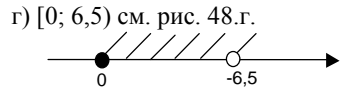


Рис. 48г

4.

Числа $-2,1; 0; 1; 2; 3; 2,4$ – принадлежат промежутку $[-2,5; 2,4]$, а число $-2,6$ – не принадлежит промежутку $[-2,5; 2,4]$.

5. а) $-1; 0; 1; 2$; б) 0 ; в) $-3; -2; -1; 0; 1$; г) $-3; -2; -1; 0$.

6. а) 11 ; б) -1 ; в) 0 ; г) 1 .

7. $0,1; 0,15$ и $-0,1; -0,15$.

8. а) нет; б) да; в) да; г) да.

9.

а) $[0; 5]$ см. рис. 49.а.;

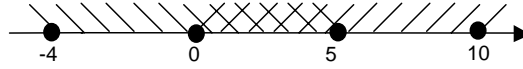


Рис. 49а

б) $[-5; 5]$ см. рис. 49.б.;



Рис. 49б

в) $(-2; -1)$ см. рис.49.в.;

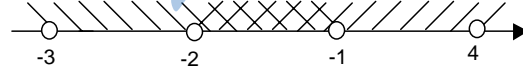


Рис. 49в

г) $(3; +\infty)$ см. рис. 49.г.

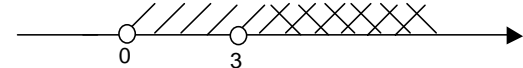


Рис. 49г

10.

а) см. рис. 50.а.;

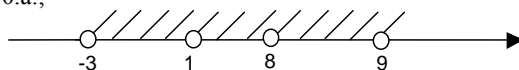


Рис. 50а

б) см. рис. 50.б.;

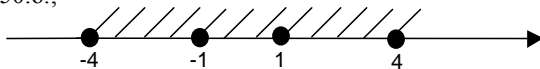


Рис. 50б

в) см. рис. 50.в.;

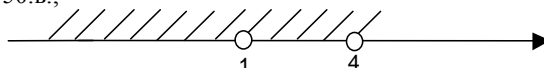


Рис. 50в

г) см. рис. 50.г.

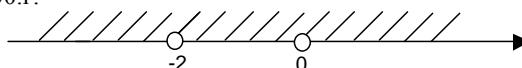


Рис. 50г

11.

а) пусть Z_3 – множество целых чисел кратных 3, тогда $N \cap Z_3 = Z_3^+$, а

$N \cup Z_3 = N \cup Z_3^-$, где Z_3^+ – положительные числа из Z_3 , а Z_3^- – отрицательные из Z_3 и 0;

б) I – множество иррац. чисел, тогда $I \cap R = I$, а $I \cup R = R$.

С – 39

1.

а) $6x > 54, x > 9; x = 10, x = 11, x = 20;$

б) $3x < 108, x < 36; x = 0,5, x = -3, x = 5;$

в) $-8 > 32, x < 4; x = 0, x = -5, x = 1;$

г) $-5x < -65, x > 13; x = -15, x = 20, x = 100.$

2.

а) $17x > 51, x > 3$ (см. рис. 51.а.);

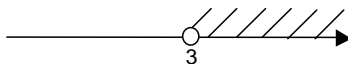


Рис. 51а

б) $-9x < 27, x > -3$ (см. рис. 51.б.);

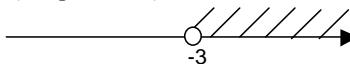


Рис. 51б

в) $18x \geq 0, x \geq 0$ (см. рис. 51. в);

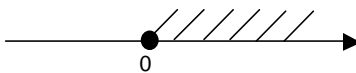


Рис. 51в

г) $-5x \leq 35, x \geq -7$ (см. рис. 51. г).

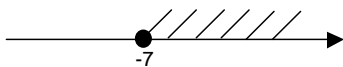


Рис. 51г

3.

1) а) $6x > 48, x > 8$;

б) $7x < 72, x < 6$;

в) $-x > -8, x < 8$;

г) $-12x < 24, x > -2$;

2) а) $6x > 13, x > \frac{13}{6}$;

б) $4x < 1,6, x < 0,4$;

в) $12x \geq -18, x \geq -\frac{3}{2}$;

г) $-9x \leq 24, x \geq -\frac{8}{3}$;

3) а) $\frac{1}{3}x > 3, x > 6$;

б) $-\frac{2}{9}x < 36, x < 162$;

в) $-\frac{1}{4}x < 6, x > -24$;

г) $-\frac{3}{7}x > 21, x < -49$;

4) а) $0,5x > 2, x > 6$;

б) $-0,7x < 1,4, x > -2$;

в) $10x < 0,1, x < 0,01$;

г) $-9x > 1,3, x < -\frac{13}{90}$.

4.

а) при $-6x > -48, x < 8$; б) при $-6x < -4,8, x > 8$.

5.

а) 7; б) 6; в) -3; г) 3.

6.

а) $-3x < -3$; б) $-5x < -15$.

7. $bx > 6$ равносильно $x > \frac{6}{b}$ при $b < 0$.

С – 40

1.

$3x - 1 < 11, 3x < 12, x < 4$; числа 0 и 3,9 – являются решением неравенства, а числа 4 и 4, 1 – не являются.

2.

1) а) $17 + x > 37, x > 20$; б) $5 - x \leq 1, x \geq 4$;

в) $6,2 + x \geq 10, x \geq 3,8$; г) $0,6 - 2x < 0, 2x > 0,6, x > 0,3$;

2) а) $1+6x < 7$, $6x < 6$, $x < 1$; б) $6x+1 > 0$, $6x > -1$, $x > -\frac{1}{6}$;

в) $3-2x \leq 8$, $2x \geq -5$, $x \geq -\frac{5}{2}$; г) $6-15x \geq 0$, $15x \leq 6$, $x \leq \frac{2}{5}$;

3) а) $4+x < 1-2x$, $3x < -3$, $x < -1$; б) $2+6x > 5+7x$, $x < -3$;

в) $4x+7 \leq 6x+1$, $2x \geq 6$, $x \geq 3$; г) $9x \geq 4x+2$, $5x \geq 2$, $x \geq \frac{2}{5}$;

4) а) $4(1+x) > x-2$, $3x > -6$, $x > -2$;

б) $-(2x+1) \leq 3(x+2)$, $5x \geq -7$, $x \geq -\frac{7}{5}$;

в) $6(2x-1)-(2+x) < 0$, $11x < 8$, $x < \frac{8}{11}$;

г) $4(1-x)+5(x+8) \geq 0$, $x \geq -44$;

5) а) $\frac{3x}{5} < 1$, $x < \frac{5}{3}$; б) $\frac{x}{8} > 0$, $x > 0$;

в) $\frac{4x}{3} \geq 2$, $x \geq \frac{3}{2}$; г) $\frac{5x}{6} \leq 0$, $x \leq 0$;

6) а) $\frac{2+x}{20} < 1$, $\frac{x}{20}$, $x < 18$; б) $\frac{3-x}{6} > 3$, $\frac{x}{6} < -\frac{5}{2}$, $x < -15$;

в) $\frac{1+6x}{7} \leq 1$, $1+6x \leq 7$, $x \leq 1$; г) $\frac{7-2x}{3} \geq 0$, $7-2x \geq 0$, $x \leq \frac{7}{2}$;

7) а) $\frac{3x}{4}-x > 2$, $-\frac{x}{4} > 2$, $x < -8$; б) $2x+\frac{x}{3} \geq 7$, $\frac{7x}{3} \geq 7$, $x \geq 3$;

в) $\frac{4x}{8}-x \leq 0$, $\frac{x}{2} \leq 0$, $x \leq 0$;

г) $\frac{2x-1}{5}-3x > \frac{10x+1}{5}$, $2x-1-15x > 10x+1$, $23x < -2$, $x < -\frac{2}{23}$.

3.

а) $12-a > 0$ при $a < 12$;

б) $6a+37 < 0-b < 0$, при $a < -\frac{37}{6}$.

4.

$2b-1 > \frac{4+3b}{5}$, при $10b > 4+3b$, $7b > 9$, $b > \frac{9}{7}$.

5.

а) при $1,5x-9 > 0$, $x > 6$; б) при $1,5x-9 < 0$, $x < 6$.

6.

а) $6x^2 - 3x(2x + 4) > 48, -12x > 48, x < -4;$

б) $(a + 6)(3a - 8) - 3(a^2 - 1) < 0, 10a - 47 < 20, 10a < 67, a < 6,7;$

в) $\frac{5x}{12} - \frac{x-2}{4} + \frac{x+1}{3} < 0, 5x - 3(x-2) + 4(x+1) < 0, 6x < -10, x < -\frac{5}{3};$

г) $x - \frac{3x-1}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 1, 6x - 2(3x-1) + 3(x+1) \geq 6, 3x \geq 1, x \geq \frac{1}{3}.$

7.

а) $3x - 4 = b, x = \frac{b+4}{3}, x < 0$ при $\frac{b+4}{3} < 0, b+4 < 0, b < -4;$

б) $5 - 2x = b - 1, x = \frac{6-b}{2}, x > 0$ при $\frac{6-b}{2} > 0, 6-b > 0, b < 6.$

8.

$b x < 3x - 5, (b - 3)x < -5$, уравнение не имеет решений при $b = 3.$

С - 41

1.

а) да; б) нет; в) да

2.

1) а) $\begin{cases} x > 1,5 \\ x < 3 \end{cases}, 1,5 < x < 3;$ б) $\begin{cases} x > 4 \\ x < -6 \end{cases}$ решений нет;

в) $\begin{cases} x > -6 \\ x > -3 \end{cases}, x > -3;$ г) $\begin{cases} x < -1,5 \\ x < -2 \end{cases}, x < -2;$

2) а) $\begin{cases} 4x < 12 \\ -x > -5 \end{cases}, \begin{cases} x < 3 \\ x < 5 \end{cases}, x < 3;$

б) $\begin{cases} 0,2x > 2 \\ -3x < -12 \end{cases}, \begin{cases} x > 10 \\ x > 4 \end{cases}, \begin{cases} x > 10 \\ x > 4 \end{cases}, x > 10;$

в) $\begin{cases} 0,6x > 3 \\ -10x > -70 \end{cases}, \begin{cases} x > 5 \\ x < 7 \end{cases}, 5 < x < 7;$

г) $\begin{cases} \frac{1}{3}x > 1 \\ -8x > -16 \end{cases}, \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases}$ решений нет;

3) а) $\begin{cases} 3x < x + 4 \\ 0,5x < 1,4 - 0,2x \end{cases}, \begin{cases} 2x < 4 \\ 0,7x < 1,4 \end{cases}, \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases}, x < 2;$

$$6) \begin{cases} 6,5x - 2 < 1,5x - 1 \\ 2 - 3x < x + 6 \end{cases}, \begin{cases} 5x < 1 \\ -4x < 4 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{1}{5} \\ x > -1 \end{cases}, -1 < x < \frac{1}{5};$$

$$b) \begin{cases} 7x + 2 > 6x - 1 \\ x + 1,6 > 2 \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ x > 0,4 \end{cases}, x > 0,4;$$

$$4) a) \begin{cases} 5(x+1) - 6 < 2,6 + x \\ 3x - 0,5 > 2(x - 0,4) - x \end{cases}, \begin{cases} 4x < 3,6 \\ 2x > -0,3 \end{cases}, \begin{cases} x < 0,9 \\ x > -0,15 \end{cases}, -0,15 < x < 0,9;$$

$$6) \begin{cases} 3(x+2) - (x-2) < x \\ 2 > 5x - (2x-1) \end{cases}, \begin{cases} x < -5 \\ 3x < 11 \end{cases}, \begin{cases} x < -5 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases}, x < -5;$$

$$b) \begin{cases} 1,2(3-x) - 0,8x > 6 \\ -2(1-4x) - 2x < x \end{cases}, \begin{cases} -2x > 2,4 \\ 2x < 2 \end{cases}, \begin{cases} x < -1,2 \\ x > 1 \end{cases}, x < -1,2;$$

$$5) a) \begin{cases} \frac{x}{3} \leq 12 \\ \frac{x}{6} > 1 \end{cases}, \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 6 \end{cases}, 6 < x \leq 36;$$

$$6) \begin{cases} \frac{5x-1}{4} < 1 \\ \frac{x}{7} \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 5x-1 < 4 \\ x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 0 \end{cases}, 0 \leq x < 1;$$

$$b) \begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x \\ x - \frac{x-4}{5} > 1 \end{cases}, \begin{cases} \frac{5x}{4} < 1 \\ \frac{4x}{5} > \frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > \frac{1}{4} \end{cases}, \frac{1}{4} < x < \frac{4}{5}.$$

3.

При $\begin{cases} -x + 8 > 0 \\ 6x + 2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 8 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases}$, то есть при $\frac{1}{3} < x < 8$.

4.

$$a) \begin{cases} 9x + 2 > 3 + x \\ 3x - 4 < x \end{cases}, \begin{cases} 8x > 1 \\ 2x < 4 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{1}{8} \\ x < 2 \end{cases}, \frac{1}{8} < x < 2; x = 1;$$

$$6) \begin{cases} 1,5x + 0,5 > 2 \\ 0,7x - 0,2 < 4 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ 0,7x < 4,2 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 6 \end{cases}, 1 < x < 6; x = 2, x = 3, x = 4, x = 5;$$

$$b) \begin{cases} 1,4x - 7 \geq 0 \\ 0,9 - 0,1x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 1,4x \geq 7 \\ 0,1x \leq 0,9 \end{cases}, \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 9 \end{cases}, 5 \leq x \leq 9,$$

$$x = 5, x = 6, x = 7, x = 8, x = 9.$$

5.

$$a) \begin{cases} 0,8(x-3) - 3,2 < 0,3(2-x) \\ 0,2(1+2x) > -(x-1,6) \end{cases}, \begin{cases} 1,1x < 6,2 \\ 0,4x < 1,4 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{62}{11}, \\ x > 1 \end{cases}, 1 < x < \frac{62}{11}.$$

$$б) \begin{cases} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1 \\ 2-2x > 0,5+0,5x \end{cases}, \begin{cases} 2x-1+2(x+2)-3(x-8) > 6(x-1) \\ 2,5x > 1,5 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 5x < 33 \\ x < \frac{3}{5} \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{33}{5} \\ x < \frac{3}{5} \end{cases}, x < \frac{3}{5}.$$

6.

$$a) \begin{cases} x > 6 \\ x > 12, 6 < x < 12; \\ x < 20 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x > 7 \\ 6x < 20, \\ 5x > 15 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{7}{3} \\ x < \frac{10}{3} \\ x > 3 \end{cases}, 3 < x < \frac{10}{3};$$

$$в) \begin{cases} x-8 > 4 \\ 2x+6 > 1, \\ 6-x > 26 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{12}{5} \\ x > -\frac{5}{2} \\ x < -20 \end{cases} - \text{решений нет.}$$

7.

$$\begin{cases} 6x < 36 \\ x > b \end{cases}, \begin{cases} x < 6 \\ x > b \end{cases} - \text{не имеет решений при } b \geq 6.$$

8.

Пусть b – боковая сторона, тогда

$$\begin{cases} 2b > 16 \\ 2b + 16 > 48 \end{cases}, \begin{cases} b > 8 \\ 2b > 32 \end{cases}, b > 16.$$

Ответ: больше 16 см.

С – 42

1.
а) см. рис. 52. а;

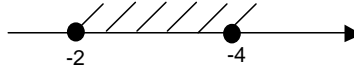


Рис. 52а

- б) см. рис. 52.б.;

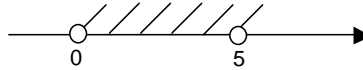


Рис. 52б

- в) см. рис. 52.в.

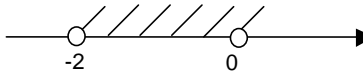


Рис. 52в

- г) см.рис.52.г

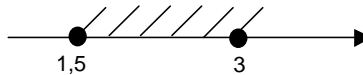


Рис. 52г

2.
а) -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; б) -4; -3; -2; -1; 0; 1;
в) 0; 1; 2; 3; 4; г) 0; 1; 2; 3; 4; 5.

3.

1) а) $3,5 < 5x < 10$, $0,7 < x < 2$; б) $-2 \leq 3x \leq 6$, $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$;

в) $6 < -6x < 12$, $-2 < x < -1$;

2) а) $3 < x + 1 < 8$, $2 < x < 7$; б) $-2 < 9 + x < 9$, $-11 < x < -2$;

в) $-3 < 15 + x < 3$, $-18 < x < -12$;

3) а) $-6 < 5x - 1 < 5$, $-5 < 5x < 6$, $-1 < x < \frac{6}{5}$;

б) $-2 \leq 1 - 2x \leq 2$, $-3 \leq -2x \leq 1$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$;

в) $-9 < 1 - x < 0$, $-10 < -x < -1$, $1 < x < 10$;

4) а) $-1 < \frac{x}{6} < 1$, $-6 < x < 6$; б) $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2$, $0 \leq x \leq 8$;

в) $0,2 < \frac{x}{5} < 0,4$, $1 < x < 2$;

$$5) \text{ а) } -3 < \frac{5x+2}{2} < 1, \quad -6 < 5x+2 < 4, \quad -8 < 5x < 2, \quad -\frac{8}{5} < x < \frac{2}{5};$$

$$\text{б) } -1 \leq \frac{6+2x}{4} \leq 0, \quad -4 \leq 6+2x \leq 0, \quad -10 \leq 2x \leq -6, \quad -5 \leq x \leq -3;$$

$$\text{в) } 3 < \frac{1-x}{4} < 7, \quad 12 < 1-x < 28, \quad 11 < -x < 27, \quad -27 < x < -11.$$

4.

$$\text{а) при } -6 < 3-5x < 6, \quad -9 < -5x < 3, \quad -\frac{3}{5} < x < \frac{9}{5};$$

$$\text{б) при } -4 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 0, \quad -12 \leq 2x+1 \leq 0, \quad -13 \leq 2x \leq -1, \quad -\frac{13}{2} \leq x \leq -\frac{1}{2}.$$

5.

$$-4 < 2+3x < 7, \quad -6 < 3x < 5, \quad -2 < x < \frac{5}{3},$$

наиб. целое $x = 1$, наим. целое $x = -1$.

6.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x-1 < 0 \\ 1 < 2x < 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ 0 < x < 2 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,5x > 0 \\ -3 < x+1 < 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x > 0 \\ -4 < x < 2 \end{cases}, \quad 0 < x < 2;$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2+8x > 10 \\ -2 < x < 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 8x > 8 \\ -3 < x < 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x > 1 \\ -3 < x < 2 \end{cases}, \quad 1 < x < 2.$$

7.

$$\text{а) } |y| < 5, \quad -5 < a < 5; \text{ б) } |y+1| < 8, \quad -8 < y+1 < 8, \quad -9 < y < 7;$$

$$\text{в) } |3-y| < 4, \quad -4 < 3-y < 4, \quad -7 < -y < 1, \quad -1 < y < 7.$$

С-43

1.

а) два; б) не имеет корней; в) один; г) бесконечно много корней.

2.

$$1) |x| = 3,7, \quad x = \pm 3,7; \quad \text{б) } |x| = -4, \quad \text{нет решений; в) } |x| = 100, \quad x = \pm 100;$$

$$2) \text{ а) } |x+15| = 8, \quad x+15 = \pm 8, \quad x = -7 \text{ и } x = -23;$$

$$\text{б) } |3-x| = 4, \quad 3-x = \pm 4, \quad x = 7, \text{ и } x = -1;$$

$$\text{в) } |6-x| = 0, \quad 6-x = 0, \quad x = 6;$$

162

3) а) $|2x+4|=5$, $2x+4=\pm 5$, $x=\frac{1}{2}$ и $x=-\frac{9}{2}$;

б) $|6-3x|=2$, $6-3x=\pm 2$, $x=\frac{8}{3}$ и $x=\frac{4}{3}$;

в) $|1+4x|=5$, $1+4x=\pm 5$, $x=1$ и $x=-\frac{3}{2}$.

3.

а) $|x|<1$, $-1<x<1$ (см. рис. 53.а);

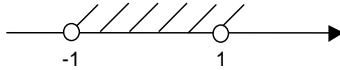


Рис. 53а

б) $|x|\leq 3$, $-3\leq x\leq 3$ (см. рис. 53.б.);

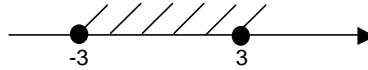


Рис. 53б

в) $|x|>2$, $x<-2$ и $x>2$ (см. рис. 53.в.);



Рис. 53в

г) $|x|\geq 3,5$, $x\leq -3,5$ и $x\geq 3,5$ (см. рис. 53.г.).

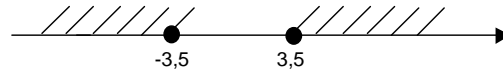


Рис. 53г

4.

1) а) $|x|<2$, $-2<x<2$; б) $|x|\leq 5$, $-5\leq x\leq 5$;

в) $|x|>4$, $x<-4$ и $x>4$; г) $|x|\geq 1,5$, $x\leq 1,5$ и $x\geq 1,5$;

2) а) $|x+4|<7$, $-7<x+4<7$, $-10<x<3$;

б) $|5-x|>1$, $5-x<-1$ и $5-x>1$, то есть $x>6$ и $x>4$;

в) $|x-4|\geq 1,5$, $x-4\leq 1,5$ и $x-4\geq -1,5$, $x\leq -2,5$ и $x\geq 5,5$;

г) $|7+x|\leq 2$, $-2\leq 7+x\leq 2$, $-9\leq x\leq -5$;

3) а) $|3x+4|>2$, $3x+4<-2$ и $3x+4>2$, $x<-2$, и $x>-\frac{2}{3}$;

б) $|6+5x|>1$, $-1<6+5x<1$, $-7<5x<-5$, $-\frac{7}{5}<x<-1$,

$$в) |1-5x| \geq 2, 1-5x \leq -2 \text{ и } 1-5x \geq 2, x \geq \frac{3}{5} \text{ и } x \leq -\frac{1}{5};$$

$$р) |4x+1| \leq 3, -3 \leq 4x+1 \leq 3, -4 \leq 4x \leq 2, -1 \leq x \leq \frac{1}{2}.$$

5. а) $b \neq 0$; б) $b < 0$; в) $b > 0$; г) $b < 0$.

6.

1) а) $a \geq 0$; б) $a+2 \geq 0, a \geq -2$; в) $4-a \leq 0, a \geq 4$;

2) а) $a < 0$; б) $a+11 < 0, a < -11$; в) $16-a < 0, a > 16$.

7.

$$1) а) \frac{|x+4|}{2} = 1, |x+4| = 2, x+4 = \pm 2, x = -2 \text{ и } x = -6;$$

$$б) \frac{|5-x|}{3} = 5, |5-x| = 15, 5-x = \pm 15, x = 20 \text{ и } x = -10;$$

$$в) \frac{4}{|2-x|} = 2, |2-x| = 2, 2-x = \pm 2, x = 4 \text{ и } x = 0;$$

$$2) а) |x+6| = |x-8|, \begin{cases} x+6 = x-8 \\ x \leq -6 \text{ и } x \geq 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+6 = 8-x \\ -6 \leq x \leq 8 \end{cases}, \text{ то есть } x = 1;$$

$$б) |3-x| = |6+x|, \begin{cases} 3-x = 6+x \\ -6 \leq x \leq 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3-x = -6-x \\ x \leq -6 \text{ и } x \geq 3 \end{cases}, \text{ то есть } x = -1,5;$$

$$в) |5-x| = |x|, \begin{cases} 5-x = x \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 5-x = -x \\ x \leq 0 \text{ и } x \geq 5 \end{cases}, \text{ то есть } x = 2,5.$$

8.

$$|3+x| = |4-x|, \begin{cases} 3+x = 4-x \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3-x = 4-x \\ x \leq -3 \text{ и } x \geq 4 \end{cases}, \text{ то есть } x = \frac{1}{2}.$$

9.

$$а) |x| + 3x = 4, \begin{cases} x+3x = 4 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x+3x = 4 \\ x \leq 0 \end{cases}, \text{ то есть } x = 1;$$

$$б) |x+6| + 4x = 5, \begin{cases} x+6+4x = 5 \\ x+6 \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-6+4x = 5 \\ x+6 \leq 0 \end{cases}, \text{ то есть } x = -\frac{1}{5}.$$

10.

$$а) |x| > 6-2x, \begin{cases} x > 6-2x \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x > 6-2x \\ x \leq 0 \end{cases},$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x > 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 6 \\ x \leq 0 \end{cases}, \text{ то есть } x > 2;$$

$$\text{б) } |x+4| + 5x > 6, \begin{cases} x+4+5x > 6 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-4+5x > 6 \\ x+4 \leq 0 \end{cases},$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x \geq -4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x \leq -4 \end{cases}, \text{ то есть } x > \frac{1}{3}.$$

11.

$$\text{а) } 2 < |x| < 6, 2 < x < 6 \text{ и } -6 < x < -2;$$

$$\text{б) } 0 < |x| < 5, 0 < x < 5 \text{ и } -5 < x < 0.$$

С - 44

1.

$$\text{а) } \frac{1}{3^4} = 3^{-4}; \text{ б) } \frac{1}{6} = 6^{-1}; \text{ в) } \frac{1}{x^{10}} = x^{-10}; \text{ г) } \frac{1}{b} = b^{-1}; \text{ д) } \frac{1}{32} = 32^{-1}.$$

2.

$$\text{а) } 5^{-7} = \frac{1}{5^7}; \text{ б) } 7^{-1} = \frac{1}{7}; \text{ в) } a^{-11} = \frac{1}{a^{11}}; \text{ г) } x^{-1} = \frac{1}{x}; \text{ д) } (2y)^{-5} = \frac{1}{2^5 y^5}.$$

3.

$$1) \text{ а) } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}; \quad \text{б) } (-7)^{-2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49};$$

$$\text{в) } (-5)^{-1} = \frac{1}{5} = -\frac{1}{5}; \quad \text{г) } -3 \cdot (-3)^{-2} = (-3)^{-1} = -\frac{1}{3};$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; \quad \text{б) } \left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9};$$

$$\text{в) } (0,2)^{-3} = 5^3 = 125; \quad \text{г) } \left(1\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256};$$

$$3) \text{ а) } 6^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}; \quad \text{б) } 10^0 - 1,2^{-1} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6};$$

$$\text{в) } 247 - 0,1^{-2} = 247 - 100 = 147; \quad \text{г) } 25 - \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 25 - 49 = -24.$$

4.

$$1) \text{ а) } 6a^{-8} = \frac{6}{a^8}; \quad \text{б) } 3(xy)^{-1} = \frac{3}{xy};$$

$$\text{в) } 12(a-b)^{-2} = \frac{12}{(a+b)^2}; \quad \text{г) } 5x^2 y^{-3} z^0 = \frac{5x^2}{y^3};$$

$$2) \text{ a) } x^{-2} + y^{-3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y^3} = \frac{y^3 + x}{xy^3}; \text{ б) } a^0 - a^{-2} = 1 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^2 - 1}{a^2};$$

$$\text{ в) } x^{-4} - y = \frac{1}{x^4} - y = \frac{1 - yx^4}{x^4}; \text{ г) } xy^{-3} - x^{-1}y^2 = \frac{x}{y^3} - \frac{y^2}{x} = \frac{x^2 - y^5}{xy^3}.$$

5.

$$1) \text{ a) } (a^{-2} - b^{-2})^3 (a - b)^{-1} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \frac{1}{a - b} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2 (a - b)} =$$

$$= \frac{(b - a)(b + a)}{a^2 b^2 (a - b)} = -\frac{a + b}{a^2 b^2};$$

$$\text{ б) } (x^{-3} - 1)(1 - x)^{-2} x^3 = \left(\frac{1}{x^3} - 1 \right) \frac{1}{(1 - x)^2} \cdot x^3 = \frac{(1 - x^3) \cdot x^3}{x^3 (1 - x)^2} = \frac{1 + x + x^2}{1 - x}$$

$$2) \text{ a) } \left(\frac{x}{y} \right)^{-2} - \left(\frac{x}{y} \right)^{-3} = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} = \frac{xy^2 - y^3}{x^3};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}} \right) (a - b)^{-1} = \frac{a + b}{a - b}.$$

C - 45

1.

$$1) \text{ a) } x^3 \cdot x^2 = x^5; \quad \text{ б) } x^{-11} \cdot x^5 = x^{-6}; \quad \text{ в) } x^8 \cdot x^{-3} = x^5;$$

$$\text{ г) } x^{-14} \cdot x = x^{-13}; \quad \text{ д) } x^4 \cdot x \cdot x^{-6} = x^{-1};$$

$$2) \text{ a) } a^2 : a^5 = a^{-3}; \quad \text{ б) } a^{-8} : a = a^{-9}; \quad \text{ в) } a^{12} : a^{-4} = a^{16};$$

$$\text{ г) } a^{-2} : a^3 = a^{-5}; \quad \text{ д) } a^{-3} : a^{-6} = a^3;$$

$$3) \text{ a) } (y^3)^3 = y^9; \quad \text{ б) } (y^4)^{-4} = y^{-16}; \quad \text{ в) } (y^{-6})^6 = y^{-36};$$

$$\text{ г) } (a^{-3})^{-5} = a^{15}; \quad \text{ д) } (y^{-7})^0 = 1;$$

$$4) \text{ a) } (ab)^{-2} = a^{-2}b^{-2}; \quad \text{ б) } (a^{-1}b^2)^{-4} = a^4b^{-8}; \quad \text{ в) } (abc)^{-3} = a^{-3}b^{-3}c^{-3};$$

$$\text{ г) } (a^{-3}b^2)^{-1} = a^3b^{-2}; \quad \text{ д) } (a^{-2}b^0c^{-5})^3 = a^{-6}c^{-15};$$

$$5) \text{ a) } \left(\frac{x}{y} \right)^{-3} = x^{-3}y^3; \quad \text{ б) } \left(\frac{x}{y^2} \right)^{-1} = x^{-1}y^2; \quad \text{ в) } \left(\frac{x^{-2}}{y^{-1}} \right)^4 = x^8y^{-4};$$

$$\text{ г) } \left(\frac{x^0}{y^{-3}} \right)^{-4} = y^{-12}; \quad \text{ д) } \left(\frac{x^{-2}}{y^5z^{-1}} \right)^2 = x^{-4}y^{-10}z^2.$$

2.

1) a) $3^5 : 2^{-4} = 2^9$; б) $5^{-6} \cdot 5 = 5^{-5} = \frac{1}{3125}$;

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^7 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7$; г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-15} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$;

2) a) $3^6 : 3^7 = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; б) $7 : 7^{-1} = 7^2 = 49$;

в) $4^{-7} : 4^{-10} = 4^3 = 64$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-9} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} = 1$;

3) a) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}$; б) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$;

в) $(0,01^{-2})^4 = 0,01^{-8} = 10^{16}$; г) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}\right)^0 = 1$;

4) a) $-13 \cdot 26^{-1} = -\frac{13}{26} = -\frac{1}{2}$; б) $-6 \cdot 3^{-3} = -\frac{6}{27} = -\frac{2}{9}$;

в) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} + 0,1^{-2} = 9^2 + 10^2 = 181$; г) $14^{-1} - 7^{-2} = \frac{1}{14} - \frac{1}{49} = \frac{5}{98}$;

5) a) $81 \cdot 3^{-5} = 3^4 \cdot 3^{-5} \cdot 3^{-1} = \frac{1}{3}$; б) $16 \cdot (2^{-3})^2 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$;

в) $5^{-6} \cdot 5^8 : 125 = 5^2 : 5^3 = 5^{-1} = \frac{1}{5}$; г) $36^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} = 6^{-2} \cdot 6^4 = 6^2 = 36$;

6) a) $32^{-2} \cdot 4^4 = 2^{-10} \cdot 2^8 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$; б) $27^{-3} : 9^4 = 3^{-9} : 3^6 = 3^{-15} = \frac{1}{3^{15}}$;

в) $\frac{7^{-6} \cdot 7^{-8}}{(-7)^{-13}} \cdot \frac{7^{-14}}{7^{-13}} = -7^{-1} = -\frac{1}{7}$; г) $\frac{81^{-5} \cdot 9^{-8}}{27^{-11}} = \frac{3^{-20} \cdot 3^{-16}}{3^{-33}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$.

3.

1) a) $2,2a^{-8}b^5 \cdot 5a^{10}b^{-4} = 11a^2b$; б) $2x^{-4}y^7 \cdot 3,5x^8y^{-8} = 7x^4$;

2) a) $2,8m^8n : (0,7m^4n^{-2}) = 4m^4n^3$; б) $2\frac{1}{2}a^{-16}b^{-3} : \left(-\frac{5}{6}a^{-8}b^{-3}\right) = -3a^{-8}$;

3) a) $\frac{14a}{b^{-3}} \cdot \frac{b^{-2}}{56a^{-4}} = \frac{1}{4}a^{+5}b$; б) $\frac{18p^{-6}}{q^5} \cdot \frac{7q^{-5}}{6p^{-12}} = 21p^6q^{-10}$;

4) a) $\left(\frac{5x^{-2}}{6y^{-1}}\right)^{-3} \cdot 125x^{-6}y^5 = 216y^2$; б) $\left(\frac{3a^4}{b^5}\right)^{-2} \cdot (a^{-2}b)^{-4} = \frac{1}{9}b^6$;

4.

$$\text{a) } \frac{33^n}{3^{n-4} \cdot 11^n} = \frac{33^n}{33^n \cdot 3^{-4}} = 3^4 = 81;$$

$$\text{б) } -\frac{49^{n-1}}{7^{2n-1}} = \frac{49^n \cdot 49^{-1}}{7^{2n} \cdot 7^{-3}} = -\frac{7^3}{49} = -7;$$

$$\text{в) } \frac{a^{8n} b^{n-1}}{a^{2n} b^{n-3}} = a^{6n} \cdot b^2; \text{ г) } \frac{x^{2n} + x^{-3n}}{x^{-n}} = x^{3n} + x^{-2n};$$

$$\text{д) } \frac{4^{n+1} - 4^n}{16} = 4^n - 4^{n-2}; \text{ е) } \frac{3^{-n} + 1}{3^n + 1} = \frac{3^{-n}(3^n + 1)}{3^n + 1} = 3^{-n}.$$

5.

$$\text{a) } \frac{x^8 + x^{13}}{x^{-4} + x} = \frac{x^{12}(x^{-4} + x)}{x^{-4} + x} = x^{12};$$

$$\text{б) } \frac{a^3 + 3a^4 - a^6}{3 - a^2 + a^{-1}} = \frac{a^4(a^{-2} + 3 - a^2)}{3 - a^2 + a^{-1}} = a^4.$$

C - 46

1.

$$\text{a) } 1000 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}; \quad \text{б) } 10^{-10} \cdot 10^{-5} = 10^{-15};$$

$$\text{в) } 10^{-8} : 10^4 = 10^{-12}; \quad \text{г) } (10^{-2})^3 = 10^{-6}.$$

2.

$$1) \text{ а) } 900000 = 9 \cdot 10^5; \quad \text{б) } 5700 = 5,7 \cdot 10^3;$$

$$\text{в) } 30400 = 3,04 \cdot 10^4; \quad \text{г) } 526 = 5,26 \cdot 10^2;$$

$$2) \text{ а) } 800,5 = 8,005 \cdot 10^2; \quad \text{б) } 63,09 = 6,309 \cdot 10;$$

$$\text{в) } 2400,8 = 2,4008 \cdot 10^3; \quad \text{г) } 701,1 = 7,011 \cdot 10^2;$$

$$3) \text{ а) } 0,73 = 7,3 \cdot 10^{-1}; \quad \text{б) } 0,0025 = 2,5 \cdot 10^{-3};$$

$$\text{в) } 0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}; \quad \text{г) } 0,0809 = 8,09 \cdot 10^{-2};$$

$$4) \text{ а) } 47 \cdot 10^4 = 4,7 \cdot 10^5; \quad \text{б) } 672 \cdot 10^{-5} = 6,72 \cdot 10^{-3};$$

$$\text{в) } 0,055 \cdot 10^7 = 5,5 \cdot 10^4; \quad \text{г) } 0,046 \cdot 10^{-3} = 4,6 \cdot 10^{-5}.$$

3.

$$1) \text{ а) } (6 \cdot 10^3) \cdot (1,5 \cdot 10^{-5}) = 5,4 \cdot 10^{-2};$$

$$\text{б) } (7,8 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,5 \cdot 10^{-6}) = 2,73 \cdot 10^{-9};$$

$$2) \text{ а) } (8,4 \cdot 10^{-2}) : (2,4 \cdot 10^4) = 3,5 \cdot 10^{-6};$$

$$\text{б) } (3,36 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-7}) = 7 \cdot 10^3;$$

168

- 3) а) $4,1 \cdot 10^{-3} + 7,9 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-2}$;
 б) $5,2 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^5 = 0,52 \cdot 10^5 + 2,8 \cdot 10^5 = 3,32 \cdot 10^5$
 4. а) $1,78 \cdot 10^6 < 2,1 \cdot 10^6$; б) $3,9 \cdot 10^{-8} < 6,5 \cdot 10^{-8}$;
 в) $8,3 \cdot 10^4 < 1,4 \cdot 10^5$; г) $4,7 \cdot 10^{-7} > 5,8 \cdot 10^{-8}$.

5.
 а) -10; б) -15; в) 3; г) 8.

6.
 а) 2 или 3; б) -14 или -15; в) 8.

С - 47

1.
 а) $\Delta \text{абс.} = 0,03$; б) $\Delta \text{абс.} = 0,1$; в) $\Delta \text{абс.} = 2$; г) $\Delta \text{абс.} = 0,0024$.

2.
 1) а) $28 \leq x \leq 30$; б) $7554 \leq x \leq 775$; в) $3928 \leq x \leq 3976$;
 2) а) $6,2 \leq x \leq 6,4$; б) $5,5 \leq x \leq 6,3$; в) $9,5 \leq x \leq 12,1$;
 3) а) $30,22 \leq x \leq 30,82$; б) $0,0807 \leq x \leq 0,0825$; в) $0,0142 \leq y \leq 0,0174$.

3.
 1) а) $\Delta \text{абс.} \leq 0,5$; б) $\Delta \text{абс.} \leq 0,05$;
 в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,0005$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,00005$;
 2) а) $\Delta \text{абс.} \leq 0,000005$; б) $\Delta \text{абс.} \leq 0,005$;
 в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,05$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,0005$.

4.
 а) до 0,1; б) до 0,01; в) до 0,1; г) до 0,001; д) до 0,01; е) до 0,1.

5.
 а) $\Delta \text{абс.} \leq 5$; б) $\Delta \text{абс.} \leq 5000$; в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,00000005$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,0005$.

6.
 а) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,05}{8,7} = \frac{5}{870}$; б) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,05}{5,8} = \frac{5}{580}$;
 в) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,005}{1,49} = \frac{5}{1490}$; г) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,0005}{4,600} = \frac{5}{46000}$.

7.
 Для мячика: $\Delta \text{абс.} \leq 0,05 \cdot 10^{-3}$; $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,05}{2,4} = \frac{5}{240} = \frac{1}{48}$;

Для электровоза: $\Delta \text{абс.} = 0,005 \cdot 10^5$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,005}{1,84} = \frac{5}{1840} = \frac{1}{368}$.

Вычисления для электровоза точнее.

С – 48

1. а) 0,07; 0,03; б) 0,0535; 0,0465; в) $\frac{1}{134}$; г) $\frac{1}{30}$.

2. а) $\Delta\text{абс.} = 0,05$; б) $\Delta\text{абс.} = 0,048$; в) $\Delta\text{абс.} = 0,3$; г) $\Delta\text{абс.} = 0,35$.

3.

1) а) $5 \leq b \leq 7$; б) $16 \leq x \leq 20$; в) $110 \leq a \leq 130$;

2) а) $14,9 \leq m \leq 15,1$; б) $9 \leq c \leq 10$; в) $29,5 \leq n \leq 30,5$;

3) а) $6,74 \leq u \leq 6,76$; б) $10,19 \leq v \leq 10,29$; в) $4,567 \leq d \leq 4,569$.

4.

1) а) $x = 30 \pm 3$; б) $x = 20 \pm 0,5$;

2) а) $x = 7,8 \neq 0,2$; б) $x = 32,6 \pm 0,2$;

3) а) $x = 2,79 \pm 0,02$; б) $x = 12,95 \pm 0,25$

5.

$x - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{2}$, так что $x - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x+y}{2} \leq x + \frac{x-y}{2}$, а также

$y + \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$, так что $y - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x+y}{2} \leq y + \frac{x-y}{2}$ так что

$\frac{x+y}{2}$ является приближением x и y , с точностью до $\frac{x-y}{2}$.

С – 49

1.

1) а) $367 \approx 370$; б) $28,5 \approx 29$;

2) а) $69,8349 \approx 69,8$; б) $0,73694 \approx 0,737$;

3) а) $58560,4 \approx 59000$; б) $2,4108439 \approx 2,41084$.

2.

а) $\frac{2}{3} \approx 0,67$; $\Delta\text{абс.} = 0,00(3)$; б) $\frac{5}{7} \approx 0,71$; $\Delta\text{абс.} = 0,0042\dots$;

в) $\frac{6}{13} \approx 0,46$; $\Delta\text{абс.} = 0,0015\dots$; г) $2\frac{5}{14} \approx 2,36$; $\Delta\text{абс.} = 0,0028\dots$;

д) $10\frac{8}{11} \approx 10,73$; $\Delta\text{абс.} = 0,00(27)$; е) $1\frac{1}{17} \approx 1,06$; $\Delta\text{абс.} = 0,00117$

3.

$\frac{7}{19} - 0,001 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,001$ и $\frac{7}{19} - 0,001 < 0,369 < \frac{7}{19} + 0,001$.

А также $\frac{7}{19} - 0,0005 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,0005$, так что числа 0,368 и 0,369

– являются приближенными значениями числа $\frac{7}{19}$ с точностью до 0,001; а число 0,368 – с точностью до 0,0005.

С – 50**1.**

а) $1,7 \approx 2$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,3}{2} = 0,15$; б) $9,85 \approx 10$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,15}{10} = 0,015$;

в) $5,314 \approx 10$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,686}{6} = 0,114(3)$;

г) $99,83 \approx 100$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,17}{100} = 0,0017$.

2.

$6\frac{3}{4} = 6,75 \approx 6,8$; $\Delta_{\text{абс.}} = 0,05$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,05}{6,8} = \frac{5}{680}$;

$18\frac{7}{8} = 18,875 \approx 18,9$, $\Delta_{\text{абс.}} = 0,025$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,025}{18,9} = \frac{25}{18900}$.

3.

$\Delta_{\text{отн.}} = \frac{100\text{км}}{356400\text{км}} = \frac{1}{3564}$.

4.

Для М: $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,5}{184} = \frac{1}{368}$. Для м: $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,01}{0,25} = \frac{1}{25}$.

Качество измерения М точнее.

С – 51**1.**

1) а) $p \approx 0,67$, $q \approx 5,2$, $p + q \approx 5,9$; б) $p \approx 2,4$, $q \approx 0,35$, $p + q \approx 2,8$;

2) а) $p \approx 22,3$, $q \approx 14$, $p + q \approx 26$; б) $p \approx 370$, $q \approx 85,9$, $p + q \approx 456$;

3) а) $p \approx 48,52$, $q \approx 6,478$, $p + q \approx 55,00$;

б) $p \approx 5,632$, $q \approx 0,3682$, $p + q \approx 6,000$;

4) а) $p \approx 4,5 \cdot 10^3$, $q \approx 6,1 \cdot 10^4$, $p + q \approx 6,6 \cdot 10^4$;

б) $p \approx 3,0 \cdot 10^{-6}$, $q \approx 5 \cdot 10^{-7}$, $p + q \approx 3,5 \cdot 10^{-6}$.

2.

1) а) $u \approx 7,4$, $v \approx 0,62$, $u - v \approx 6,8$; б) $u \approx 3,51$, $v \approx 2,6$, $u - v \approx 0,9$;

2) а) $u \approx 48,7$, $v \approx 19$, $u - v \approx 30$; б) $u \approx 261$, $v \approx 14,3$, $u - v \approx 247$;

3) а) $u \approx 12,73$, $v \approx 4,926$, $u - v \approx 7,44$;

б) $u \approx 8,154$, $v \approx 0,3657$, $u - v \approx 7,788$;

4) а) $u \approx 2,4 \cdot 10^5$, $v \approx 3,7 \cdot 10^4$, $u - v \approx 2,0 \cdot 10^5$;
 б) $u \approx 6,0 \cdot 10^{-3}$, $v \approx 7 \cdot 10^{-4}$, $u - v \approx 5,3 \cdot 10^{-3}$.

3.

1) а) $x \approx 1,80$, $y \approx 3,0$, $xy \approx 5,4$; б) $x \approx 0,400$, $y \approx 35$, $xy \approx 14$;

2) а) $x \approx 2,1 \cdot 10^7$, $y \approx 4 \cdot 10^9$, $xy \approx 8 \cdot 10^{16}$;
 б) $x \approx 4,50 \cdot 10^{-6}$, $y \approx 6,0 \cdot 10^{-4}$, $xy \approx 27,0 \cdot 10^{-10}$;

3) а) $x \approx 2,60 \cdot 10^8$, $y \approx 2,050 \cdot 10^{-5}$, $xy \approx 5,33 \cdot 10^3$;
 б) $x \approx 1,5 \cdot 10^6$, $y \approx 4,264 \cdot 10^4$, $xy \approx 6,4 \cdot 10^{-3}$.

4.

1) а) $x \approx 6,80$, $b \approx 4,0$, $\frac{a}{b} \approx 1,7$; б) $a \approx 16,80$, $b \approx 1,6$, $\frac{a}{b} \approx 10,5$;

2) а) $x \approx 2,80 \cdot 10^9$, $b \approx 8 \cdot 10^6$, $\frac{a}{b} \approx 3,5 \cdot 10^2$;

б) $a \approx 2,10 \cdot 10^{-3}$, $b \approx 1,4 \cdot 10^4$, $\frac{a}{b} \approx 1,5 \cdot 10^{-7}$;

3) а) $a \approx 5,300 \cdot 10^2$, $b \approx 1,06 \cdot 10^8$, $\frac{a}{b} \approx 5,00 \cdot 10^{-6}$;

б) $a \approx 1,330 \cdot 10^{-7}$, $b \approx 3,5 \cdot 10^{-1}$, $\frac{a}{b} \approx 3,8 \cdot 10^{-7}$.

5.

а) $x - y + z \approx 33,7$, при $a \approx 28,561$, $y \approx 7,2$ и $z \approx 12,34$;

б) $a - b - c \approx 5,6 \cdot 10^4$, при $a \approx 6,4 \cdot 10^4$, $b \approx 7,20 \cdot 10^3$, $c \approx 1,150 \cdot 10^3$;

в) $2p + pq \approx 24,07$, при $p \approx 8,30$, $q \approx 0,90$;

г) $\frac{a-b}{a+b} \approx \frac{5,1}{5,5} = \frac{51}{55}$ при $a \approx 5,3 \cdot 10^{-2}$, $b \approx 2 \cdot 10^{-3}$;

6.

$t \approx \frac{5,88 \cdot 10^{11}}{3,0 \cdot 10^8} \approx 2,0 \cdot 10^3 = 2000$ (сек.)

Ответ ≈ 33 мин. 20 сек.

7.

$\frac{1}{R} \approx \frac{1}{0,2} + \frac{1}{30} = 5 + 0,0(3) \approx 5$ (Ом)

Ответ: ≈ 5 Ом.

С – 52

1.

$y = -x^3 + 6x$, $y(-6) = 180$, $y(-2) = -4$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2\frac{7}{8}$, $y(6) = -180$

2. $y = (5x + 7)(x - 2)$;

1) а) $y(-4) = 58$; б) $y(-1,5) = 1,75$; в) $y(0) = -14$; г) $y(5) = 96$;

2) а) $y = -14$ при $(5x - 7)(x - 2) = -14$, $5x^2 - 3x = 0$, $x(5x - 3) = 0$;
 $x = 0$ и $x = \frac{3}{5}$;

б) $y = -18$ при $(5x + 7)(x - 2) = 18$, $5x^2 - 3x - 32 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{649}}{10}$;

в) $y = 0$ при $(5x + 7)(x - 2) = 0$, $x = -\frac{7}{5}$ и $x = 2$;

г) $y = 22$ при $(5x + 7)(x - 2) = 22$, $5x^2 - 3x - 36 = 0$, $x = \frac{3 \pm 27}{10}$,

$x = 3$ и $x = -\frac{12}{5}$.

3. $P = (x(x + 5)) \cdot 2 = 4x + 10$ (см), $S = x(x + 5)$ (см²).

$P(15) = 70$ (см), $S(15) = 300$ (см²)

4.

1)

x	-3	-1	0	2	3	5	8
$y = 6x - 9$	-27	-15	-9	3	9	21	39

2)

x	-2	-1	0	2	-3	5
$y = \frac{x+3}{x-4}$	$-\frac{1}{6}$	-0,4	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{2}$	0	8

5.

а) $y(-1,5) = 1,5$; $y(0) = -2$; $y(2) = 2$; $y(6) = -2$;

б) $y = -1$ при $x \approx \pm 0,7$ и $x \approx 5,5$; $y = 0$ при $x = -1$, $x = 1$ и $x = 5$;

$y = 2$ при $x \approx -1,7$, $x = 2$ и $x = 4$;

в) $y > 0$ при $-2 \leq x < -4$, $1 < x < 5$;

г) $y < 0$ при $-1 \leq x < 1$ и $5 < x \leq 6$.

6.

а) см. рис. 54.а:

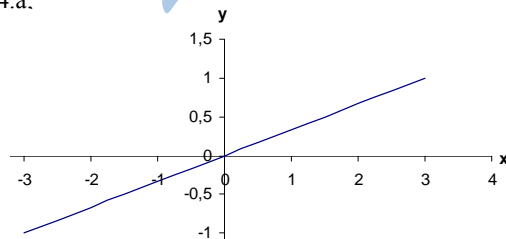


Рис. 54а

б) см. рис. 54.б.;

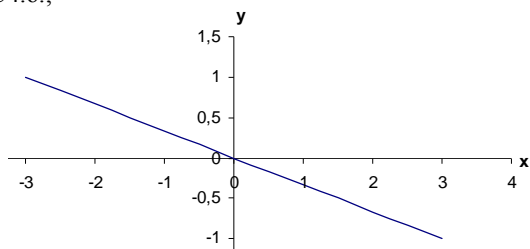


Рис. 54б

в) см. рис 54 в.;

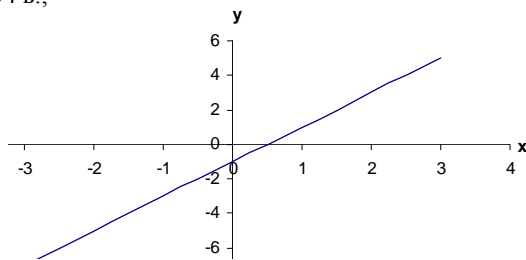


Рис. 54в

г) см. рис. 54. г.;

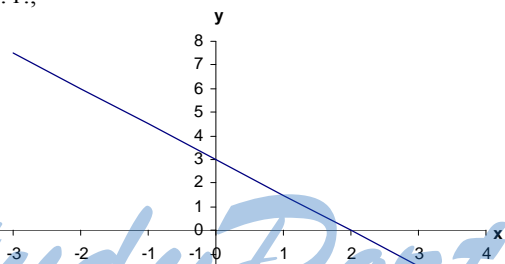


Рис. 54г

д) см. рис.54 д.;

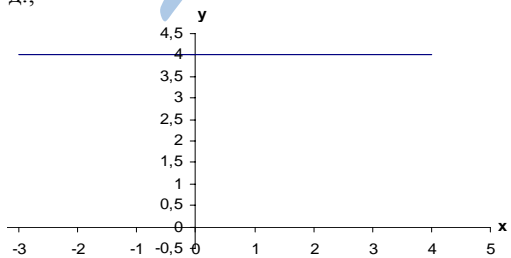


Рис. 54д

е) см. рис. 54. е.

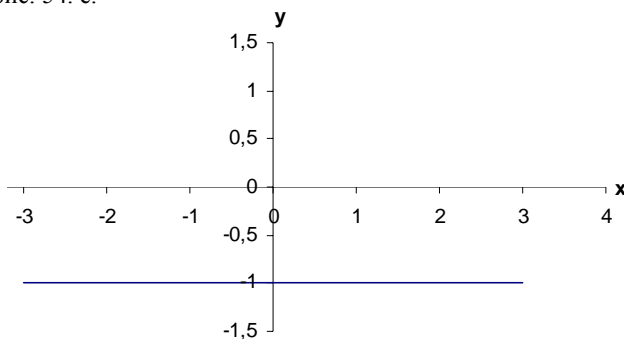


Рис. 54е

7.

$$y = 20x + 15;$$

A (1, -5), C (-4; 95) – принадлежат графику функции,
B (-3; 45) — не принадлежит.

8.

$$y_1 = 4x - 35, \quad y_2 = 0,2x + 3 \quad \text{и} \quad y_3 = 5x + 55 \quad y_1 = y_2 \quad \text{при} \\ 4x - 35 = 0,2x + 3, \quad 3,8x = 38, \quad x = 10; \quad \text{а} \quad y_1 = y_2 \quad \text{при} \\ 4x - 35 = -5x + 55, \quad 9x = 90, \quad x = 10.$$

Значит графики функций проходят через точку (10; 5), ч.т.д.

9.

$y = kx + b$, A(1; 6), B (-2; -15) – принадлежит графику функции, зна-

$$\text{чит: } \begin{cases} 6 = k + b \\ -15 = -2k + b \end{cases} \quad \begin{cases} 6 = k + b \\ -3 = 3b \end{cases}, \quad b = -1, k = 7.$$

Ответ: $y = 7x - 1$

10.

$$y = 25x + 7.$$

1.

$$y = x^2 + 2x - 15, \quad y = -15 \quad \text{при} \quad x^2 + 2x = 0, \quad x = 0 \quad \text{и} \quad x = -2;$$

$$y = -7 \quad \text{при} \quad x^2 + 2x - 8 = 0, \quad x = 2 \quad \text{и} \quad x = -4;$$

$$y = 0 \quad \text{при} \quad x^2 + 2x - 15 = 0, \quad x = -5 \quad \text{и} \quad x = 5;$$

$$y = 9 \quad \text{при} \quad x^2 + 2x - 24 = 0, \quad x = -6 \quad \text{и} \quad x = 4.$$

2.

$$\text{а) } -4; 2; \quad \text{б) } -4; 0; \quad \text{в) } -\sqrt{5}; \quad \text{г) } -4 \quad \text{и} \quad \frac{1}{3}.$$

StudyPort.ru

С-53

3.

а) $x^2 - 12x + 36 = 0$; $(x - 6)^2 = 0$; $x = 6$; б) $x^2 - 25 = 0$; $x^2 = 25$; $x = \pm 5$;

в) $5x^2 - 4x + 1 = 0$; $D = 16 - 20 = -4 < 0$, значит, у данной квадратичной функции нули не существуют;

г) $6x^2 - x + 1 = 0$; $D = 1 - 24 = -23 < 0$, значит, у данной квадратичной функции нули не существуют.

4. а) $p = -9$, $q = 14$; б) $p = 5$, $q = 0$; в) $p = 0$, $q = -5$; г) $p = -4$, $q = 1$.

5.

а) $x^2 - 11x + 13 = -2x + 3$, $x^2 - 8x + 12 = 0$, $x = 2$ и $x = 6$;

(2; -5) и (6; -17)

б) $3x^2 - 7x + 10 = 5x + 2$, $3x^2 - 12x + 8 = 0$, $x = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{6}$,

$\left(2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}; 12 + \frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$ и $\left(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}; 12 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$;

в) $5x^2 - 2x - 3 = 2x - 7$; $5x^2 - 4x + 4 = 0$, - решений нет;

г) $x^2 + 2x - 1 = 6x + 7$; $x^2 - 4x - 8 = 0$, $x = 2 \pm \sqrt{12}$, $\left(2 + 2\sqrt{3}; 19 + 12\sqrt{3}\right)$

и $\left(2 - 2\sqrt{3}; 19 - 12\sqrt{3}\right)$

С - 54

1. см. рис.55

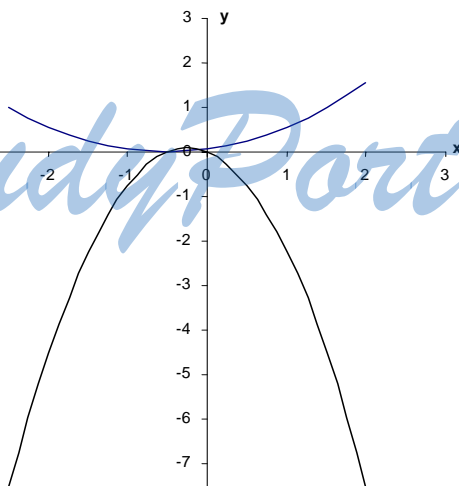


Рис. 55

1) а) $y = \frac{1}{4}x^2$; б) $y = \frac{1}{4}x^2$;

2) а) $-2 < x < 2$; б) $x \leq -\sqrt{6}$ и $x \geq \sqrt{6}$; в) x – любое; г) решений нет.

2.

$$y = -8x^2,$$

A (2; -32), C (-5; -200) – принадлежат графику функции;

B (-0,5; 2) – не принадлежит.

3.

а) $4x + 1 = 5x^2$, $5x^2 - 4x - 1 = 0$, $x = 1$ и $x = -\frac{1}{5}$; (1; 5) и $(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5})$;

б) $5x^2 = 15x$, $x = 0$ и $x = 3$; (0; 0) и (3; 45);

в) $5x^2 = 20$, $x = \pm 2$; (2; 20) и (-2; 20);

г) $5x^2 = -1$ – нет решений.

4.

а) убывает; б) не является; в) возрастает; г) не является.

5.

$$y = -\frac{1}{8}x^2, \text{ при } -8 \leq x \leq 4, y_{\text{наиб.}} = y(0) = 0; y_{\text{наим.}} = y(-8) = -8.$$

С – 55

1.

1) а) (2; 7); б) (-6; 5); в) (0; 10); г) (-3; 0);

2) а) $y = x^2 - 10x + 9$, $y = (x - 5)^2 - 16$, (5; -16);

б) $y = 5x^2 - 14$, (0; -14);

в) $y = -4x^2 + 3x - 10$, $y = 4\left(x + \frac{3}{8}\right)^2 - 10\frac{9}{16}$, $\left(-\frac{3}{8}; -10\frac{9}{16}\right)$;

г) $y = -6x^2 + 18$, (0; 18).

2.

а) (0; 12) – с осью ординат; $x^2 - 7x + 12 = 0$, $x = 3$ и $x = 4$,
(3; 0) и (4; 0) – с осью абсцисс;

б) (0; 15) – с осью ординат; $-4x^2 - 4x + 15 = 0$, $x = \frac{3}{2}$ и $x = \frac{5}{2}$,

$\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ и $\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$ – с осью абсцисс;

- в) $(0; 0)$ – с осью ординат; $x^2 + 6x = 0$, $x = 0$ и $x = 6$,
 $(0; 0)$ и $(6; 0)$ – с осью абсцисс;
 г) $(0; -18)$ – с осью ординат; $2x^2 - 18 = 0$, $x = \pm 3$,
 $(3; 0)$ и $(-3; 0)$ – с осью абсцисс.
 3. см. рис. 56

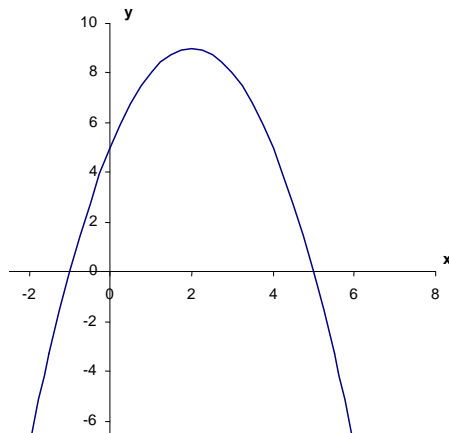


Рис. 56

- а) $y(-1,5) = 8,75$; $y(-2,5) = -11,25$; $y(-6) = -55$;
 б) $y = 6$ при $x \approx 3,7$ и $x \approx 0,3$; $y = 7$ при $x = -2$ и $x = 6$;
 в) $y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$, $y > 0$ при $-2 < x < 4$;
 $y < 0$ при $x < -1$ и $x > 5$;
 г) y – возрастает при $x < 2$, y – убывает при $x > 2$;
 д) y наиб. при $x = 2$.

4.

$y = x^2 - 13x + 40$, А $(4; 4)$, С $(-2; 70)$ – принадлежит графику функции, а
 В $(-15; -460)$ – не принадлежит.

5.

$y = -4x^2 + 4x + 3$, $y = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$, так что $y_{\text{наиб.}} = 4$ при $x = \frac{1}{2}$.

6.

$y = x^2 + px + q$, Р $(-3; -5)$ и О $(4; -8)$ – принадлежит графику функции,

$$\text{тогда } \begin{cases} -5 = 9 - 3p + q \\ -8 = 16 + 4p + q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q - 3p = -14 \\ q + 4p = -24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q - 3p = -14 \\ 7p = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -\frac{10}{7} \\ q = -\frac{68}{7} \end{cases}$$

1.

а) никакие; б) -2 ; 1 ; в) -2 ; 0 ; 1 .

2.

график см. рис. 57

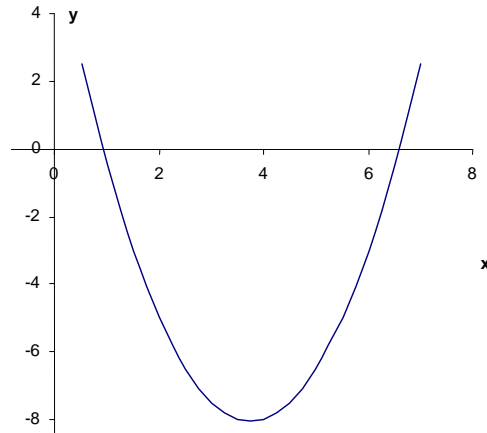
а) $x^2 - 7x + 6 > 0$, при $x < 1$ и $x > 6$;б) $x^2 - 7x + 6 < 0$, при $1 < x < 6$.

Рис. 57

3.

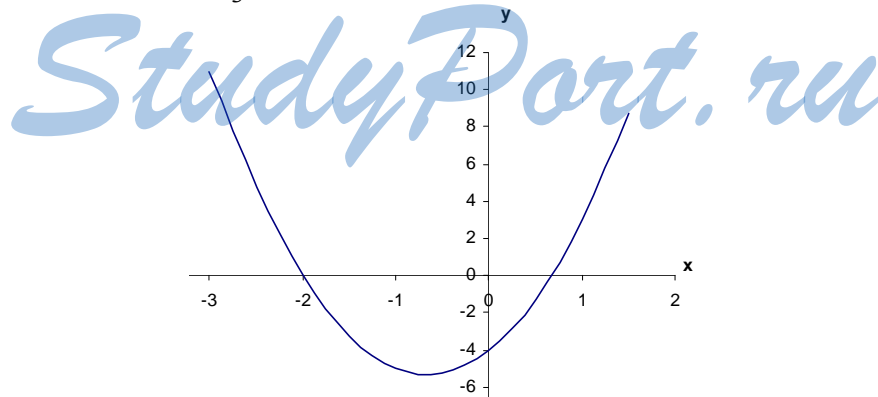
а) $3x^2 + 4x - 4 < 0$, строим график $y = 3x^2 + 4x - 4$ (см. рис. 58.а),при $-2 < x < \frac{2}{3}$;

Рис. 58а

б) $x^2 - 9 < 0$, строим график $y = x^2 - 9$ (см. рис. 58.б),
 $y > 0$ при $x < -3$ и $x > 3$;

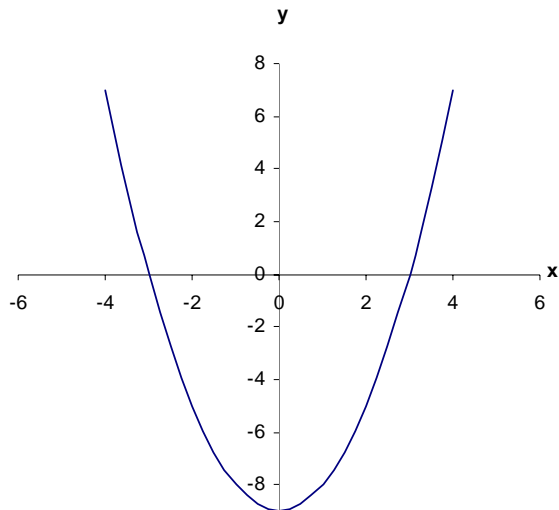


Рис. 58б

в) $-x^2 - 6 < 0$, строим график $y = -x^2 - 6$ (см. рис. 58. в),
 $y < 0$ при любом x .

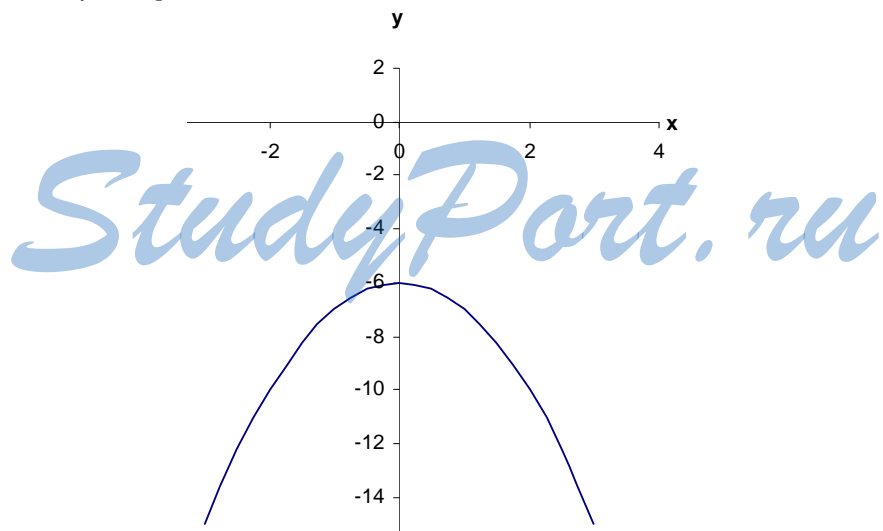


Рис. 58в

4.

1) а) $x^2 - 16 < 0$, $x^2 < 16$, $-4 < x < 4$;

б) $x^2 - 36 > 0$, $x^2 > 36$, $x < -6$ и $x > 6$;

в) $x^2 + 5 > 0$, x – любое;

г) $x^2 + 1 < 0$ – решений нет;

2) а) $x^2 - 7x > 0$, $x(x - 7) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x - 7 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x - 7 < 0 \end{cases}$, $0 < x < 7$;

б) $x^2 + 3x > 0$, $x(x + 3) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x + 3 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x + 3 < 0 \end{cases}$, $x > 0$

или $x < -3$;

в) $x^2 + \frac{1}{3} > 0$, x – любое;

г) $x^2 - 4,2x < 0$, $x(x - 4,2) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x - 4,2 < 0 \end{cases}$, или $\begin{cases} x < 0 \\ x - 4,2 > 0 \end{cases}$,

$0 < x < 4,2$.

3) а) $x^2 - 3x - 40 > 0$, $(x - 8)(x + 5) > 0$, $\begin{cases} x - 8 > 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x - 8 < 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases}$,

$x > 8$ или $x < -5$;

б) $3x^2 + 5x - 2 < 0$, $(x + 2)(3x - 1) < 0$, $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 3x - 1 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + 2 < 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases}$,

$-2 < x < \frac{1}{3}$;

в) $x^2 + 12x + 40 > 0$, $(x + 6)^2 + 4 > 0$, x – любое;

г) $-4x^2 + 12x - 9 < 0$, $4x^2 - 12x + 9 > 0$, $(2x - 3)^2 > 0$, $x \neq \frac{3}{2}$;

д) $x^2 - 5x - 50 < 0$, $(x - 10)(x + 5) < 0$, $\begin{cases} x - 10 > 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x - 10 < 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases}$,

$-5 < x < 10$;

е) $9x^2 + 6x + 1 > 0$, $(3x + 1)^2 > 0$, $x \neq -\frac{1}{3}$.

StudyPort.ru

5.

а) $x^2 \leq 16, -4 \leq x \leq 4;$

б) $5x^2 < \frac{1}{3}x, x\left(5x - \frac{1}{3}\right) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3} < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ 5x - \frac{1}{3} > 0 \end{cases}, 0 < x < 15;$

в) $0,2x^2 > 5, x^2 > 10, x < -\sqrt{10}$ и $x > \sqrt{10};$

г) $0,8x^2 > x, x(0,8x - 1) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ 0,8x - 1 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ 0,8x - 1 < 0 \end{cases}, x > \frac{5}{4}$
или $x < 0.$

6.

а) $x(x - 8) > (2x - 1)^2, x^2 - 8x > 4x^2 - 4x + 1, 3x^2 + 4x + 1 < 0,$

$(x + 1)(3x + 1) < 0, \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 3x + 1 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + 1 < 0 \\ 3x + 1 > 0 \end{cases}, -1 < x < -\frac{1}{3};$

б) $3x(x - 2) + 1 > (x - 1)^2, 3x^2 - 6x + 1 > x^2 - 2x + 1, 2x^2 - 4x > 0,$

$2x(x - 2) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}, x > 2$ или $x < 0;$

в) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 2 < 0, x^2 + 2x - 8 < 0, (x - 2)(x + 4) < 0,$

$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 4 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x - 2 < 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases}, -4 < x < 2;$

г) $\frac{x^2}{3} + \frac{5}{6} < \frac{x}{6}, 2x^2 - x + 5 < 0, 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 4\frac{7}{8} < 0$ — решений нет.

7.

а) $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 18 > 0 \\ x < 0 \end{cases}, \begin{cases} (x - 2)\left(2x + \frac{9}{2}\right) > 0 \\ x > 0 \end{cases}, \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases}, x > 2;$

б) $\begin{cases} x^2 - 10x - 24 < 0 \\ 2x - 16 > 0 \end{cases}, \begin{cases} (x - 12)(x + 2) < 0 \\ x > 8 \end{cases}, \begin{cases} x - 12 < 0 \\ x > 8 \end{cases}, 8 < x < 12;$

в) $\begin{cases} 6x - x^2 < 0 \\ 2x - 9 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x(6 - x) < 0 \\ x > 4,5 \end{cases}, \begin{cases} 6 - x < 0 \\ x > 4,5 \end{cases}, 4,5 < x < 6.$

8.

а) при $3x^2 + 10x - 8 \geq 0$, $(x+4)(3x-2) \geq 0$, $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3x-2 \geq 0 \end{cases}$ или

$$\begin{cases} x+4 \leq 0 \\ 3x-2 \leq 0 \end{cases}, \quad x \geq \frac{2}{3} \text{ и } x \leq -4;$$

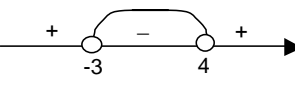
б) при $6x^2 - 15x > 0$, $3x(2x-5) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ 2x-5 < 0 \end{cases}$,

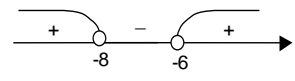
$$x > \frac{5}{2} \text{ и } x < 0;$$

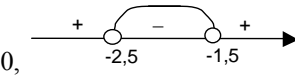
в) при $\begin{cases} 9-x^2 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x^2 \leq 9, \\ x \geq 2 \end{cases}$, $2 \leq x \leq 3$.

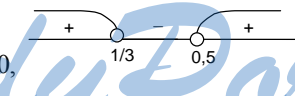
C-57

1.

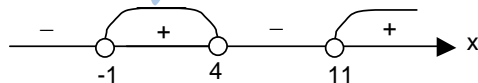
1) а) $(x+2)(x-4) < 0$,  x , $-3 < x < 4$;

б) $(x+6)(x+8) > 0$,  x , $x < -8$ и $x > -6$;

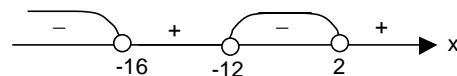
в) $(x+1,5)(x+2,5) < 0$,  x , $-2,5 < x < -1,5$;

г) $(x-0,5)\left(x-\frac{1}{3}\right) > 0$,  x , $x < \frac{1}{3}$ и $x > 0,5$;

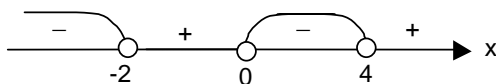
2) а) $(x-4)(x-1)(x-11) > 0$, $-1 < x < 4$ и $x > 11$;



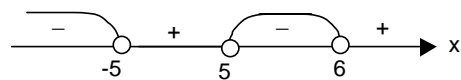
б) $(x-2)(x+12)(x+16) < 0$, $x < -16$ и $-12 < x < 2$;



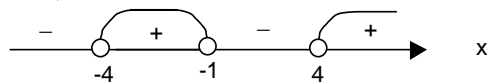
в) $x(x-4)(x+2) < 0, x < -2$ и $0 < x < 4$;



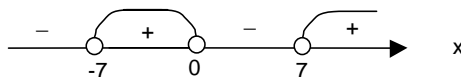
3) а) $(x^2 - 25)(x - 6) < 0, (x - 5)(x + 5)(x - 6) < 0, x < -5$ и $5 < x < 6$;



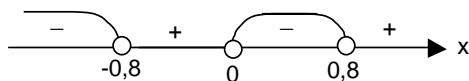
б) $(x+1)(x^2 - 16) > 0, (x+1)(x-4)(x+4) > 0, -4 < x < -1$ и $x > 4$;



в) $x^3 - 49 > 0, x(x-7)(x+7) > 0, -7 < x < 0$ и $x > 7$;



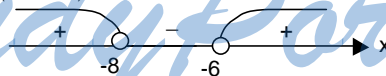
г) $x^3 - 0,64x < 0, x(x-0,8)(x+0,8) < 0, x < -0,8$ и $0 < x < 0,8$;



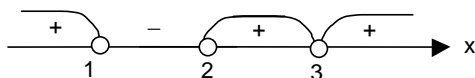
4) а) $(x^2 + 8)(x - 4)(x - 2) < 0, 2 < x < 4$;



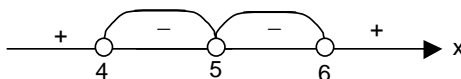
б) $(x+6)(x+8)(x^2+11) > 0, x < -8$ и $x > -6$;



в) $(x-1)(x-2)(x-3)^2 > 0, x > 1, 2 < x < 3$ и $x > 3$;

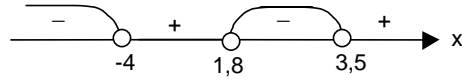


г) $(x-4)(x-6)(x-5)^2 < 0, 4 < x < 5$ и $5 < x < 6$.

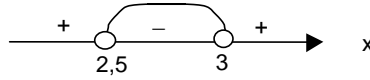


2.

а) при $(x - 3,5)(x + 4)(x - 1,8) < 0$, $x < -4$ и $1,8 < x < 3,5$;

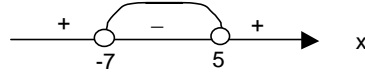


б) при $(x - 2,5)(x - 3)(x^2 + 9) < 0$, $2,5 < x < 3$.

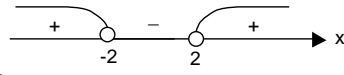


3.

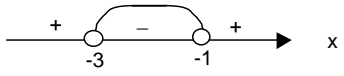
1) а) $\frac{x-5}{x+7} < 0$, $-7 < x < 5$;



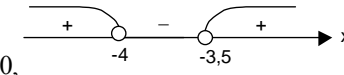
б) $\frac{x-2}{x+2} > 0$, $x < -2$ и $x > 2$;



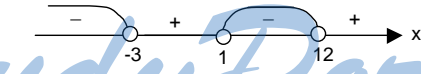
в) $\frac{x+1}{x+3} < 0$, $-3 < x < -1$;



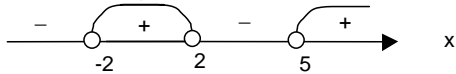
г) $\frac{x+3,5}{x+4} > 0$, $x < -4$ и $x > 3,5$;



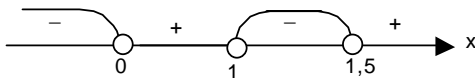
2) а) $\frac{(x-1)(x+3)}{x-12} < 0$, $x < -3$ и $1 < x < 12$;



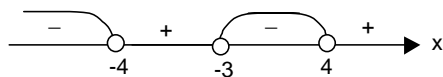
б) $\frac{(x-2)(x+2)}{x-5} < 0$, $-2 < x < 2$ и $x > 5$;



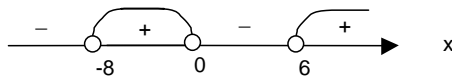
в) $\frac{(x-1,5)(x-1)}{x} < 0$, $x < 0$ и $1 < x < 1,5$;



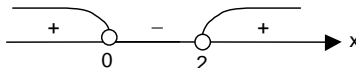
$$3) \text{ a) } \frac{x^2 - 16}{x + 3} < 0, \frac{(x-4)(x+4)}{(x+3)} < 0, x < -4 \text{ и } -3 < x < 4;$$



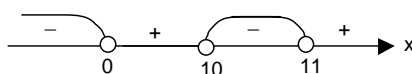
$$\text{б) } \frac{x+8}{x^2-6x} > 0, \frac{x+8}{x(x-6)} > 0, -8 < x < 0, x > 6;$$



$$\text{в) } \frac{x^2+2}{x^2-2x} > 0, \frac{x^2+2}{x(x-2)} > 0, x < 0, x > 2;$$

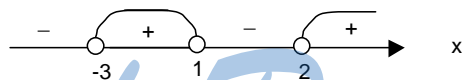


$$\text{г) } \frac{x^2-11x}{x-10} < 0, \frac{x(x-11)}{(x-10)} < 0, x < 0 \text{ и } 10 < x < 11.$$



4.

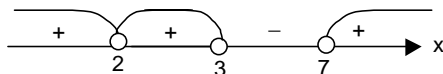
$$1) \text{ a) } (x^2+x-6)(x-1) > 0, (x-2)(x+3)(x-1) > 0, -3 < x < 1, x > 2;$$



$$\text{б) } (x+8)(x^2+3x-4) < 0, (x+8)(x+4)(x-1) < 0, x < -8 \text{ и } -4 < x < 1;$$

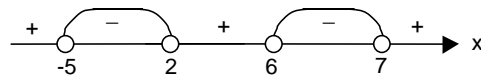


$$\text{в) } (x^2-5x+6)(x^2-9x+14) > 0, (x-2)^2(x-3)(x-7) > 0, x < 2, 2 < x < 3 \text{ и } x > 7;$$

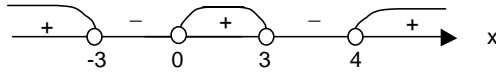


$$\text{г) } (x^2+3x-10)(x^2-13x+42) < 0, (x+5)(x-2)(x-6)(x-7) < 0,$$

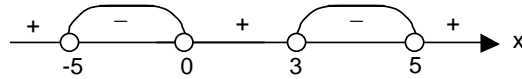
$$-5 < x < 2 \text{ и } 6 < x < 7;$$



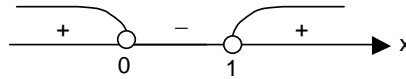
$$2) \text{ a) } \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 9} > 0, \frac{(x-4)x}{(x-3)(x+3)} > 0, x < -3, 0 < x < 3 \text{ и } x > 4;$$



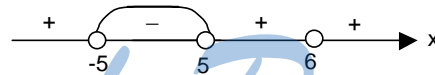
$$6) \frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} < 0, \frac{(x-5)(x+5)}{x(x-3)} < 0, -5 < x < 0, 3 < x < 5;$$



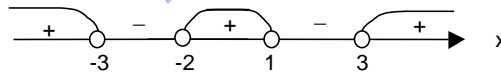
$$b) \frac{x^2 + 6x}{x^2 + 6} > 0, \frac{x(x+6)}{x^2 + 6} > 0, x < 0 \text{ и } x > 1;$$



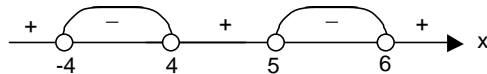
$$r) \frac{(x-6)^2}{x^2 - 25} < 0, \frac{(x-6)^2}{(x-5)(x+5)} < 0, -5 < x < 5;$$



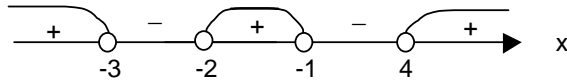
$$3) \text{ a) } \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 9} > 0, \frac{(x+2)(x-1)}{(x-3)(x+3)} > 0, x < -3, -2 < x < 1 \text{ и } x > 3;$$



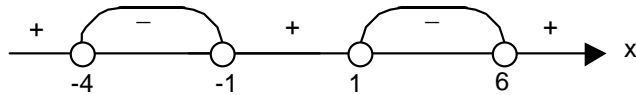
$$6) \frac{x^2 - 16}{x^2 + 11x + 30} < 0, \frac{(x-4)(x+4)}{(x-5)(x-6)} < 0, -4 < x < 4 \text{ и } 5 < x < 6;$$



$$в) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 5x + 6} > 0, \frac{(x-4)(x+1)}{(x+2)(x+3)} > 0, x < -3, -2 < x < -1, x > 4;$$

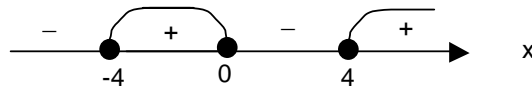


$$г) \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} < 0, \frac{(x+4)(x-1)}{(x-6)(x+1)} < 0, -4 < x < -1, 1 < x < 6.$$

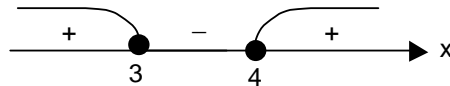


5.

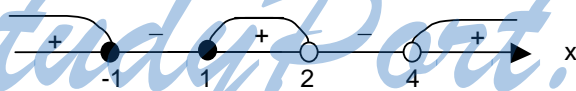
$$1) а) \text{ при } x^3 - 16x \geq 0, x(x-4)(x+4) \geq 0, -4 \leq x \leq 0 \text{ и } x \geq 4;$$



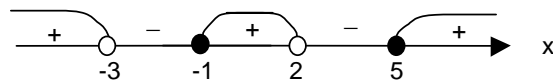
$$б) \text{ при } x^2 - 7x + 12 \geq 0, (x-3)(x-4) \geq 0, x \leq 1 \text{ и } x \geq 4;$$



$$2) а) \text{ при } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 6x + 8} \geq 0, \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x-4)} \geq 0, x \leq -1, 1 \leq x < 2 \text{ и } x > 4;$$



$$б) \text{ при } \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + x - 6} \geq 0, \frac{(x-5)(x+1)}{(x+3)(x-2)} \geq 0, x < -3, -1 \leq x < 2 \text{ и } x \geq 5.$$



КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К - 1

Вариант 1

1. а) $\frac{14a^4b}{49a^3b^2} = \frac{2a}{7b}$; б) $\frac{3x}{x^2+4x} = \frac{3}{x+4}$;

в) $\frac{y^2-z^2}{2y+2z} = \frac{(y-z)(y+z)}{2(y+z)} = \frac{y-z}{2}$.

2. а) $\frac{3x-1}{x^2} + \frac{x-9}{3x} = \frac{3(3x-1)+x(x-9)}{3x^2} = \frac{x^2-3}{3x^2}$;

б) $\frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} = \frac{2a+b-(2a-b)}{4a^2-b^2} = \frac{2b}{4a^2-b^2}$;

в) $\frac{5}{c+3} - \frac{5c-2}{c^2+3c} = \frac{5c-(5c-2)}{c^2+3c} = \frac{2}{c^2+3c}$.

3. $\frac{a^2-b}{a} - a = \frac{a^2-b-a^2}{a} = \frac{-b}{a} = \frac{5}{0,2} = 25$, при $a = 0,2$ и $b = -5$.

4. $\frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{x^2-9} - \frac{2}{x} = \frac{3x(x+3)-x(x+15)-2(x^2-9)}{x(x^2-9)} = \frac{-6x+18}{x(x^2-9)} =$
 $= -\frac{6}{x(x+3)}$.

Вариант 2

1. а) $\frac{39x^3y}{26x^2y^2} = \frac{3x}{2y}$;

б) $\frac{5y}{y^2-2y} = \frac{5}{y-2}$;

в) $\frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b}$.

2. а) $\frac{3-2a}{2a} + \frac{1-a^2}{a^2} = \frac{a(3-2a)-2(1-a^2)}{2a^2} = \frac{3a-2}{2a^2}$;

б) $\frac{1}{3x+y} - \frac{1}{3x-y} = \frac{3x-y-(3x+y)}{9x^2-y^2} = \frac{-2y}{9x^2-y^2}$;

в) $\frac{4-3b}{b^2-2b} + \frac{3}{b-2} = \frac{4-3b+3b}{b^2-2b} = \frac{4}{b^2-2b}$.

$$3. \frac{x-6y^2}{2y} + 3y = \frac{x-6y^2+6ya^2}{2y} = \frac{x}{2y} = \frac{-8}{0,2} = -40,$$

при $x = -8$ и $y = 0,1$.

$$4. \frac{2}{x-4} - \frac{x+8}{x^2-16} - \frac{1}{x} = \frac{2x(x+4) - x(x+8) - (x^2-16)}{x(x^2-16)} = \frac{16}{x(x^2-16)}.$$

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{22p^4q^2}{99p^5q} = \frac{2q}{9p};$$

$$\text{ б) } \frac{7a}{a^2+5a} = \frac{7}{a+5};$$

$$\text{ в) } \frac{x^2-y^2}{4x+4y} = \frac{(x-y)(x+y)}{4(x+y)} = \frac{x-y}{4}.$$

$$2. \text{ а) } \frac{y-20}{4y} + \frac{5y-2}{y^2} = \frac{y(y-20)+4(5y-2)}{4y^2} = \frac{y^2-8}{4y^2};$$

$$\text{ б) } \frac{1}{5c-d} - \frac{1}{5c+d} = \frac{5c+d-(5c-d)}{25c^2-d^2} = \frac{2d}{25c^2-d^2};$$

$$\text{ в) } \frac{7}{a+5} - \frac{7a-3}{a^2+5c} = \frac{7a-(7a-3)}{a^2+5a} = \frac{3}{a^2+5a}.$$

$$3. \frac{14b^2-c}{7b} - 2b = \frac{14b^2-c-14b^2}{7b} = \frac{-c}{7b} = \frac{14}{3,5} = 4,$$

при $c = -14$ и $b = 0,5$;

$$4. \frac{5}{x-7} - \frac{2}{x} - \frac{3x+28}{x^2-49} = \frac{5x(x+7) - 2(x^2+49) - x(3x+28)}{x(x^2-49)} = \frac{7x+98}{x(x^2-49)}.$$

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{75b^3c^3}{50b^4c^4} = \frac{3b}{2c};$$

$$\text{ б) } \frac{2b}{b^2-9b} = \frac{2}{b-9};$$

$$\text{ в) } \frac{7x-7y}{x^2-y^2} = \frac{7(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{7}{x+y}.$$

$$2. \text{ а) } \frac{3b+7}{3b} - \frac{b^2-5}{b^2} = \frac{b(3b+7) - 3(b^2-5)}{3b^2} = \frac{7b+15}{3b^2};$$

$$\text{б) } \frac{1}{4p+q} - \frac{1}{4p-q} = \frac{4p-q-(4p+q)}{16p^2-q^2} = \frac{-2q}{16p^2-q^2};$$

$$\text{в) } \frac{5-4y}{y^2-6y} + \frac{4}{y-6} = \frac{5-4y+4y}{y^2-6y} = \frac{5}{y^2-6y}.$$

$$3. \frac{12p^2-q}{4p} - 3p = \frac{12p^2-q-12p^2}{4p} = \frac{-q}{4p} = \frac{-28}{-1,4} = 20,$$

при $p = -0,35$ и $q = 28$.

$$4. \frac{4}{y} - \frac{2}{y-5} + \frac{2y+10}{25-y^2} = \frac{4(25-y^2)+2(y+5)+y(2y+10)}{y(25-y^2)} = \frac{20(y+5)}{y(25-y^2)} =$$

$$= \frac{20}{y(5-y)}.$$

К - 1А

Вариант 1

1. $a < 0$, $b > 0$, тогда:

$$\text{а) } a^5 b^6 < 0; \text{ б) } \frac{a^4}{b^7} > 0; \text{ в) } a(3b-1) < 0; \text{ г) } \frac{2b-5a}{b-a} > 0.$$

$$2. \text{ а) } (b-3)^2 - b(b-6) = 9 > 0,$$

так что $(b-3)^2 > b(b-6)$ при любом b , ч.т.д.;

$$\text{б) } b^2 + 10 - 2(4b-3) = (b-4)^2 \geq 0,$$

так что $b^2 + 10 \geq 2(4b-3)$ при любом b , ч.т.д.

3. $a < b$, тогда:

$$\text{а) } 15a < 15b; \text{ б) } -6,3a > -6,3b; \text{ в) } -8b < -8a.$$

$$4. \text{ а) } (3x-1)(2+5x) = 0, \quad x = \frac{1}{3} \text{ и } x = -\frac{2}{5};$$

$$\text{б) } \frac{8x^2-x}{3x} = 0, \quad \frac{8x-1}{3} = 0, \quad x = \frac{1}{8}.$$

Вариант 2

1. $x < 0$, $y < 0$, тогда:

$$\text{а) } x^3 y^8 < 0; \text{ б) } \frac{x^4}{y^5} < 0; \text{ в) } 3y(x+y) > 0; \text{ г) } \frac{-2x-3y}{x+y} < 0.$$

$$2. \text{ а) } (a-5)^2 - a(a-10) = 25 > 0,$$

так что $(a-5)^2 > a(a-10)$ при любом a , ч.т.д.;

$$\text{б) } a^2 + 12 - 4(2a - 1) = (a - 4)^2 \geq 0,$$

так что $a^2 + 12 \geq 4(2a - 1)$ при любом a , ч.т.д.

3. $c > d$, тогда:

$$\text{а) } 3,4c > 3,4d; \quad \text{б) } -c < -d; \quad \text{в) } -6,5d > -6,5c.$$

$$\text{4. а) } (5x - 3)(6x + 2) = 0, \quad x = \frac{3}{5} \text{ и } x = -\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{(x - 5)(x + 4)}{2x - 10} = 0, \quad \frac{x + 4}{2} = 0, \quad x + 4 = 0, \quad x = -4.$$

Вариант 3

1. $b > 0$, $c < 0$ тогда:

$$\text{а) } b^4 c^5 < 0; \quad \text{б) } \frac{b^6}{c^8} > 0; \quad \text{в) } c(6b - 2c) < 0; \quad \text{г) } \frac{10b - 4c}{b - c} > 0.$$

$$\text{2. а) } (x + 6)^2 - x(x + 12) = 36 > 0,$$

так что $(x + 6)^2 > x(x + 12)$ при любом x , ч.т.д.;

$$\text{б) } x^2 + 17 - 2(5x - 4) = (x - 5)^2 \geq 0,$$

так что $x^2 + 17 \geq 2(5x - 4)$ при любых x , ч.т.д.

3. $a < c$, тогда:

$$\text{а) } 7,2a < 7,2c; \quad \text{б) } -8,4a > -8,4c; \quad \text{в) } -16c < -16a.$$

$$\text{4. а) } (2 - 7x)(5 + 4x) = 0, \quad x = \frac{2}{7} \text{ и } x = -\frac{5}{4};$$

$$\text{б) } \frac{12x^2 + x}{x} = 0, \quad 12x + 1 = 0, \quad x = -\frac{1}{12}.$$

Вариант 4

1. $a > 0$, $c < 0$, тогда:

$$\text{а) } a^7 c^8 > 0; \quad \text{б) } \frac{a^8}{c^4} > 0; \quad \text{в) } c(3c - a) > 0; \quad \text{г) } \frac{12a - 4c}{a - c} > 0.$$

$$\text{2. а) } (2a - 1)^2 - 4a(a - 16) = 4 > 0,$$

так что $(2a - 1)^2 > 4a(a - 16)$, при любом a , ч.т.д.;

$$\text{б) } a^2 - 9 - 18(a - 5) = (a - 9)^2 \geq 0,$$

так что $a^2 - 9 \geq 18(a - 5)$ при любом a , ч.т.д.

3. $x > y$, тогда:

$$\text{а) } 1,9x > 1,9y; \quad \text{б) } -6,3x < -6,3y; \quad \text{в) } -2,9y > -2,9x.$$

4. а) $(4+9x)(7-2x)=0$, $x=-\frac{4}{9}$ и $x=\frac{7}{2}$;

б) $\frac{6x^2-x}{2-12x}=0$, $\frac{x(6x-1)}{-2(6x-1)}=0$, $-\frac{x}{2}=0$, $x=0$.

К-2

Вариант 1

1. а) $\frac{42x^5}{y^4} \cdot \frac{y^2}{14x^5} = \frac{42x^5 y^2}{14x^5 y^4} = \frac{3}{y^2}$;

б) $\frac{63a^3b}{c} : (18a^2b) = \frac{63a^3b}{18a^2bc} = \frac{7a}{2c}$;

в) $\frac{4a^2-1}{a^2-9} \cdot \frac{6a+3}{a+3} = \frac{(2a-1)(2a+1)(a+3)}{(a-3)(a+3)(2a+1)} = \frac{2a-1}{3(a-3)}$;

г) $\frac{p-q}{p} \cdot \left(\frac{p}{p-q} + \frac{p}{q} \right) = \frac{(p-q) \cdot (pq + p^2 - pq)}{pq(p-q)} = \frac{p}{q}$.

2. $y = \frac{6}{x}$ (см. рис.59). Область определения: $x \neq 0$; $y > 0$ при $x < 0$.

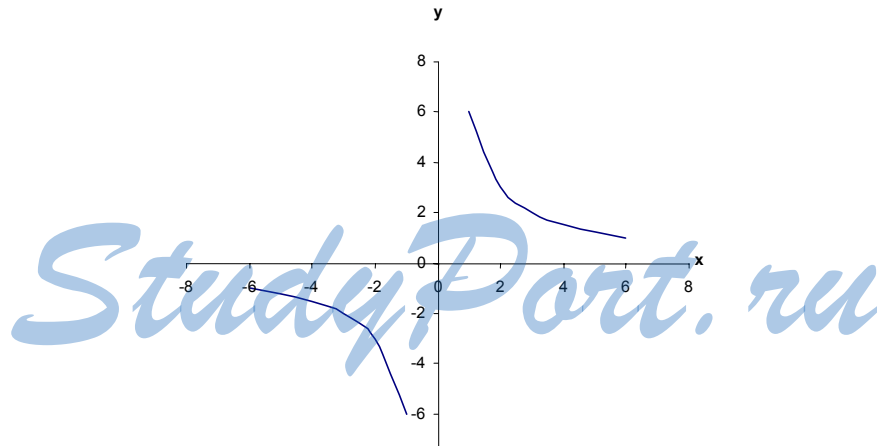


Рис. 59

3. $(b-1)^2 \left(\frac{1}{b^2-2b+1} + \frac{2}{b+1} \right) + \frac{2}{b+1} = \frac{(b-1)^2(b+1+b-1)}{(b+1)(b-1)^2} + \frac{2}{b+1} =$
 $= \frac{2b}{b+1} + \frac{2}{b+1} = 2$, не зависит от b , ч.т.д.

Вариант 2

$$1. \text{ а) } \frac{2a}{51x^6y} \cdot 17x^7y = \frac{31ax^7y}{51x^6y} = \frac{2ax}{3};$$

$$\text{б) } \frac{24b^2c}{3ab^6} : \frac{16bc}{a^5} = \frac{24b^2ca^5}{3 \cdot 16a^6bc} = \frac{b}{2a};$$

$$\text{в) } \frac{5x+10}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-4} = \frac{5(x+2) \cdot (x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)(x+2)} = \frac{5(x+1)}{x-2};$$

$$\text{г) } \frac{y+c}{c} \cdot \left(\frac{c}{y} - \frac{c}{y+c} \right) = \frac{(y+c) \cdot (cy + c^2 - cy)}{cy(y+c)} = \frac{c}{y}.$$

$$2. \ y = -\frac{6}{x} \text{ (см. рис.60). Область определения: } x \neq 0; y > 0 \text{ при } x < 0.$$

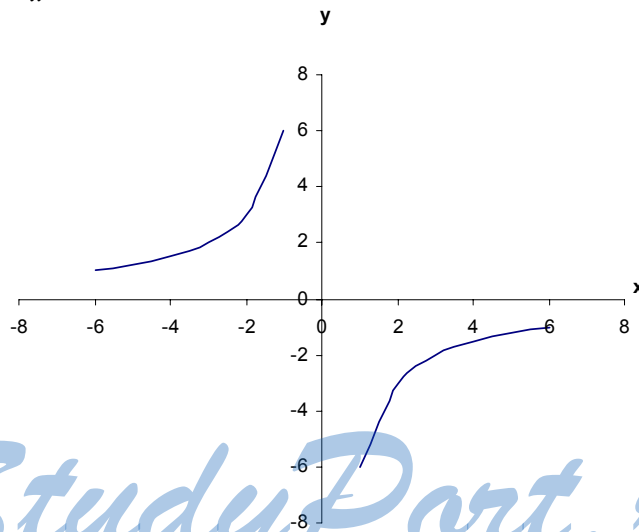


Рис. 60

$$3. \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-4x+4} \right) = \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2(x-2-x+2)}{(x+2)(x-2)^2} =$$

$$= \frac{x}{x+2} - \frac{-2}{x+2} = 1 \text{ — не зависит от } x, \text{ ч.т.д.}$$

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{28b^6}{c^3} \cdot \frac{c^5}{84b^6} = \frac{28b^6c^5}{84b^6c^3} = \frac{c^2}{3};$$

$$\text{б) } 30x^2y : \frac{72xy}{z} = \frac{30x^2yz}{72xy} = \frac{5xz}{12};$$

$$\text{в) } \frac{3x+6}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4} = \frac{3(x+2)(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{3(x-3)}{x-2};$$

$$\text{г) } \frac{2a-b}{a} \cdot \left(\frac{a}{2a-b} + \frac{a}{b} \right) = \frac{(2a-b)(ab-2a^2-ab)}{ab(2a-b)} = \frac{-2a}{b}.$$

2. $y = \frac{4}{x}$ (см. рис.61). Область определения: $x \neq 0$; $y > 0$ при $x < 0$.

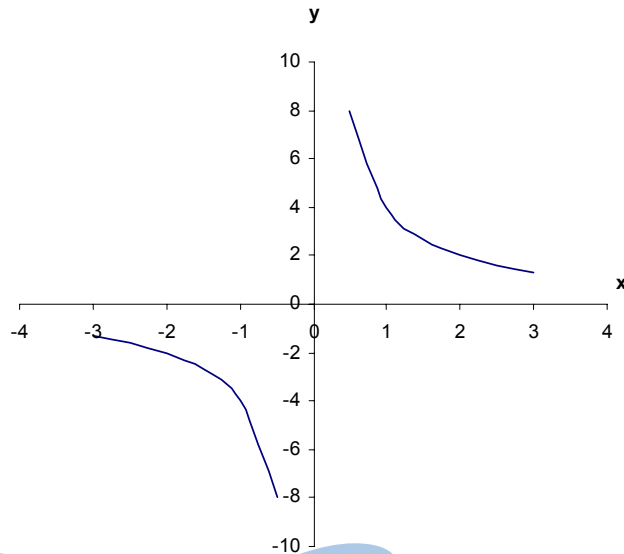


Рис. 61

$$\begin{aligned} 3. \frac{2y}{y+3} + (y-3)^2 \left(\frac{2}{9-6y+y^2} + \frac{1}{9-y^2} \right) &= \frac{2y}{y+3} + \frac{(y-3)^2(2y+6+3-y)}{(y-3)^2(y+3)} = \\ &= \frac{2y}{y+3} + \frac{2}{y+3} = 3, \text{ не зависит от } y, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{14p^4}{q^6} \cdot \frac{q^5}{56p^4} = \frac{14p^4q^5}{56p^4q^6} = \frac{1}{4q};$$

$$\text{б) } 45a^3b \cdot \frac{c^2}{30a^4b} = \frac{45a^3bc^2}{30a^4b} = \frac{3c^2}{2a};$$

$$в) \frac{3a-9}{a+2} : \frac{a^2-9}{a^2-4} = \frac{3(a-3) \cdot (a-2)(a+2)}{(a+2)(a-3)(a+3)} = \frac{3(a-2)}{a+3};$$

$$г) \frac{3x+y}{y} \cdot \left(\frac{y}{x} - \frac{3y}{3x+y} \right) = \frac{(3x+y)(3xy+y^2-3xy)}{xy(3x+y)} = \frac{y}{x}.$$

2. $y = \frac{4}{x}$ (см. рис.62). Область определения: $x \neq 0$; $y < 0$ при $x > 0$.

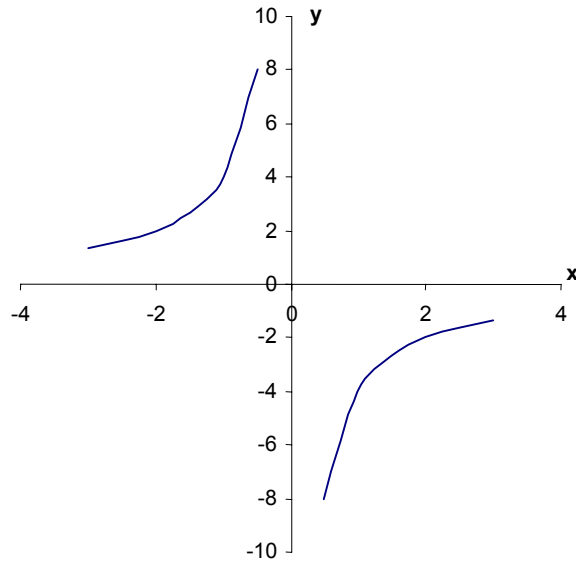


Рис. 62

$$3. \left(\frac{3}{25-a^2} + \frac{1}{a^2-10a+25} \right) \cdot \frac{(5-a)^2}{2} + \frac{3a}{a+5} = \frac{(15-3a+5+a)(5-a)^2}{2(5-a)^2(5+a)} + \frac{3a}{a+5} = \frac{10-a}{a+5} + \frac{3a}{a+5} = 2 \text{ — не зависит от } a, \text{ ч.т.д.}$$

К – 2А

Вариант 1

1. а) $\frac{1}{3}x > 3, x > 9;$

б) $1-6x \leq 0, 6x \geq 1, x \geq \frac{1}{6};$

в) $6(3,4+x)-4,2 > x+1, 5x > -15,2, x > -3,04.$

$$2. \frac{2-b}{4} > \frac{14-b}{2}, 2-b > 28-2b, b > 26.$$

$$3. a) \begin{cases} 5x-8 < 0 \\ 3x+4 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{8}{5} \\ x > -\frac{4}{3} \end{cases}, -\frac{4}{3} < x < \frac{8}{5};$$

$$б) \begin{cases} 7-3x < 1 \\ 1,8-x < 1,9 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ x > -0,1 \end{cases}, x > 2.$$

$$4. a) |2x+3|=7, 2x+3=\pm 7, x=2 \text{ и } x=-5;$$

$$б) |1-3x|=37, 1-3x=\pm 37, x=-12 \text{ и } x=\frac{38}{3}.$$

$$5. a) |2x-1| < 3, -3 < 2x-1 < 3, -2 < 2x < 4, -1 < x < 2;$$

$$б) |6x+2| \geq 5, 6x+2 \leq -5 \text{ и } 6x+2 \geq 5, x \leq -\frac{7}{6} \text{ и } x \geq \frac{1}{2}.$$

Вариант 2

$$1. a) \frac{1}{7}x < 1, x < 7; б) 3-5x \geq 0, x \leq \frac{3}{5};$$

$$в) 5(x-1,8)-4,6 > 3x-1,6, 5x > 12, x > 6.$$

$$2. \frac{4-3b}{2} < 12+b, 4-3b < 24+2b, 5b > -20, b > -4.$$

$$3. a) \begin{cases} 2x+9 > 0 \\ 9x-1 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -\frac{9}{2} \\ x < \frac{1}{9} \end{cases}, -\frac{9}{2} < x < \frac{1}{9};$$

$$б) \begin{cases} 4-6x < 1 \\ 3,6+x > 3,8 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > 0,2 \end{cases}, x > \frac{1}{2}.$$

$$4. a) |5x+1|=6, 5x+1=\pm 6, x=1 \text{ и } x=\frac{-7}{5};$$

$$б) |3-7x|=19, 3-7x=\pm 19, x=-\frac{16}{7} \text{ и } x=\frac{2}{7}.$$

$$5. a) |10x+1| > 21, 10x+1 < -21 \text{ и } 10x+1 > 21, x < -2,2 \text{ и } x > 2;$$

$$б) |2-6x| \leq 4, -4 \leq 2-6x \leq 4, -6 \leq -6x \leq 2, -\frac{1}{3} \leq x \leq 1.$$

Вариант 3

1. а) $\frac{1}{8}x < 4, x < 32;$

б) $5 - 6x \geq 0, x \leq \frac{5}{6};$

в) $1,7 - 2(3x - 1) > 0,3 - 4x, 2x < 3,4, x < 1,7.$

2. $3 - 4c > \frac{6 - 5c}{5}, 15 - 20c < 6 - 5c, 9 < 15c, c > \frac{3}{5}.$

3. а) $\begin{cases} 6 - 2x > 1 \\ 3x + 1 < 13 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{5}{2}, \\ x > 4 \end{cases}, x < \frac{5}{2};$

б) $\begin{cases} 8 - 4x \leq 3 \\ 4 + 6x \leq 1,9 \end{cases}, \begin{cases} x \geq \frac{5}{4}, \\ x \leq \frac{8}{3} \end{cases}, \frac{5}{4} \leq x \leq \frac{8}{3}.$

4. а) $|3x + 1| = 7, 3x + 1 = \pm 7, x = 2 \text{ и } x = -\frac{8}{3};$

б) $|1 - 2x| = 43, 1 - 2x = \pm 43, x = -21 \text{ и } x = 22.$

5. а) $|2x - 7| \leq 2, -2 \leq 2x - 7 \leq 2, 5 \leq 2x \leq 9, \frac{5}{2} \leq x \leq \frac{9}{2};$

б) $|18x - 2| > 48, 18 - x < -48 \text{ и } 18x - x > 48, x > 66 \text{ и } x < -30.$

Вариант 4

1. а) $\frac{1}{9}x \geq -1, x \geq -9;$

б) $3 - 8x < 0, x > \frac{3}{8};$

в) $1,4 - 4(2x + 1) > 1,8 - 3x, 5x < -4,4, x < -0,88.$

2. $\frac{4 - a}{3} > \frac{5 - 3a}{5}, 20 - 5a > 15 - 9a, 4a > -5, a > -\frac{5}{4}.$

3. а) $\begin{cases} 3 - 8x > 5 \\ x - 1 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x < -\frac{1}{4}, \\ x < 1 \end{cases}, x < -\frac{1}{4};$

б) $\begin{cases} 6x + 4 \geq 0 \\ 3x - 2 \leq 1 \end{cases}, \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3}, \\ x \leq 1 \end{cases}, -\frac{2}{3} \leq x < 1.$

4. а) $|1+10x|=1$, $1+10x=\pm 1$, $x=-1$ и $x=-\frac{6}{5}$;
 б) $|7-3x|=11$, $7-3x=\pm 11$, $x=6$ и $x=-\frac{4}{3}$.
5. а) $|1+5x|\leq 4$, $-4\leq 1+5x\leq 4$, $-5\leq 5x\leq 3$, $-1\leq x\leq \frac{3}{5}$;
 б) $|2-9x|>13$, $2-9x<-13$ и $2-9x>13$, $x>\frac{3}{5}$ и $x<-\frac{11}{9}$.

К-3

Вариант 1

1. а) $0,5\sqrt{0,04} + \frac{1}{6}\sqrt{144} = 0,5\cdot 0,2 + \frac{1}{6}\cdot 12 = 2,1$;
 б) $2\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 2\cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{3}{2}$; в) $(2\sqrt{0,5})^2 = 4\cdot 0,5 = 2$.
2. а) $\sqrt{0,25\cdot 64} = 0,5\cdot 8 = 4$;
 б) $\sqrt{56}\cdot \sqrt{14} = \sqrt{14^2\cdot 4} = 14\cdot 2 = 28$;
 в) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$; г) $\sqrt{3^4\cdot 2^6} = 3^2\cdot 2^3 = 72$.
3. а) $x^2 = 0,49$, $x = \pm 0,7$; б) $x^2 = 10$, $x = \pm\sqrt{10}$.
4. а) $x^2\sqrt{9x^2} = 3x^3$, при $x\geq 0$; б) $-5b^2\sqrt{\frac{4}{b^2}} = 10b$, при $b < 0$.
5. $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$.
6. $\sqrt{x} + 1 = 0$ – корней не имеет.

Вариант 2

1. а) $\frac{1}{2}\sqrt{196} + 1,5\sqrt{0,36} = \frac{1}{2}\cdot 14 + 1,5\cdot 0,6 = 7,9$;
 б) $1,5 - 7\sqrt{\frac{25}{49}} = 1,5 - 5 = -3,5$;
 в) $(2\sqrt{1,5})^2 = 4\cdot 1,5 = 6$.
2. а) $\sqrt{0,36\cdot 254} = 0,6\cdot 5 = 3$; б) $\sqrt{8}\cdot \sqrt{18} = \sqrt{16\cdot 9} = 4\cdot 3 = 12$;
 в) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{9} = 3$; г) $\sqrt{2^4\cdot 52} = 2^2\cdot 5 = 20$.

3. а) $x^2 = 0,64$, $x = \pm 0,8$; б) $x^2 = 17$, $x = \pm\sqrt{17}$.
4. а) $y^3\sqrt{4y^2} = 2y^4$, при $y \geq 0$; б) $7a\sqrt{\frac{16}{a^2}} = -28$ при $a < 0$.
5. $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$.
6. $\sqrt{x-2} = 1$ – имеет корень $x = 3$.

Вариант 3

1. а) $0,8\sqrt{225} - 0,5\sqrt{1,21} = 0,8 \cdot 15 - 0,5 \cdot 1,1 = 11,45$;
 б) $2 - 3\sqrt{\frac{25}{36}} = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$;
 в) $(0,5\sqrt{20})^2 = 0,5 \cdot 20 = 10$.
2. а) $\sqrt{9 \cdot 1,44} = 3 \cdot 1,2 = 3,6$;
 б) $\sqrt{150} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{25 \cdot 144} = 5 \cdot 12 = 60$;
 в) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{25} = 5$; г) $\sqrt{6^2 \cdot 3^4} = 6 \cdot 3^2 = 54$.
3. а) $x^2 = 0,81$, $x = \pm 0,9$; б) $x^2 = 46$, $x = \pm\sqrt{46}$.
4. а) $\frac{1}{3}b^3\sqrt{9b^2} = -b^4$, при $b \leq 0$; б) $-2x^2\sqrt{\frac{49}{x^2}} = 14x$, $x > 0$.
5. $5,2 < \sqrt{28} < 5,3$
6. при $x > 0$ и $x \neq 4$.

Вариант 4:

1. а) $0\frac{1}{6}\sqrt{144} + \frac{1}{3}\sqrt{0,81} = \frac{1}{6} \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 0,9 = 2,3$
 б) $2,1 + 1,3\sqrt{\frac{81}{169}} = 2,1 + 0,9 = 3$; в) $(0,4\sqrt{5})^2 = 0,16 \cdot 5 = 0,8$.
2. а) $\sqrt{225 \cdot 0,04} = 15 \cdot 0,2 = 3$;
 б) $\sqrt{28} \cdot \sqrt{634} = \sqrt{49 \cdot 36} = 7 \cdot 6 = 42$;
 в) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$; г) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 7 = 56$.
3. а) $x^2 = 0,09$, $x = \pm 0,3$; б) $x^2 = 92$, $x = \pm\sqrt{92}$.

4. а) $\frac{1}{7}x^2\sqrt{49x^6} = x^5$ при $x \geq 0$;

б) $-5y^6\sqrt{\frac{1}{81y^{10}}} = \frac{5}{9}y$ при $y < 0$.

5. $7,4 < \sqrt{56} < 7,5$.

6. при $y > 0$.

К – 3А

Вариант 1

1. $2,53 \approx 2,5$; $\Delta_{\text{абс}} = 0,03$; $\Delta_{\text{отн}} = \frac{0,03}{2,5} = 0,012$.

2. а) $48,16 = 4,816 \cdot 10$; б) $0,0184 = 1,84 \cdot 10^{-2}$.

3. а) $4,12 + 26,1872 \approx 30,31$; б) $3,2 \cdot 21,34 \approx 68,29$;

в) $37,12 - 19,268 \approx 17,85$; г) $9,162 : 3,25 \approx 2,82$.

4. $(1 \cdot 7 \cdot 2 \times 6 \cdot 3 + 8 \cdot 2) \div 5 \cdot 4 \cdot 2 - 0 \cdot 1 \cdot 6 \cdot x^3 =$.

Вариант 2

1. $0,38 \approx 0,4$; $\Delta_{\text{абс}} = 0,02$; $\Delta_{\text{отн}} = \frac{0,02}{0,4} = 0,05$.

2. а) $159,6 = 1,596 \cdot 10^2$; б) $0,00043 = 4,3 \cdot 10^{-4}$.

3. а) $12,784 + 5,36 \approx 18,14$; б) $4,5 \cdot 16,64 \approx 74,88$;

в) $47,184 - 5,26 \approx 41,92$; г) $16,45 : 2,51 \approx 6,55$.

4. $(2 \cdot 3 \cdot 7 + 1 \cdot 5 \cdot 6 \div 3 \cdot 1 \cdot 6) \times 4 \cdot 8 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot x^5 =$.

Вариант 3

1. $1,54 \approx 1,5$; $\Delta_{\text{абс}} = 0,04$; $\Delta_{\text{отн}} = \frac{0,04}{1,5} = \frac{2}{75}$.

2. а) $561,4 = 5,614 \cdot 10^2$; б) $0,00916 = 9,16 \cdot 10^{-2}$.

3. а) $1,16 + 4,8645 \approx 6,02$; б) $5,8 : 12,6 \approx 0,46$;

в) $51,164 - 42,15 \approx 9,01$; г) $8,184 : 2,6 \approx 3,15$.

4. $(1 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 6 \cdot 4 \times 3 \cdot 2) \div 5 \cdot 8 \cdot 8 + 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot x^3 =$.

Вариант 4

1. $1,23 \approx 1,2$; $\Delta_{\text{абс}} = 0,03$; $\Delta_{\text{отн}} = \frac{0,03}{1,2} = 0,025$.

2. а) $14,82 = 1,482 \cdot 10$; б) $0,00318 = 3,18 \cdot 10^{-3}$.

3. а) $22,164 + 2,63 \approx 24,79$; б) $15,9 \cdot 5,7 \approx 90,63$;

в) $13,81 - 4,168 \approx 9,64$; г) $6,216 : 5,1 \approx 1,22$.

4. $9 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 4 \div 8 \cdot 4 \cdot 4 + 1 \cdot 6 \cdot 0 \cdot 4) \times 8 \cdot 0 \cdot 1 - 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot x^9 =$.

Вариант 1

1. а) $10\sqrt{3} - 4\sqrt{48} - \sqrt{75} = 10\sqrt{3} - 16\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$;

б) $(5\sqrt{2} - \sqrt{18})\sqrt{2} = 10 - 6 = 4$;

в) $(3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}$.

2. $7\sqrt{\frac{1}{7}} > \frac{1}{2}\sqrt{20}$.

3. а) $\frac{6 + \sqrt{6}}{\sqrt{30} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6} + 1)}{\sqrt{5}(\sqrt{6} + 1)} = \sqrt{\frac{6}{5}}$;

б) $\frac{9 - a}{3 + \sqrt{a}} = \frac{(3 - \sqrt{a})(3 + \sqrt{a})}{3 + \sqrt{a}} = 3 - \sqrt{a}$.

4. а) $\frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$;

б) $\frac{8}{\sqrt{7} - 1} = \frac{8(\sqrt{7} + 1)}{6} = \frac{4\sqrt{7} + 4}{3}$.

5. $\frac{1}{2\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{2\sqrt{3} - 1} = \frac{2\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 1}{(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)} = \frac{-2}{12 - 1} = -\frac{2}{11}$ - рациональное число, ч.т.д.

Вариант 2

1. а) $2\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{98} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 0$;

б) $(3\sqrt{5} - \sqrt{20})\sqrt{5} = 15 - 10 = 5$;

в) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$.

2. $\frac{1}{2}\sqrt{60} < 10\sqrt{\frac{1}{5}}$.

3. а) $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)} = \sqrt{\frac{5}{2}}$;

б) $\frac{b - 4}{\sqrt{b} - 2} = \frac{(\sqrt{b} - 2)(\sqrt{b} + 2)}{\sqrt{b} - 2} = \sqrt{b} + 2$.

4. а) $\frac{2}{3\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{21}$; б) $\frac{4}{\sqrt{11} + 3} = \frac{4(\sqrt{11} - 3)}{11 - 9} = 2\sqrt{11} - 6$.

5. $\frac{1}{1 - 3\sqrt{5}} - \frac{1}{1 + 3\sqrt{5}} = \frac{1 + 3\sqrt{5} + 1 - 3\sqrt{5}}{(1 - 3\sqrt{5})(1 + 3\sqrt{5})} = \frac{2}{1 - 45} = -\frac{1}{22}$ - рациональное число, ч.т.д.

Вариант 3

1. а) $6\sqrt{3} + \sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$;

б) $(\sqrt{50} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = 10 - 4 = 6$;

в) $(2 - \sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$.

2. $\frac{1}{2}\sqrt{12} < \frac{1}{3}\sqrt{45}$.

3. а) $\frac{\sqrt{3} - 3}{\sqrt{3} - \sqrt{15}} = \frac{\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})}{\sqrt{5}(1 - \sqrt{3})} = \sqrt{\frac{3}{5}}$;

б) $\frac{a - 2\sqrt{a}}{3\sqrt{a} - 6} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2)}{3(\sqrt{a} - 2)} = \frac{\sqrt{a}}{3}$.

4. а) $\frac{5}{3\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{30} = \frac{\sqrt{10}}{6}$;

б) $\frac{8}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{6 - 2} = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$.

5. $\frac{1}{2\sqrt{7}} - \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7} + 1 - (2\sqrt{7} - 1)}{(2\sqrt{7} - 1)(2\sqrt{7} + 1)} = \frac{2}{28 - 1} = \frac{2}{27}$ — рациональное число, ч.т.д.

Вариант 4

1. а) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{32} - \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$;

б) $(4\sqrt{3} + \sqrt{27})\sqrt{3} = 12 + 9 = 21$;

в) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{15} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}$.

2. $\frac{1}{2}\sqrt{28} > \frac{1}{3}\sqrt{54}$.

3. а) $\frac{\sqrt{10} + 5}{2 + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5})} = \sqrt{\frac{5}{2}}$;

б) $\frac{x - 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 6} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{2(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{2}$.

4. а) $\frac{2}{2\sqrt{21}} = \frac{7\sqrt{21}}{42} = \frac{\sqrt{21}}{6}$;

б) $\frac{22}{\sqrt{13} - \sqrt{2}} = \frac{22(\sqrt{13} + \sqrt{2})}{13 - 2} = 2\sqrt{13} + 2\sqrt{2}$.

$$5. \frac{1}{3+\sqrt{15}} + \frac{1}{3\sqrt{15}} = \frac{3-\sqrt{15}+3+\sqrt{15}}{(3+\sqrt{15})(3-\sqrt{15})} = \frac{6}{9-15} = -1 \quad \text{— рациональное число, ч.т.д.}$$

К – 4А

Вариант 1

$$1. \text{ а) } 6\sqrt{1\frac{7}{9}} - 4 = 6 \cdot \frac{4}{3} - 4 = 4; \quad \text{ б) } \sqrt{7,2} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{144} = 12;$$

$$\text{ в) } \frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}} = \sqrt{36} = 6; \quad \text{ г) } \sqrt{5^4 \cdot 3^2} = 5^2 \cdot 3 = 75.$$

$$2. \text{ а) } 4\sqrt{20} - \sqrt{125} = 8\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 3\sqrt{5};$$

$$\text{ б) } (3\sqrt{6} + \sqrt{12})\sqrt{3} = 9\sqrt{2} + 6;$$

$$\text{ в) } (5 - \sqrt{2})^2 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 = 27 - 10\sqrt{2}.$$

$$3. \text{ а) } 12\sqrt{3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}; \quad \text{ б) } -9\sqrt{2} = -\sqrt{81 \cdot 2} = -\sqrt{162}.$$

$$4. \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = |2,6-3| = 0,4 \text{ при } x = 2,6.$$

$$5. \text{ а) } \frac{6-\sqrt{6}}{\sqrt{18}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}-1)}{\sqrt{3}(\sqrt{6}-1)} = \sqrt{2};$$

$$\text{ б) } \frac{16-x}{4+\sqrt{x}} = \frac{(4-\sqrt{x})(4+\sqrt{x})}{4\sqrt{x}} = 4 - \sqrt{x}.$$

$$6. \frac{4}{2\sqrt{3}+1} - \frac{4}{2\sqrt{3}-1} = \frac{4(2\sqrt{3}-1) - 4(2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{-8}{11} = -\frac{8}{11}.$$

Вариант 2

$$1. \text{ а) } 3\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 3 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{11}{4};$$

$$\text{ б) } \sqrt{2,5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{ в) } \frac{\sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{0,09} = 0,3;$$

$$\text{ г) } \sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 72.$$

$$2. \text{ а) } 5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 20\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 10\sqrt{3};$$

$$\text{ б) } (3\sqrt{2} + \sqrt{18})\sqrt{2} = 6 + 6 = 12;$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (4 - \sqrt{5})^2 &= 16 - 8\sqrt{5} + 25 = 41 - 8\sqrt{5}. \\ 3. \text{ а)} 15\sqrt{2} &= \sqrt{225 \cdot 2} = \sqrt{450}; \\ \text{б)} -8\sqrt{3} &= -\sqrt{64 \cdot 3} = -\sqrt{192}. \\ 4. \sqrt{25 - 10a + a^2} &= \sqrt{(5 - a)^2} = |5 - a| = |5 - 3,7| = 1,3 \text{ при } a = 3,7. \\ 5. \text{ а)} \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)} = \sqrt{\frac{3}{2}}; \\ \text{б)} \frac{a - 25}{5 + \sqrt{a}} &= \frac{(\sqrt{a} - 5)(\sqrt{a} + 5)}{5 + \sqrt{a}} = \sqrt{a} - 5. \\ 6. \frac{2}{3\sqrt{5} + 1} - \frac{2}{3\sqrt{5} - 1} &= \frac{2(3\sqrt{5} - 1) - 2(3\sqrt{5} + 1)}{(3\sqrt{5} + 1)(3\sqrt{5} - 1)} = \frac{-4}{44} = -\frac{1}{11}. \end{aligned}$$

Вариант 3

$$\begin{aligned} 1. \text{ а)} 4\sqrt{2\frac{7}{9}} - 2 &= 4 \cdot \frac{5}{3} - 2 = \frac{14}{3}; \\ \text{б)} \sqrt{0,08} \cdot \sqrt{2} &= \sqrt{0,16} = 0,4; \\ \text{в)} \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} &= \sqrt{25} = 5; \\ \text{г)} \sqrt{2^4 \cdot 3^4} &= 2^2 \cdot 3^2 = 36. \\ 2. \text{ а)} 3\sqrt{50} - \sqrt{98} &= 15\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 8\sqrt{2}; \\ \text{б)} (2\sqrt{3} + \sqrt{27})\sqrt{3} &= 6 - 9 = -3; \\ \text{в)} (4 - \sqrt{5})^2 &= 16 - 8\sqrt{5} + 25 = 41 - 8\sqrt{5}. \\ 3. \text{ а)} 6\sqrt{5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}; \quad \text{б)} -4\sqrt{3} &= -\sqrt{16 \cdot 3} = -\sqrt{48}. \\ 4. \sqrt{16 + b^2} - 8b = \sqrt{(4 - b)^2} &= |4 - b| = |4 - 5,1| = 1,1 \text{ при } b = 5,1. \\ 5. \text{ а)} \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})} = \sqrt{\frac{2}{3}}; \\ \text{б)} \frac{9 - a}{\sqrt{a} - 3} &= \frac{(3 - \sqrt{a})(3 + \sqrt{a})}{\sqrt{a} - 3} = -3 - \sqrt{a}. \\ 6. \frac{3}{2\sqrt{7} + 1} - \frac{3}{2\sqrt{7} - 1} &= \frac{3(2\sqrt{7} - 1) - 3(2\sqrt{7} + 1)}{(2\sqrt{7} + 1)(2\sqrt{7} - 1)} = \frac{-6}{28 - 1} = -\frac{2}{9}. \end{aligned}$$

Вариант 4

1. а) $3\sqrt{1\frac{11}{25}} - 1 = 3 \cdot \frac{6}{5} - 1 = \frac{13}{5}$;
 б) $\sqrt{7,5} \cdot \sqrt{0,3} = \sqrt{2,25} = 1,5$;
 в) $\frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}} = \sqrt{25} = 5$;
 г) $\sqrt{5^4 \cdot 2^6} = 5^2 \cdot 2^3 = 200$.
2. а) $2\sqrt{128} - \sqrt{78} = 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$;
 б) $(3\sqrt{2} + \sqrt{50})\sqrt{2} = 6 + 10 = 16$;
 в) $(6 - \sqrt{3})^2 = 36 - 12\sqrt{3} + 3 = 39 - 12\sqrt{3}$.
3. а) $12\sqrt{3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}$;
 б) $-8\sqrt{5} = -\sqrt{64 \cdot 5} = -\sqrt{320}$.
4. $\sqrt{a^2 - 12a + 36} = \sqrt{(a - 6)^2} = |a - 6| = |5,9 - 6| = 0,1$ при $a = 5,9$.
5. а) $\frac{\sqrt{10} - 5}{\sqrt{10} - 2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{2(\sqrt{5} - \sqrt{2})} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$;
 б) $\frac{25 - b}{\sqrt{b} + 5} = \frac{(5 - \sqrt{b})(5 + \sqrt{b})}{\sqrt{b} + 5} = 5 - \sqrt{b}$.
6. $\frac{4}{3 + \sqrt{15}} + \frac{4}{3 - \sqrt{15}} = \frac{4(3 - \sqrt{15}) + 4(3 + \sqrt{15})}{(3 + \sqrt{15})(3 - \sqrt{15})} = \frac{24}{9 - 15} = -4$.

К - 5**Вариант 1**

1. а) $2x^2 + 7x - 9 = 0$, $x = \frac{-7 \pm 11}{4}$, $x = 1$ и $x = -\frac{9}{2}$;
 б) $3x^2 = 18x$, $x(3x - 18) = 0$, $x = 0$ и $x = 6$;
 в) $100x^2 - 16 = 0$, $x^2 = \frac{16}{100}$, $x = \pm \frac{4}{10}$; и $x^2 - 16x + 63 = 0$, $x = 7$ и $x = 9$.
2. Пусть a и b - стороны, тогда
- $$\begin{cases} ab = 24 \\ 2(a + b) = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 - b \\ (10 - b)b = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 - b \\ (10 - b)b = 24 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \text{ или } b = 6 \\ a = 6 \text{ или } a = 4 \end{cases}$$
- Ответ: 4 см и 6 см.
3. $x^2 + px - 18 = 0$, $x_1 = 9$, тогда $x^2 = -\frac{18}{x_1} = -\frac{18}{9} = -2$ и $p = -(x_1 + x_2) = -7$.

Вариант 2

1. а) $3x^2 + 13x - 10 = 0$, $x = \frac{-13 \pm 17}{6}$, $x = \frac{2}{3}$ и $x = -5$;

б) $2x^2 - 3x = 0$, $x(2x - 3) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$;

в) $16x^2 = 49$, $x^2 = \frac{49}{16}$, $x = \pm \frac{7}{4}$;

г) $x^2 - 2x - 35 = 0$, $x = +7$ и $x = -5$.

2. Пусть a и b — стороны, тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 30 \\ ab = 56 \end{cases} \begin{cases} a = 15 - b \\ b(15 - b) = 56 \end{cases} \begin{cases} a = 10 - b \\ b^2 - 15b + 56 = 0 \end{cases} \begin{cases} b = 7 \text{ или } b = 8 \\ a = 8 \text{ или } a = 7 \end{cases}$$

Ответ: 7 см и 8 см.

3. $x^2 + 11x + q = 0$, $x_1 = -7$, тогда

$x^2 = -11 - x_1 = -4$, и $q = -(x_1 + x_2) = 28$.

Вариант 3

1. а) $7x^2 - 9x + 2 = 0$, $x = \frac{9 \pm 5}{14}$, $x = 1$ и $x = \frac{2}{7}$;

б) $5x^2 = 12x$, $x(5x - 12) = 0$, $x = 0$ и $2,4$;

в) $7x^2 - 28 = 0$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$; г) $x^2 + 20x + 91 = 0$, $x = -7$ и $x = -13$.

2. Пусть a и b — стороны,

$$\begin{cases} 2(a+b) = 26 \\ ab = 36 \end{cases} \begin{cases} a = 13 - b \\ b(13 - b) = 36 \end{cases} \begin{cases} a = 13 - b \\ b^2 - 13b + 36 = 0 \end{cases} \begin{cases} b = 4 \text{ или } b = 9 \\ a = 9 \text{ или } a = 4 \end{cases}$$

Ответ: 4 см и 9 см.

3. $x^2 + px + 56 = 0$, $x_1 = -4$, тогда $x_2 = \frac{56}{x_1} = -14$ и $p = -(x_1 + x_2) = 18$.

Вариант 4

1. а) $9x^2 - 7x - 2 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{18}$, $x = 1$ и $x = -\frac{2}{9}$;

б) $4x^2 - x = 0$, $x(4x - 1) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{4}$;

в) $5x^2 = 45$, $x^2 = \pm 3$; г) $x^2 + 18x - 63 = 0$, $x = -21$ и $x = 3$.

2. Пусть a и b — стороны,

$$\begin{cases} 2(a+b) = 22 \\ ab = 24 \end{cases} \begin{cases} a = 11 - b \\ b(11 - b) = 24 \end{cases} \begin{cases} a = 11 - b \\ b^2 - 11b + 24 = 0 \end{cases} \begin{cases} b = 3 \text{ или } b = 8 \\ a = 8 \text{ или } a = 3 \end{cases}$$

Ответ: 3 см и 8 см.

3. $x^2 - 7x + q = 0$, $x_1 = 13$, $x_2 = 7 - x_1 = -6$, $q = x_1 x_2 = -78$.

К – 5А**Вариант 1**

1. а) $14x^2 - 9x = 0$, $x(14x - 9) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{9}{14}$;

б) $16x^2 = 49$, $x^2 = \frac{49}{16}$, $x = \pm \frac{7}{4}$;

в) $2x^2 - 11x + 12 = 0$, $x = \frac{11 \pm 5}{4}$, $x = 4$ и $x = \frac{3}{2}$;

г) $x^2 - 36x + 324 = 0$, $(x - 18)^2 = 0$, $x = 18$;

д) $2x^2 + x + 16 = 0$, $D < 0$ – решений нет;

е) $\frac{x^2 - 7x}{8} - 1 = 0$, $x^2 - 7x - 8 = 0$, $x = 8$ и $x = -1$.

2. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$, $x^2 = t$, $t^2 - 13t + 36 = 0$, $t = 4$ и $t = 9$, $x^2 = 4$ и $x^2 = 9$, $x = \pm 2$ и $x = \pm 3$.

3. $\frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(2x - 1)(3x + 1)}{(3x - 1)(3x + 1)} = \frac{2x - 1}{3x - 1}$.

4. $x^2 + kx + 45 = 0$, $x_1 = 5$, тогда $x_2 = \frac{45}{x_1} = 9$ и $k = -(x_1 + x_2) = -14$.

Вариант 2

1. а) $6x - 5x^2 = 0$, $x(6 - 5x) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{6}{5}$;

б) $25x^2 = 1$, $x^2 = \frac{1}{25}$, $x = \pm \frac{1}{5}$;

в) $4x^2 - 7x - 2 = 0$, $x = \frac{7 \pm 9}{8}$, $x = 2$ и $x = -\frac{1}{4}$;

г) $4x^2 + 20x + 25 = 0$, $(2x + 5)^2 = 0$, $x = -\frac{5}{2}$;

д) $3x^2 + 2x + 1 = 0$, $D < 0$ – решений нет;

е) $\frac{x^2 - 5x}{2} - 3 = 0$, $x^2 - 5x - 6 = 0$, $x = 6$ и $x = -1$.

2. $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$, $x^2 = t$, $t^2 - 29t + 100 = 0$, $t = 4$ и $t = 25$, $x^2 = 4$ и $x^2 = 25$, $x = \pm 2$ и $x = \pm 5$.

3. $\frac{3x^2 + 7x - 6}{4 - 9x^2} = \frac{(3x - 2)(x + 3)}{(2 - 3x)(2 + 3x)} = -\frac{x + 3}{3x + 2}$.

4. $x^2 - 26x + q = 0$, $x_1 = 12$, $x_2 = 26 - x_1 = 14$ и $q = x_1x_2 = 168$.

Вариант 3

1. а) $21x - x^2 = 0$, $x(21 - x) = 0$, $x = 0$ и $x = 21$;

б) $18x^2 = 162$, $x^2 = 9$, $x = \pm 3$;

в) $3x^2 + 8x - 3 = 0$, $x = \frac{-8 \pm 10}{6}$, $x = -3$ и $x = \frac{1}{3}$;

г) $x^2 - 22x + 121 = 0$, $(x - 11)^2 = 0$, $x = 11$;

д) $4x^2 + 2x + 1 = 0$, $D < 0$ – решений нет;

е) $x^2 - \frac{11x + 2}{6} = 0$, $6x^2 - 11x - 2 = 0$, $x = \frac{11 \pm 13}{12}$, $x = 2$ и $x = -\frac{1}{6}$.

2. $x^4 - 35x^2 - 36 = 0$, $x^2 = t$, $t^2 - 35t - 36 = 0$, $t = -1$ и $t = 36$, $x^2 = -1$ и $x^2 = 36$, $x = \pm 6$.

3. $\frac{5x^2 + 3x - 2}{25x^2 - 4} = \frac{(x + 1)(5x - 2)}{(5x - 2)(5x + 2)} = \frac{x + 1}{5x + 2}$.

4. $x^2 + px + 72 = 0$, $x_1 = -9$, $x_2 = \frac{72}{x_1} = -8$ и $p = -(x_1 + x_2) = 17$.

Вариант 4

1. а) $6x^2 - 3x = 0$, $3x(2x - 1) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{2}$;

б) $25x^2 = 81$, $x^2 = \frac{81}{25}$, $x = \pm \frac{9}{5}$;

в) $3x^2 - 7x - 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{6}$, $x = 3$ и $x = -\frac{2}{3}$;

г) $9x^2 + 24x + 16 = 0$, $(3x + 4)^2 = 0$, $x = -\frac{4}{3}$;

д) $2x^2 + 6x + 7 = 0$, $D < 0$ – решений нет;

е) $x^2 - \frac{9x + 2}{5} = 0$, $5x^2 - 9x - 2 = 0$, $x = \frac{9 \pm 11}{10}$, $x = 2$ и $x = -\frac{1}{5}$.

2. $x^4 + x^2 - 2 = 0$, $x^2 = t$, $t^2 + t - 2 = 0$, $t = -2$ и $t = 1$, $x^2 = -2$ и $x^2 = 1$, $x = \pm 1$.

3. $\frac{2x^2 + 11x - 21}{4x^2 - 9} = \frac{(x + 7)(2x - 3)}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{x + 7}{2x + 3}$.

4. $x^2 + 11x + c = 0$, $x_1 = -3$, $x_2 = -11 - x_1 = -8$ и $c = -(x_1 + x_2) = 24$.

Вариант 1

$$1. \text{ а) } \frac{x^2}{x^2-9} = \frac{12-x}{x^2-9}, \begin{cases} x^2 = 12-x \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+x-12=0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, \begin{cases} x=3 \text{ и } x=-4 \\ x \neq \pm 3 \end{cases},$$

$$x = -4;$$

$$\text{б) } \frac{6}{x-2} + \frac{5}{x} = 3, \begin{cases} 6x+5(x-2)=3x(x-2) \\ x(x-2) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2-17x+10=0 \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{17 \pm 13}{6}, & x=5 \text{ и } x=\frac{2}{3}. \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 2 \end{cases}$$

2. Пусть V – скорость велосипедиста из А в В, тогда:

$$\frac{27}{V} = \frac{20}{V-3} + \frac{1}{6}, \begin{cases} 27 \cdot 6 \cdot (V-3) = 20 \cdot 6 \cdot V + V(V-3) \\ 6V(V-3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2 - 45V + 486 = 0, & V=18 \text{ и } V=27. \\ V \neq 0, V \neq 3 \end{cases}$$

Ответ: 18 км/ч. или 27 км/ч.

Вариант 2

$$1. \text{ а) } \frac{3x+4}{x^2-16} = \frac{x^2}{x^2-16}, \begin{cases} 3x+4=x^2 \\ x^2-16 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2-3x-4=0 \\ x \neq \pm 4 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \text{ и } x=-1 \\ x \neq \pm 4 \end{cases},$$

$$x = -1;$$

$$\text{б) } \frac{3}{x-5} + \frac{8}{x} = 2, \begin{cases} 3x+8(x-5)=2x(x-5) \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2-21x+40=0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{21 \pm 11}{4}, & x=8 \text{ и } x=\frac{5}{2}. \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 5 \end{cases}$$

2. Пусть V – скорость катера, тогда:

$$\frac{12}{V-3} + \frac{5}{V+3} = \frac{18}{V}, \begin{cases} 12V(V+3)+5V(V-3)=18(V^2-9) \\ V(V^2-9) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2 - 21V - 162 = 0, & V=27 \text{ т.к. } V > 0. \\ V \neq 0, V \neq \pm 3 \end{cases}$$

Ответ: 27 км/ч.

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{4x+5}{x^2-1}, \begin{cases} x^2 = 4x+5 \\ x^2 \neq 1 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}, \begin{cases} x = 5 \text{ и } x = -1 \\ x \neq \pm 1 \end{cases},$$

$$x = 5;$$

$$\text{б) } \frac{5}{x-3} - \frac{8}{x} = 3, \begin{cases} 5x - 8(x-3) = 3(x-3)x \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2 - 6x - 24 = 0 \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x = 4 \text{ и } x = -2.$$

2. Пусть V – скорость велосипедиста из А в В, тогда:

$$\frac{48}{V} = \frac{40}{V+4} + 1, \begin{cases} 48(V+4) = 40V + V(V+4) \\ V(V+4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} V^2 - 4V - 192 = 0 \\ V \neq 0, V+4 \neq 0 \end{cases},$$

$$V=16, \text{ т.к. } V > 0$$

Ответ: $V=16$ км/ч.

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{5x+14}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}, \begin{cases} 5x+14 = x^2 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 5x - 14 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, \begin{cases} x = 7 \text{ и } x = -2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases},$$

$$x = 7;$$

$$\text{б) } \frac{8}{x-3} - \frac{10}{x} = 2, \begin{cases} 8x - 10(x-3) = 2x(x-3) \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 4x - 30 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x = -3 \text{ и } x = 5.$$

2. Пусть V – скорость катера, тогда:

$$\frac{15}{V-2} + \frac{6}{V+2} = \frac{22}{V}, \begin{cases} 15V(V+2) + 6V(V-2) = 22(V^2-4) \\ V(V^2-4) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2 - 18V + 88 = 0, \\ V \neq 0, V \neq \pm 2 \end{cases}, V=22, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 22 км/ч.

К – 6А**Вариант 1**

$$1. \frac{9}{x-2} - \frac{5}{x} = 2, \begin{cases} 9x - 5(x-2) = 2x(x-2) \\ x(x-2) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 8x - 10 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 2 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 2 \end{cases}, x = 5 \text{ и } x = -1.$$

$$2. \begin{cases} x-2y=4 \\ xy=6 \end{cases}, \begin{cases} x=4+2y \\ y(4+2y)=6 \end{cases}, \begin{cases} x=4+2y \\ y^2+2y-3=0 \end{cases}, y=-3 \text{ или } y=1, \\ x=-2 \text{ или } x=6. \text{ Ответ: } (-2; -3) \text{ или } (6; 1).$$

3. Пусть V – скорость мотоциклиста из А в В, тогда:

$$\frac{60}{V} + \frac{1}{10} = \frac{55}{V-10}, \begin{cases} 600(V-10) + V(V-10) = 550V \\ 10V(V-10) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2 + 40V - 6000 = 0, \\ V \neq 0, V \neq 10 \end{cases}, V=60, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 60 км/ч.

Вариант 2

$$1. \frac{3}{x} - \frac{12}{x-3} = 1, \begin{cases} 3(x-3) - 12x = x(x-3) \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x = -3.$$

$$2. \begin{cases} 3x - y = 1 \\ xy = 10 \end{cases}, \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x(3x - 1) = 10 \end{cases}, \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3x^2 - x - 10 = 0 \end{cases}, \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x = \frac{1 \pm 11}{6} \end{cases},$$

$$x = 2 \text{ или } x = -\frac{5}{3}, y = 5 \text{ или } y = -6. \text{ Ответ: } (2; 5) \text{ или } \left(\frac{5}{3}; -6\right).$$

3. Пусть V – скорость лодки, тогда:

$$\frac{28}{V-1} + \frac{16}{V+1} = 3, \begin{cases} 28(V+1) + 16(V-1) = 3(V^2 - 1) \\ V^2 - 1 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3V^2 - 44V - 15 = 0 \\ V \neq \pm 1 \end{cases}, V = 15, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 15 км/ч.

Вариант 3

$$1. \frac{14}{x-4} - \frac{4}{x} = 3, \begin{cases} 14x - 4(x-4) = 3x(x-4) \\ x(x-4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2 - 22x - 16 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 4 \end{cases}, \\ x = 8 \text{ и } x = -\frac{2}{3}.$$

$$2. \begin{cases} x-5y=4 \\ xy=8 \end{cases}, \begin{cases} x=3+5y \\ y(3+5y)=8 \end{cases}, \begin{cases} x=3+5y \\ 5y^2+3y-8=0 \end{cases}, \begin{cases} x=3+5y \\ y=\frac{-3 \pm 13}{10} \end{cases},$$

$$y = 1 \text{ или } y = -\frac{8}{5}, x = 8 \text{ или } x = -5.$$

$$\text{Ответ: } (8; 1) \text{ или } \left(-5; -\frac{8}{5}\right).$$

3. Пусть V – скорость первого автомобиля, тогда:

$$\frac{420}{V} + \frac{12}{5} = \frac{420}{V-20}, \begin{cases} 5 \cdot 420 \cdot (V-20) + 12(V-20)V = 5 \cdot 420 \cdot V \\ 5V(V-20) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 12V^2 - 240V - 42000 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 20 \end{cases}, \begin{cases} V^2 - 20V - 3500 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 20 \end{cases}, V=70, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 70 км/ч.

Вариант 4

$$1. \frac{18}{x} - \frac{46}{x-5} = 1, \begin{cases} 18(x-5) - 46x = x(x-5) \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 23x + 90 = 0 \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 5 \end{cases},$$

$$x = -5 \text{ и } x = -\frac{2}{3}.$$

$$2. \begin{cases} 7x - y = 5 \\ xy = 18 \end{cases}, \begin{cases} y = 7x - 5 \\ x(7x - 5) = 18 \end{cases}, \begin{cases} y = 7x - 5 \\ 7x^2 - 5x - 18 = 0 \end{cases}, \begin{cases} y = 7x - 5 \\ x = \frac{5 \pm 23}{14} \end{cases},$$

$$x = 2 \text{ или } x = -\frac{9}{7}, \quad y = 9 \text{ или } y = -14.$$

Ответ: (2; 9) или $(-\frac{9}{7}; -14)$.

3. Пусть V – скорость теплохода, тогда:

$$\frac{54}{V+3} + \frac{42}{V-3} = 4, \begin{cases} 54(V-3) + 42(V+3) = 4(V^2-9) \\ V^2-9 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 4V^2 - 96V = 0 \\ V \neq \pm 3 \end{cases},$$

$V=24$, т.к. $V > 0$.

Ответ: 24 км/ч.

К – 7

Вариант 1

1. а) $(x-2)^2 - x(x-4) = 4 > 0$, так что $(x-2)^2 > x(x-4)$, ч.т.д.;

б) $a^2 + 1 - 2(3a-4) = (a-3)^2 \geq 0$, так что $a^2 + 1 \geq 2(3a-4)$, ч.т.д.

2. $a < b$, тогда:

а) $21a < 21b$; б) $-3,2 > -3,2b$; в) $1,5b > 1,5a$.

3. $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда:

а) $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$; б) $-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$.

4. $2,6 < a < 2,7$ и $1,2 < b < 1,3$, тогда $7,6 < P = 2(a+b) < 8$ и

$3,12 < S = ab < 3,51$.

5. $(2+a)(5+a) - (3+a)(4+a) = -2 < 0$, так что

$(2+a)(5+a) < (3+a)(4+a)$.

Вариант 2

1. а) $(x+7)^2 - x(x+14) = 49 > 0$, так что $(x+7)^2 > x(x+14)$;

б) $b^2 + 5 - 10(b-2) = (b-5)^2 \geq 0$, так что $b^2 + 5 \geq 10(b-2)$.

2. $a > b$, тогда:

а) $18a > 18b$; б) $-6,7 < -6,7b$; в) $-3,7b > -3,7a$.

3. $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$, тогда:

а) $9,3 < 3\sqrt{10} < 9,6$; б) $-3,2 < -\sqrt{10} < -3,1$.

4. $1,5 < a < 1,6$ и $3,2 < b < 3,3$, тогда

$9,4 < P = 2(a+b) < 9,8$ и $4,8 < S = ab < 5,28$.

5. $n(n+3) - (n+1)(n+2) = -2 < 0$, так что $n(n+3) < (n+1)(n+2)$.

Вариант 3

1. а) $(x-3)^2 - x(x-6) = 9 > 0$, так что $(x-3)^2 > x(x-6)$;

б) $y^2 + 1 - 2(5y-12) = (y-5)^2 \geq 0$, так что $y^2 + 1 \geq 2(5y-12)$, ч.т.д.

2. $x < y$, тогда:

а) $8x < 8y$; б) $-1,4 > -1,4y$; в) $-5,6y > -5,6x$.

3. $3,6 < \sqrt{13} < 3,7$, тогда:

а) $10,8 < 3\sqrt{13} < 11,1$; б) $-7,4 < -2\sqrt{13} < -7,2$.

4. $1,1 < x < 1,2$ и $1,5 < y < 1,6$, тогда $5,2 < P = 2(x+y) < 5,6$ и

$1,65 < S = ab < 1,92$.

5. $n(n+2) - (n+1)^2 = -1 < 0$, так что $n(n+2) - (n+1)^2 = -1 < 0$.

Вариант 4

1. а) $(x+1)^2 - x(x+2) = 1 > 0$, так что $(x+1)^2 > x(x+2)$;

б) $a^2 + 1 - 2(3a-4) = (a-3)^2 \geq 0$, так что $a^2 + 1 \geq 2(3a-4)$.

2. $x > y$, тогда:

а) $21a < 21b$; б) $-5,1 < -5,1b$; в) $2,6y < 2,6x$.

3. $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, тогда:

а) $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$; б) $-6,8 < -2\sqrt{11} < -6,6$.

4. $2,6 < a < 2,7$ и $6,1 < b < 6,2$,

тогда $21,4 < P = 2(b+c) < 21,8$ и $28,06 < S = ab < 29,14$.

5. $(5+m)(4+m) - (6+m)(3+m) = 2 > 0$, так что $(5+m)(4+m) > (6+m)(3+m)$.

К – 7А**Вариант 1**

1. при $-2x^2 + 5x + 3 = -4$, $2x^2 - 5x - 7 = 0$, $x = \frac{5 \pm 9}{4}$, $x = \frac{7}{2}$ и $x = -1$.

2. см. рис. 63

а) $y(-1,5) = -2,75$;

б) $y = 3$ при $x \approx 4,5$ и при $x \approx -2,5$;

в) $y > 0$ при $x < -2$ и при $x > 4$; г) y – убывает при $x < 1$.

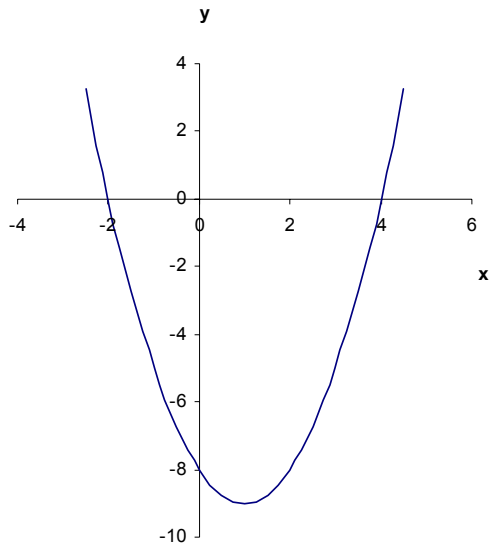


Рис. 63

3. $y = -5x^2 + 6x$, $y = -5\left(x - \frac{3}{5}\right)^2$, так что $y_{\text{наиб.}} = y\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5}$.

Вариант 2

1. при $-3x^2 + 7x + 1 = -5$, $3x^2 - 7x - 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{6}$, $x = 3$ и

$x = -\frac{2}{3}$.

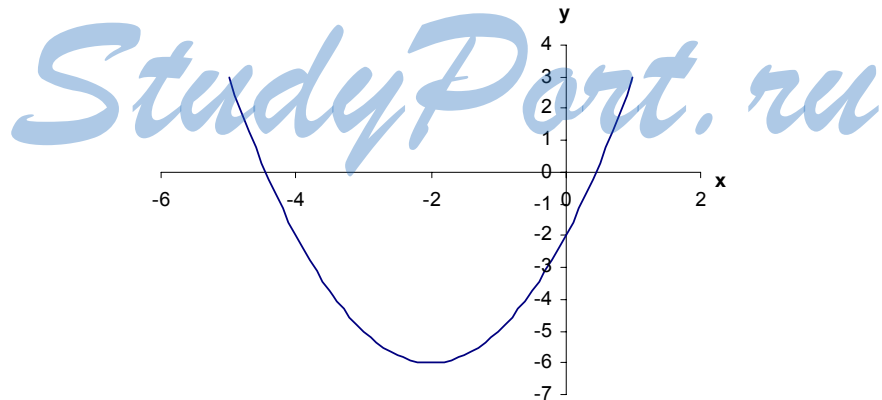


Рис. 64

2. см. рис. 64

а) $y(-1,5) = 6,25$;

б) $y = 4$ при $x \approx 1,2$ и при $x \approx -5,2$;

в) $y < 0$ при $-4,4 < x < 0,4$ приблизительно;

г) y – возрастает при $x > -2$.

3. $y = 75x^2 - 4x$, $y = 7\left(x - \frac{2}{7}\right)^2 - \frac{4}{7}$, так что $y_{\text{наим.}} = y\left(\frac{2}{7}\right) = -\frac{4}{7}$.

Вариант 3

1. при $-2x^2 - 11x + 5 = -7$, $2x^2 - 11x + 12 = 0$, $x = \frac{11 \pm 5}{4}$, $x = 4$ и

$x = \frac{3}{2}$.

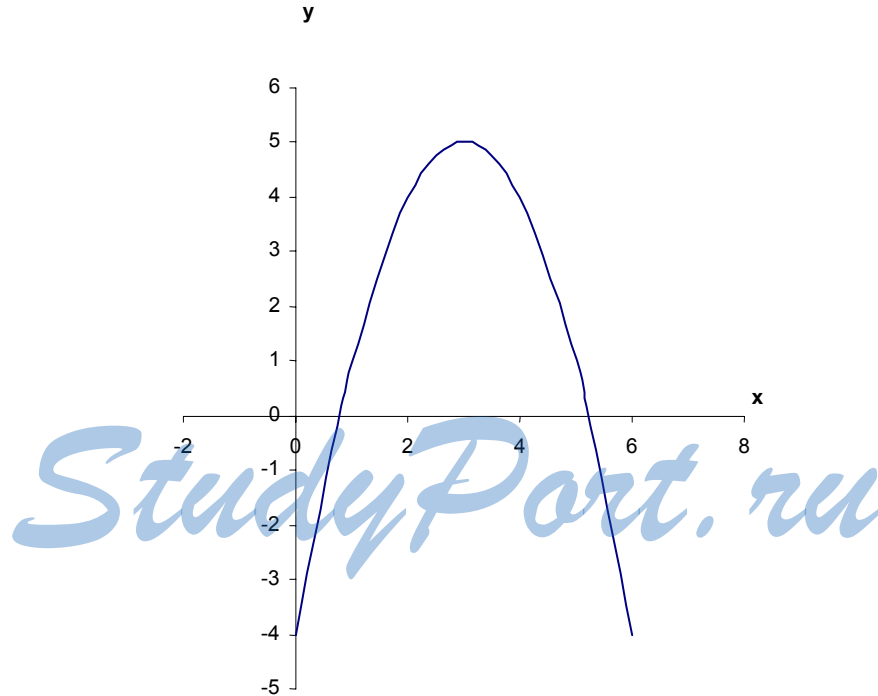


Рис. 65

2. см. рис. 65

а) $y(4,5) = 2,75$;

б) $y = 3$ при $x \approx 1,6$ и при $x \approx 4,4$;

в) $y > 0$ при $0,8 < x < 5,2$ приблизительно;

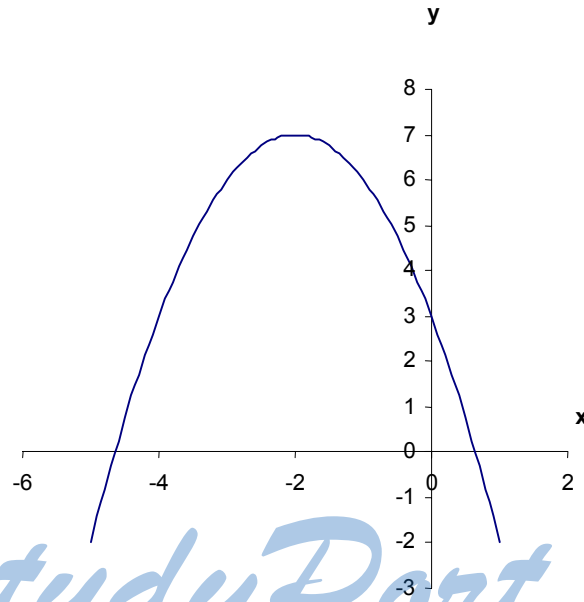
г) y – убывает при $x > 3$.

$$3. y = 3x^2 - 4x, \quad y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}, \text{ так что } y_{\text{наим.}} = y\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}.$$

Вариант 4

1. при $-3x^2 - 7x - 8 = -2$, $3x^2 - 7x - 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{6}$, $x = 3$ и

$$x = -\frac{2}{3}.$$



2. см. рис. 66

а) $y(-1,5) = -5,24$;

б) $y = -2$ при $x = -5$ и $x = 1$;

в) $y < 0$ при $x < -4,6$ и $x > 0,6$ приблизительно;

г) y – возрастает при $x < -2$.

$$3. y = -4x^2 + 5x, \quad y = -4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{25}{16}, \text{ так что } y_{\text{наиб.}} = y\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{25}{16}.$$

Вариант 1

1. а) $\frac{1}{6}x < 5, x < 30;$

б) $1 - 3x \leq 0, 3x \geq 1, x \geq \frac{1}{3};$

в) $5(y - 1,2) - 4,6 > 3y + 1, 2y > 11,6, y > 5,8.$

2. $\frac{7+a}{3} < \frac{12-a}{2}$, при $2(7+a) < 3(12-a), 5a < 22, a < 4,4.$

3. а) $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 7x + 4 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -\frac{4}{7} \end{cases}, x > \frac{3}{2};$

б) $\begin{cases} 3 - 2x < 1 \\ 1,6 + x < 2,9 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 1,3 \end{cases}, 1 < x < 1,3.$

4. $\begin{cases} 6 - 2x < 3(x - 1) \\ 6 - \frac{x}{2} \geq x \end{cases}, \begin{cases} 5x > 9 \\ \frac{3x}{2} \leq 6 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{5}{9} \\ x \leq 4 \end{cases}, \frac{9}{5} < x \leq 4, x = 2; x = 3; x = 4.$

5. при $\begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x \leq 6 \end{cases}, \frac{2}{3} \leq x \leq 6.$

Вариант 2

1. а) $\frac{1}{3}x \geq 2, x \geq 6;$

б) $2 - 7x > 0, 7x < 2, x < \frac{2}{7};$

в) $6(y - 1,5) - 3,4 > 4y - 2,4, 2y > 10, y > 5.$

2. $\frac{b+4}{2} > \frac{5-2b}{3}$, при $3(b+4) > 2(5-2b), 7b > -2, b > -\frac{2}{7}.$

3. а) $\begin{cases} 4x - 10 > 10 \\ 3x - 5 > 1 \end{cases}, \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}, x > 5;$

б) $\begin{cases} 1,4 + x > 1,5 \\ 5 - 2x > 2 \end{cases}, \begin{cases} x > 0,1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, 0,1 < x < \frac{3}{2}.$

$$4. \begin{cases} 10 - 4x \geq 3(1 - x) \\ 3,5 + \frac{x}{4} < 2x \end{cases}, \begin{cases} x \leq 7 \\ \frac{7x}{4} > 3,5 \end{cases}, \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 2 \end{cases}, 2 < x \leq 7,$$

$$x = 5; x = 6; x = 7; x = 3; x = 4.$$

$$5. \text{ при } \begin{cases} 5a - 1 \geq 0 \\ a + 8 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 5a \geq 1 \\ a \geq -8 \end{cases}, \begin{cases} a \geq \frac{1}{5} \\ a \geq -8 \end{cases}, a \geq \frac{1}{5}.$$

Вариант 3

$$1. \text{ а) } \frac{1}{4}x > 1, x > 4;$$

$$\text{б) } 1 - 6x \geq 0, 6x \leq 1, x \leq \frac{1}{6};$$

$$\text{в) } 5(y - 1,4) - 6 < 4y - 1,5, y < 11,5.$$

$$2. \frac{m+1}{3} < m - 6 \text{ при } m + 1 < 3m - 18, 2m > 19, m > \frac{19}{2}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 3x - 9 < 0 \\ 5x + 2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{2}{5} \end{cases}, -\frac{2}{5} < x < 3;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 15 - x < 14 \\ 4 - 2x < 5 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}, x > 1.$$

$$4. \begin{cases} 5(1 - 2x) < 2x - 4 \\ 2,5 + \frac{x}{2} \geq x \end{cases}, \begin{cases} 12x > 9 \\ \frac{x}{2} \leq 2,5 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{3}{4} \\ x \leq 5 \end{cases}, \frac{3}{4} < x \leq 5,$$

$$x = 1; x = 2; x = 3; x = 4; x = 5.$$

$$5. \text{ при } \begin{cases} 12 - 3a \geq 0 \\ a + 2 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3a \leq 12 \\ a \geq -2 \end{cases}, \begin{cases} a \leq 4 \\ a \geq -2 \end{cases}, -2 \leq a \leq 4.$$

Вариант 4

$$1. \text{ а) } \frac{1}{8}x \leq 2, x \leq 16;$$

$$\text{б) } 2 - 5x < 0, x > \frac{2}{5};$$

$$\text{в) } 3(x - 1,5) - 4 < 4x + 1,5, x > -10.$$

$$2. a + 6 < \frac{a+2}{4} \text{ при } 4a + 24 < a + 2, 3a < -22, a < -\frac{2}{3}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 6x-12 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}, x > 2;$$

$$\text{ б) } \begin{cases} 26-x < 25 \\ 2x+7 < 13 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}, 1 < x < 3.$$

$$4. \begin{cases} 1-5x < 4(1-x) \\ 3,5 + \frac{x}{4} \geq 2x \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ \frac{7x}{4} \leq 3,5 \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 2 \end{cases}, -3 < x \leq 2,$$

$$x = -2; x = -1; x = 0; x = 1; x = 2.$$

$$5. \text{ при } \begin{cases} 15-5m \geq 0 \\ 4+m \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 5m \leq 15 \\ m \geq -4 \end{cases}, \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq -4 \end{cases}, -4 \leq m \leq 3.$$

К - 8А

Вариант 1

$$1. \text{ а) } 4x^2 - 4x - 15 < 0, (2x-5)(2x+3) < 0,$$

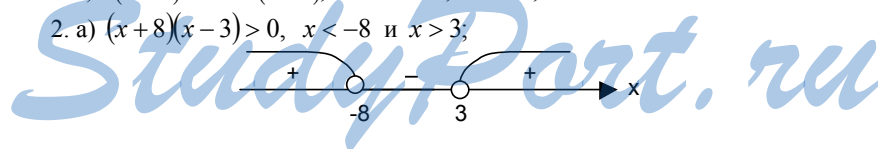
$$\begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}, -\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2};$$

$$\text{ б) } x^2 - 81 > 0, x^2 > 81, x < -9 \text{ и } x > 9;$$

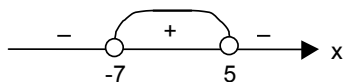
$$\text{ в) } x^2 < 1,7x, x(x-1,7) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-1,7 < 0 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x-1,7 > 0 \end{cases}, 0 < x < 1,7;$$

$$\text{ г) } x(x+3) - 6 < 3(x+1), x^2 - 9 < 0, x^2 < 9, -3 < x < 3.$$

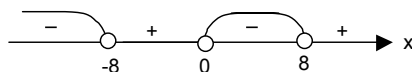
$$2. \text{ а) } (x+8)(x-3) > 0, x < -8 \text{ и } x > 3;$$



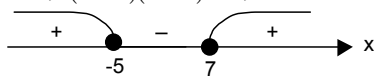
$$\text{ б) } \frac{5-x}{x+7} > 0, -7 < x < 5;$$



$$\text{ в) } x^3 - 64x < 0, x(x-8)(x+8) < 0, x < -8 \text{ и } 0 < x < 8.$$



3. при $x^2 - 2x - 35 \geq 0$, $(x-7)(x+5) \geq 0$, $x \leq -5$ и $x \geq 7$.



Вариант 2

1. а) $2x^2 + 5x - 12 > 0$, $(x+4)(2x-3) > 0$,

$$\begin{cases} x+4 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+4 < 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -4 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < -4 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, x > \frac{3}{2} \text{ и } x < -4;$$

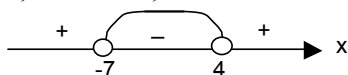
б) $x^2 - 64 < 0$, $x^2 < 64$, $-8 < x < 8$;

в) $x^2 > 2,3x$, $x(x-2,3) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x-2,3 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x-2,3 < 0 \end{cases}$, $x > 2,3$ и

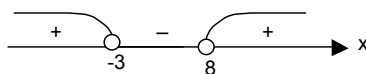
$x < 0$;

г) $x(x-5) - 29 > 5(4-x)$, $x^2 - 49 > 0$, $x^2 > 49$, $x < -7$ и $x > 7$.

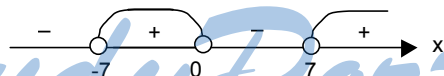
2. а) $(x-4)(x+7) < 0$, $-8 < x < 4$;



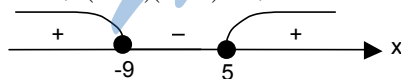
б) $\frac{x-8}{x+3} > 0$, $x < -3$ и $x > 8$;



в) $x^3 - 49x > 0$, $x(x-7)(x+7) > 0$, $-7 < x < 0$ и $x > 7$.



3. при $x^2 + 4x - 45 \geq 0$, $(x-5)(x+9) \geq 0$, $x \leq -9$ и $x \geq 5$.



Вариант 3

1. а) $3x^2 + 7x - 6 < 0$, $(x+3)(3x-2) < 0$,

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ 3x-2 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+3 < 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ x < \frac{2}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}, -3 < x < \frac{2}{3};$$

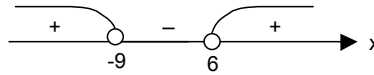
б) $x^2 - 49 > 0$, $x^2 > 49$, $x < -7$ и $x > 7$;

в) $x^2 < 3,4x$, $x(x - 3,4) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x - 3,4 < 0 \end{cases}$ или

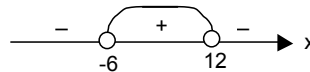
$\begin{cases} x < 0 \\ x - 3,4 > 0 \end{cases}$, $0 < x < 3,4$;

г) $x(x + 5) - 76 > 5(x - 8)$, $x^2 - 36 > 0$, $x^2 > 36$, $x < -6$ и $x > 6$.

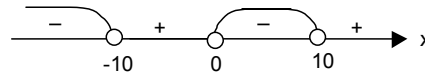
2. а) $(x - 6)(x + 9) > 0$, $x < -9$ и $x > 6$;



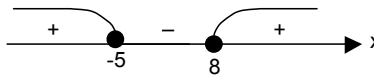
б) $\frac{12-x}{x+6} > 0$, $-6 < x < 12$;



в) $x^3 - 100x < 0$, $x(x - 10)(x + 10) < 0$, $x < -10$ и $0 < x < 10$.



3. при $x^2 - 3x - 40 \geq 0$, $(x - 8)(x + 5) \geq 0$, $x \leq -5$ и $x \geq 8$.



Вариант 4

1. а) $5x^2 - 17x - 12 > 0$, $(x - 4)(5x + 3) > 0$,

$\begin{cases} x - 4 > 0 \\ 5x + 3 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x - 4 < 0 \\ 5x + 3 < 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 4 \\ x > -\frac{3}{5} \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 4 \\ x < -\frac{3}{5} \end{cases}$, $x > 4$ и $x < -\frac{3}{5}$;

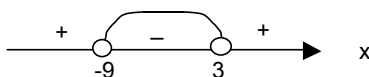
б) $x^2 - 121 < 0$, $x^2 < 121$, $-11 < x < 11$;

в) $x^2 > 4,7x$, $x(x - 4,7) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x - 4,7 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x - 4,7 < 0 \end{cases}$, $x > 4,7$ и

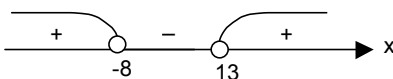
$x < 0$;

г) $x(x - 7) - 18 > 7(9 - x)$, $x^2 > 81$, $x < -9$, и $x > 9$.

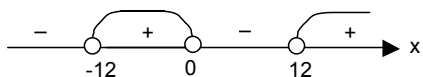
2. а) $(x+9)(x-3) < 0$, $-9 < x < 3$;



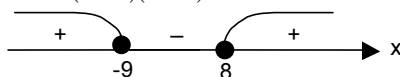
б) $\frac{x-13}{x+8} > 0$, $x < -8$ и $x > 13$;



в) $x^3 - 144x > 0$, $x(x-12)(x+12) > 0$, $-12 < x < 0$ и $x > 12$.



3. при $x^2 + x - 72 \geq 0$, $(x-8)(x+9) \geq 0$, $x \leq -9$ и $x \geq 8$.



К-9

Вариант 1

1. а) $4^{11} \cdot 4^{-9} = 4^2 = 16$; б) $6^{-5} : 6^{-3} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$; в) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}$.

2. а) $(x^{-3})^4 \cdot x^{14} = x^{-12} \cdot x^{14} = x^2$; б) $1,5a^2b^{-3} \cdot 4a^{-3}b^4 = 6a^{-1}b$.

3. а) $\left(\frac{1}{3}x^{-1}y^2\right)^{-2} = 9x^2y^{-4}$; б) $\left(\frac{3x^{-1}}{4y^{-1}}\right)^{-1} 6xy^2 = 8x^2y$.

4. а) $\frac{3^{-9} \cdot 9^{-4}}{27^{-6}} = \frac{3^{-9} \cdot 3^{-8}}{3^{-18}} = 3$.

5. $x \approx 5,8608$ и $y \approx 1,12$, тогда $(x+y) \approx 6,9808$ и $(x-y) \approx 4,7408$.

6. $a \approx 6,124 \cdot 10^6$, $b \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$, тогда

$ab \approx 15,31 \cdot 10^3$ и $\frac{a}{b} \approx 2,4496 \cdot 10^9$.

Вариант 2

1. а) $5^{-4} \cdot 5^2 = 5^{-2} = \frac{1}{25}$; б) $12^{-3} : 12^{-4} = 12$; в) $(3^{-1})^{-3} = 3^3 = 27$.

$$2. \text{ a) } (a^{-5})^4 \cdot a^{22} = a^{-20} \cdot a^{22} = a^2;$$

$$\text{б) } 10,4x^6y^{-8} \cdot 50x^6y^9 = 20xy.$$

$$3. \text{ a) } \left(\frac{1}{6}x^{-4}y^3\right)^{-3} = 6x^4y^{-3};$$

$$\text{б) } \left(\frac{3a^{-4}}{2b^{-3}}\right)^2 \cdot 10a^7b^3 = \frac{40}{9}a^{15}b^{-3}.$$

$$4. \text{ a) } \frac{2^{-6} \cdot 4^{-3}}{8^{-7}} = \frac{2^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-21}} = 2^9 = 512.$$

$$5. \text{ a} \approx 4,1, \text{ b} \approx 2,3608, \text{ тогда } (a+b) \approx 6,4608, \text{ а } (a-b) \approx 1,7392.$$

$$6. \text{ x} \approx 8,136 \cdot 10^3, \text{ а } \text{ y} \approx 1,25 \cdot 10^{-2}, \text{ тогда}$$

$$xy \approx 10,17 \cdot 10 \text{ а } \frac{x}{y} \approx 6,5088 \cdot 10^5.$$

Вариант 3

$$1. \text{ a) } 6^{15} \cdot 6^{-13} = 6^2 = 36; \text{ б) } 4^{-6} : 4^{-3} = 4^{-3} = \frac{1}{64}; \text{ в) } (5^{-1})^3 = 5^{-3} = \frac{1}{125}.$$

$$2. \text{ a) } (x^{-2})^{-4} \cdot x^{-7} = x^8 \cdot x^{-7} = x;$$

$$\text{б) } 1,2a^{-5}b^8 \cdot 5a^6b^{-6} = 6ab^2.$$

$$3. \text{ a) } \left(\frac{2}{3}a^{-4}b^{-2}\right)^{-2} = \frac{9}{4}a^8b^4;$$

$$\text{б) } \left(\frac{5a^{-2}}{6b^{-1}}\right)^{-2} \cdot 10a^3b^4 = \frac{72}{5}a^7b^2.$$

$$4. \frac{5^{-9} \cdot 25^{-2}}{125^{-4}} = \frac{5^{-9} \cdot 5^{-4}}{5^{-12}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}.$$

$$5. \text{ a} \approx 9,6114, \text{ b} \approx 5,25, \text{ тогда } (a+b) \approx 14,8614 \text{ и } (a-b) \approx 4,3614.$$

$$6. \text{ x} \approx 8,613 \cdot 10^4, \text{ а } \text{ y} \approx 1,5 \cdot 10^{-2}, \text{ тогда}$$

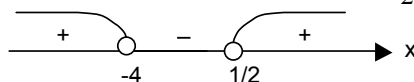
$$xy \approx 12,9195 \cdot 10^2, \text{ а } \frac{x}{y} \approx 5,742 \cdot 10^6$$

Вариант 4

1. а) $5^{21} \cdot 5^{-23} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$; б) $3^{-8} : 3^{-9} = 3$; в) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}$.
2. а) $(a^{-3})^5 \cdot a^{18} = a^{-15} \cdot a^{18} = a^3$;
 б) $2,4x^{-8}y^5 \cdot 5x^9y^{-7} = 12xy^{-2}$.
3. а) $\left(\frac{1}{4}x^{-2}y^{-3}\right)^{-2} = 16x^4y^6$;
 б) $\left(\frac{5x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 15x^3y = \frac{27}{5}x^5y^{-3}$.
4. $\frac{4^{-6} \cdot 16^{-3}}{64^{-5}} = \frac{4^{-6} \cdot 4^{-6}}{4^{-15}} = 4^3 = 64$.
5. $x \approx 7,3$, $y \approx 5,1675$, тогда $(x+y) \approx 12,4675$, а $(x-y) \approx 2,1325$.
6. $a \approx 8,136 \cdot 10^2$, $b \approx 1,6 \cdot 10^{-2}$, тогда $ab \approx 13,0176$, а $\frac{a}{b} \approx 5,085 \cdot 10^4$.

К-9А**Вариант 1**

1. $2x^2 + 7x - 4 > 0$, $(x+4)(2x-1) > 0$, $x < -4$ и $x > \frac{1}{2}$.



2. $\sqrt{18}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 3\sqrt{12} = \sqrt{36 \cdot 3} - \sqrt{36} - 3\sqrt{4 \cdot 3} = 6\sqrt{3} - 6 - 6\sqrt{3} = -6$.

3. $\begin{cases} y - 5x = 1 \\ y^2 - 13x = 23 \end{cases}, \begin{cases} y = 5x + 1 \\ (5x + 1)^2 - 13x = 23 \end{cases}, \begin{cases} y = 5x + 1 \\ 25x^2 - 3x - 22 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 5x + 1 \\ x = \frac{3 \pm 47}{50} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -\frac{22}{25} \\ y = -\frac{17}{5} \end{cases}$$

4. Пусть x -деталей в час изготовлял мастер, а y -деталей в час – ученик, тогда:

$$\begin{cases} \frac{72}{x} + 2 = \frac{64}{y} \\ x - y = 4 \end{cases}, \begin{cases} 64x = (72 + 2x)y \\ x - y = 4 \end{cases}, \begin{cases} 64(4 + y) = (80 + 2y)y \\ x = 4 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 16y - 256 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases}, \begin{cases} y^2 + 8y - 128 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases}, y = 8, \text{ т.к. } y > 0 \text{ и } x = 12.$$

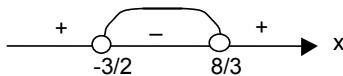
Ответ: 12 и 8.

5. $y = x^2 - 4x + 3$, $y = (x - 2)^2 - 1$, вершина $(2; -1)$.

$(0; 3)$ – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x = 1$ и $x = 3$, то есть $(1; 0)$ и $(3; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант 2

1. $6x^2 - 7x - 24 < 0, (2x + 3)(3x - 8) < 0, -\frac{3}{2} < x < \frac{8}{3}$.



2. $\sqrt{28}(\sqrt{14} - \sqrt{7}) - 2\sqrt{98} = \sqrt{196 \cdot 2} - \sqrt{196} - 2\sqrt{49 \cdot 2} =$
 $= 14\sqrt{2} - 14 - 14\sqrt{2} = -14$

3. $\begin{cases} x - 4y = 3 \\ x^2 - 21y = 28 \end{cases}, \begin{cases} x = 4y + 3 \\ (4y + 3)^2 - 21y = 28 \end{cases}, \begin{cases} x = 4y + 3 \\ 16y^2 + 3y - 19 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 4y + 3 \\ x = \frac{-3 \pm 35}{32} \end{cases}, \begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -\frac{7}{4} \\ y = -\frac{19}{16} \end{cases}$$

4. Пусть x -деталей в день изготавливала 1-я бригада и

y -деталей в день – 2-я, тогда:

$$\begin{cases} \frac{240}{x} + 1 = \frac{240}{y} \\ x - y = 8 \end{cases}, \begin{cases} (240 + x)y = 240x \\ x = 8 + y \end{cases}, \begin{cases} (248 + y)y = 240(8 + 2) \\ x = 8 + y \end{cases}$$

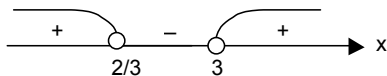
$$\begin{cases} y^2 + 8y - 1920 = 0 \\ x = 8 + y \end{cases}, y = 40, \text{ т.к. } y > 0, \text{ тогда } x = 48.$$

Ответ: 48 и 40.

5. $y = x^2 + 6x - 8$, $y = -(x - 3)^2 + 1$, вершина $(3; -1)$. $(0; -8)$ – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x = 2$ и $x = 4$, то есть $(2; 0)$ и $(4; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант 3

1. $3x^2 - 11x + 6 > 0, (x-3)(3x-2) > 0, x < \frac{2}{3}$ и $x > 3$.



2. $\sqrt{12}(\sqrt{21} + \sqrt{3}) - 3\sqrt{28} = \sqrt{36 \cdot 7} + \sqrt{36} - 2\sqrt{4 \cdot 7} = 6\sqrt{7} + 6 - 6\sqrt{7} = 6$.

3. $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ x^2 + 6y = 10 \end{cases}, \begin{cases} y = \frac{x-6}{2} \\ x^2 + 3 - 18 = 10 \end{cases}, \begin{cases} y = \frac{x-6}{2} \\ x^2 + 3x - 28 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = -7 \\ y = -\frac{13}{2} \end{cases}$ или

$\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$.

4. Пусть x -деталей в час стал изготовлять токарь, после усовершенствования реза, тогда:

$$\frac{120}{x-4} = \frac{120}{x} + 1, \begin{cases} 120x = 120(x-4) + x(x-4) \\ x(x-4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 4x - 480 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 4 \end{cases},$$

$x = 24$, т.к. $x > 0$.

Ответ: 24.

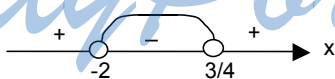
5. $y = x^2 + 4x - 5, y^2 = (x+2)^2 - 9$, так что вершина $(-2; -9)$;

$(0; -5)$ – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x = -5$ и $x = -1$,

то есть $(5; 0)$ и $(1; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант 4

1. $4x^2 + 5x - 6 < 0, (x+2)(4x-3) < 0, -2 < x < \frac{3}{4}$.



2. $\sqrt{24}(\sqrt{30} - \sqrt{6}) - 4\sqrt{45} = \sqrt{144 \cdot 5} - \sqrt{144} - 4\sqrt{9 \cdot 5} =$
 $= 12\sqrt{5} - 12 - 12\sqrt{5} = -12$.

3. $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x^2 - 3y = -5 \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{8-2y}{2} \\ (8-2y)^2 - 3y = -5 \end{cases}, \begin{cases} x = 8-2y \\ 4y^2 - 35 + 69 = 0 \end{cases}$,

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 8 - 2y \\ y - \frac{35 \pm 11}{8} \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{7}{2} \\ y = \frac{23}{4} \end{array} \right.$$

4. Пусть x -деталей в день должна была изготовлять бригада, тогда:

$$\frac{260}{x+4} + 1 = \frac{360}{x}, \left\{ \begin{array}{l} 360x + x(x+4) = 360(x+4) \\ x(x+4) \neq 0 \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 4x - 1440 = 0 \\ x \neq 0, x \neq -4 \end{array} \right.,$$

$x = 36$, т.к. $x > 0$.

Ответ: 36.

5. $y = -x^2 + 6x - 5$, $y = -(x-3)^2 + 4$, так что вершина $-(3; +4)$;

$(0; -5)$ – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x^2 - 6x + 5 = 0$,
 $x = 1$ и $x = 5$, то есть $(1; 0)$ и $(5; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

К – 10

Вариант 1

$$1. \left\{ \begin{array}{l} 3(x-1) - 2(1+x) < 1 \\ 3x - 4 > 0 \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} x - 5 < 1 \\ 3x > 4 \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} x < 6 \\ x > \frac{4}{3} \end{array} \right., \frac{4}{3} < x < 6.$$

$$2. (\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{12} - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36 \cdot 2} + \sqrt{36} - 2\sqrt{9 \cdot 2} = 6\sqrt{2} + 6 - 6\sqrt{2} = 6$$

$$3. \left(\frac{6}{y^2 - 9} + \frac{1}{3 - y} \right) \cdot \frac{y^2 + 6y + 9}{5} = \frac{(6 - (y+3)) \cdot (y+3)^2}{(y-3)(y+3) \cdot 5} = \frac{(3-y)(y+3)^2}{(y-3)(y+3) \cdot 5} = \frac{y+3}{5}$$

4. Пусть x – скорость первого автомобиля, тогда
 $(x-10)$ – скорость 2-го и

$$\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}, \left\{ \begin{array}{l} 560(x-10) + x(x-10) = 560x \\ x(x-10) \neq 0 \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 10x - 5600 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 10 \end{array} \right.,$$

$x = 80$, т.к. $x > 0$; $x - 10 = 70$.

Ответ: 80 км/ч. и 70 км/ч.

5. при $-\frac{x-8}{4} + 1 > 0$, $\frac{x-8}{4} < 1$, $x-8 < 4$, $x < 12$.

Вариант 2

$$1. \begin{cases} 5(2x-1) - 3(3x+6) < 2 \\ 2x-17 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x-23 < 2 \\ 2x > 17 \end{cases}, \begin{cases} x < 25 \\ x > \frac{17}{2} \end{cases}, \frac{17}{2} < x < 25.$$

$$2. (10 + \sqrt{5})\sqrt{20} - 5\sqrt{8} = \sqrt{100 \cdot 2} + \sqrt{100} - 5\sqrt{4 \cdot 2} = 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 10.$$

$$3. \left(\frac{2}{x-4} + \frac{1}{2x-x} \right) : \frac{1}{x^2+4x+4} = \left(\frac{2}{x-4} + \frac{1}{x} \right) \cdot (x+2)^2 = \\ = \frac{(2x+x-4)(x+2)^2}{x(x-4)} = \frac{(3x-4)(x+2)^2}{x(x-4)}.$$

$$4. \text{ Пусть } V - \text{ скорость поезда по расписанию, тогда} \\ \frac{80}{V+10} + \frac{4}{15} = \frac{80}{V}, \begin{cases} 80 \cdot 15 \cdot V + 4V(V+10) = 80 \cdot 15 \cdot (V+10) \\ 45V(V+10) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 4V^2 + 40V - 12000 = 0 \\ V \neq 0, V \neq -10 \end{cases}, \begin{cases} V^2 + 10x - 3000 = 0 \\ V \neq 0, V \neq -10 \end{cases}, V = 50, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 50 км/ч.

$$5. \text{ при } \frac{6-x}{5} - 2 < 0, \frac{6-x}{5} < 2, 6-x < 10, x > -4.$$

Вариант 3

$$1. 4(2x-1) - 3(3x+2) > 1, -x-10 > 1, x < -11.$$

$$2. (\sqrt{15} + \sqrt{5})\sqrt{15} - \frac{5}{3}\sqrt{27} = \sqrt{225} + \sqrt{25 \cdot 3} - \frac{5}{3}\sqrt{3 \cdot 9} = 15 + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 15.$$

$$3. \left(\frac{3}{9-x^2} + \frac{1}{x-3} \right) : \frac{x}{x^2-6x+9} = \frac{(3-(3+x)) \cdot (x-3)^2}{(3-x)(3+x) \cdot x} = \\ = \frac{-x \cdot (x-3)^2}{(3-x)(3+x) \cdot x} = \frac{x-3}{x+3}.$$

$$4. \text{ Пусть } V - \text{ скорость «Ракеты», тогда:} \\ \frac{210}{V} + \frac{15}{2} = \frac{210}{V-50}, \begin{cases} 2 \cdot 210 \cdot (V-50) + 15(V-50)V = 210 \cdot 2 \cdot V \\ 2V(V-50) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 15V^2 - 750V - 2100 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 50 \end{cases}, \begin{cases} V^2 - 50V - 1400 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 50 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x - 5600 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 10 \end{cases}, V = 70 \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 70 км/ч.

5. при $\frac{x-3}{3} + 4 < 0$, $\frac{x+3}{3} < -4$, $x+3 < -12$, $x < -15$.

Вариант 4

1. $9(x-2) - 3(2x+1) > 5x$, $3x - 21 > 5x$, $2x < -21$, $x < -\frac{21}{2}$.

2. $(\sqrt{18} + \sqrt{3})\sqrt{2} - 0,5\sqrt{24} = \sqrt{36} + \sqrt{6} - 0,5\sqrt{4 \cdot 6} = 6 + \sqrt{6} - \sqrt{6} = 6$.

3. $\left(\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{2-x}\right) \cdot \frac{x^2+4x+4}{3} = \frac{(4-(2+x)) \cdot (x+2)^2}{(x-2)(x+2) \cdot 3} =$
 $= \frac{(2-x)(x+2)^2}{(x-2)(x+2) \cdot 3} = -\frac{x+2}{3}$.

4. Пусть V – скорость плота, тогда:

$$\frac{20}{V} = \frac{20}{V+12} + \frac{16}{3}, \begin{cases} 60(V+12) = 60V + 16V(V+12) \\ 3V(V+12) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 16V^2 + 192V - 720 = 0 \\ V \neq 0, V \neq -12 \end{cases}, \begin{cases} V^2 + 12V - 45 = 0 \\ V \neq 0, V \neq -12 \end{cases}, V = 80, \text{ т.к. } V > 0.$$

Ответ: 3 км/ч.

5. при $\frac{12-x}{6} + 1 > 0$, $\frac{12-x}{6} > -1$, $12-x > -6$, $x < 18$.

StudyPort.ru

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ
(учебник С.А.Теляковского)

Рациональные дроби

1. $3x$ – целое выражение $\frac{x}{3y}$ – рациональное выражение.

Рациональные выражения – выражения, составленные из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления.

2. Рациональная дробь – дробь, числитель и знаменатель которой многочлены.

а) $\frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{6(y-5) - 3(y-10)} = \frac{8x}{3y}$; б) $\frac{a(b+3) - b(a-4)}{(a-b)^2 + 2ab} = \frac{3a+4b}{a^2+b^2}$.

3. а) $a \neq 1$, b – любое; б) b – любое; в) $x \neq \pm 1$.

4. Тождество – равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

а) тождество; б) не тождество; в) тождество.

5. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$.

а) $\frac{6x+24y}{18xy} = \frac{x+4y}{3xy}$;

б) $\frac{m^2 - 10m + 25}{m^2 - 25} = \frac{(m-5)^2}{(m-5)(m+5)} = \frac{m-5}{m+5}$;

в) $\frac{ab - 3b^2}{a^2 - 3ab} = \frac{b(a-3b)}{a(a-3b)} = \frac{b}{a}$.

6. Если изменить знак числителя (или знак знаменателя) и сменить перед дробью знак, то получим выражение тождественно равное данному.

а) $\frac{ax - 3a}{6a^2 - 3ax} = \frac{a(x-3)}{a(6a-3x)} = \frac{x-3}{6a-3x}$;

б) $\frac{x-2y}{(2y-x)^3} = -\frac{1}{(2y-x)^2}$.

7. $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ и $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$. Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оста-

вить тем же. Чтобы выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями нужно из числителя 1-ой дроби вычесть числитель 2-ой дроби, а знаменатель оставить тем же.

$$\text{а) } \frac{5x^2 - 2xy^2}{3x} + \frac{2y^2}{3x} = \frac{5x^2}{3x} = \frac{5x}{3}; \quad \text{б) } \frac{a^2 - 47}{a + 7} - \frac{2}{a + 7} = \frac{a^2 - 49}{a + 7} = a - 7;$$

$$\frac{b^2 + 25}{2b - 10} + \frac{10b}{10 - 2b} = \frac{(b - 5)^2}{2(b - 5)} = \frac{b - 5}{2}.$$

$$8. \text{ а) } \frac{x - 3}{3x} + \frac{3x + 1}{x^2} = \frac{x^2 - 3x + 9x + 3}{3x^2} = \frac{x^2 + 6x + 3}{3x^2};$$

$$\text{б) } \frac{a^2 + b}{a} - a = \frac{a^2 + b - a^2}{a} = \frac{b}{a};$$

$$\text{в) } \frac{3}{c + 3} - \frac{2}{c - 3} + \frac{18}{c^2 - 9} = \frac{c + 3}{c^2 - 9} = \frac{1}{c - 3}.$$

9. $\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{bn}$ и $\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{an}{bm}$. Чтобы перемножить дробь на дробь нужно перемножить числители и перемножить знаменатели, и первое произведение записать числителем, а второе – знаменателем.

$$\text{а) } \frac{x^2 - a}{ax^2} \cdot \frac{ax^2}{x + a} = \frac{x^2 - a}{x + a};$$

$$\text{б) } (y^2 - 4) \frac{3}{(y + 2)^2} = \frac{3(y - 2)(y + 2)}{(y + 2)^2} = \frac{3y - 2}{y + 2};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 - 2ab}{6b^2} : \frac{a - 2b}{3b} = \frac{a(a - 2b) \cdot 3b}{6b^2 \cdot (a - 2b)} = \frac{a}{2b};$$

$$\text{г) } \frac{c^2 - 9c + 9}{7c} : (3c - 9) = \frac{c^2 - 9c + 9}{7c(3c - 9)}.$$

10. $\left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}$. Чтобы возвести дробь в степень нужно возвести в степень числитель и знаменатель и первый результат записать числителем, а второй – знаменателем.

$$\text{а) } \left(\frac{2a^2}{3b^2}\right)^3 = \frac{8a^6}{27b^6};$$

$$6) \left(-\frac{3x^3}{2y} \right)^4 = \frac{81x^{12}}{16y^4}.$$

$$11. a) \left(\frac{b}{a^2 - ab} - \frac{a}{ab - b^2} \right) \cdot \frac{ab}{a+b} + \frac{a}{b} = \frac{(b^2 - a^2) \cdot ab}{ab(a-b) \cdot (a+b)} + \frac{a}{b} = -1 + \frac{a}{b} = \frac{a-b}{b};$$

$$6) \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{a-b}{ab}}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{a-b}{a+b}.$$

12. Обратная пропорциональность – функция, которую можно задавать формулой вида $y = \frac{k}{x}$, где x – независимая переменная и k – не равное нулю число.

а) см. рис. 67;

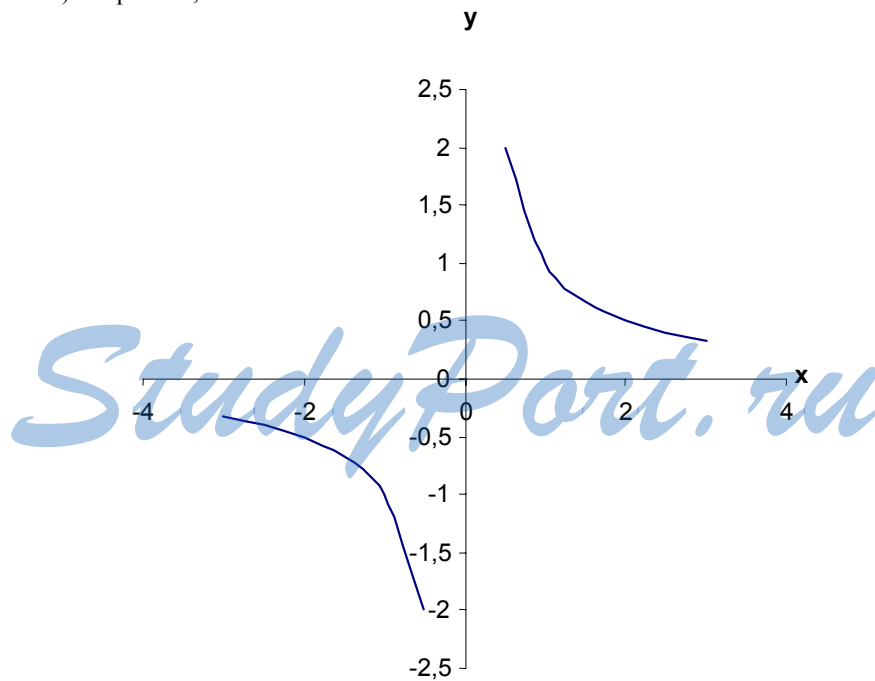


Рис. 67

б) см. рис. 68.

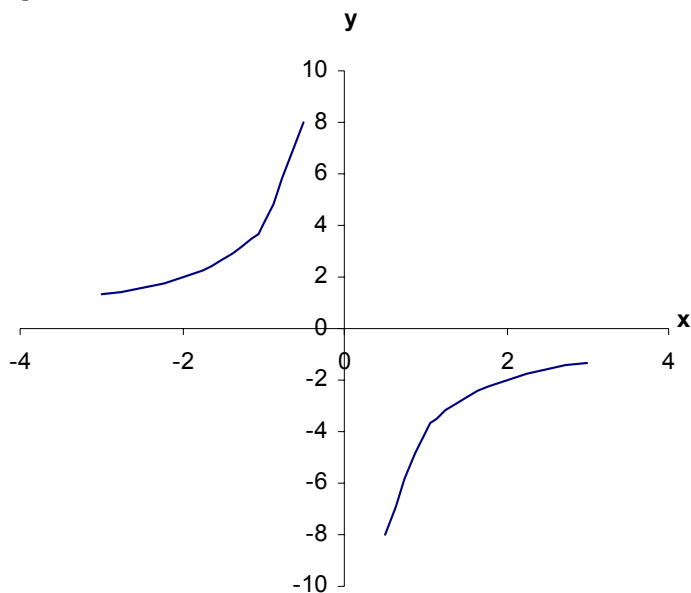


Рис. 68

Область определения $y = \frac{k}{x}$, $x \neq 0$, $y(x) = y(-x)$ при $k > 0$: $y > 0$ при $x > 0$, $y < 0$ при $x < 0$, y – убывает при $x < 0$ и $x > 0$, при $k < 0$: $y < 0$ при $x > 0$, $y > 0$ при $x < 0$ и y – возрастает при $x < 0$ и $x > 0$.

Квадратные корни

1. Множество рациональных чисел образуют целые и дробные числа.

$\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ – дробные; 1; 2; 3 – целые; 5; 6; 10 – натуральные.

2. а) $-\frac{4}{7} = \frac{-4}{7}$; б) $2\frac{1}{9} = \frac{19}{9}$; в) $-23 = \frac{-23}{1}$; г) $49 = \frac{49}{1}$; д) $8,5 = \frac{17}{2}$.

3. а) $1,237 < 1,245$; б) $-\frac{1}{2} > -0,56$; в) $\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$; г) $-\frac{1}{3} > -\frac{2}{5}$.

4. Иррациональные числа – бесконечные десятичные непериодические дроби.

$\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ – иррациональные.

5. Множество действительных чисел образуют рациональные и иррациональные числа.

Рациональные числа можно представить как отношение целого числа к натуральному. Иррациональные числа нельзя так представить. На-

пример, $0,2 = \frac{1}{5}$ и $\sqrt{2}$.

6. Арифметический квадратный корень числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a .

а) $8^2 = 64$, так что $\sqrt{64} = 8$;

б) $\sqrt{9} > 0$, так что $\sqrt{9} \neq -3$;

в) $0,4^2 = 0,16$, так что $0,4 \neq \sqrt{1,6}$.

7. а) да; б) да; в) нет.

\sqrt{a} имеет смысл при $a \geq 0$.

8. а) $x \neq 7$; б) $x = \pm\sqrt{7}$; в) $x = 0$; г) нет корней;

при $a > 0$, $x^2 = a$ имеет 2 корня при $a = 0$ – один, а при $a < 0$ – не имеет корней.

9. а) $x^2 - 6 = 0$, $x = \pm\sqrt{6}$; б) $x^2 + 9 = 0$ – нет решений; в) $x^2 = 0$, $x = 0$.

10. см. рис. 69. Область определения: $x \geq 0$.

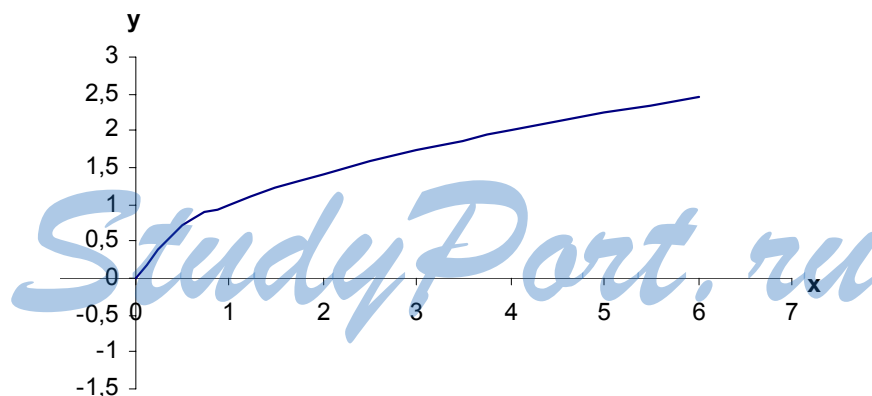


Рис. 69

11. $y = \sqrt{x}$, $A(121; 11)$ – принадлежит графику функции, а $B(-81; 9)$ – не принадлежит.

12. а) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, если $a \geq 0$ и $b \geq 0$ и $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$, если $a \leq 0$ и $b \leq 0$;

$$\text{б) } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ если } a \geq 0, b > 0 \text{ и } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}, \text{ если } a \leq 0 \text{ и } b < 0.$$

$$13. \text{ а) } \sqrt{49 \cdot 81} = 7 \cdot 9 = 63; \quad \text{б) } \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{3,6}}{\sqrt{10}} = \sqrt{0,36} = 0,6.$$

$$14. \text{ Потому что } |x|^2 = x^2 \text{ и } |x| \geq 0.$$

$$\sqrt{(1,5)^2} = 1,5; \quad \sqrt{(-2,1)^2} = 2,1; \quad 2\sqrt{(0,5)^2} = 2 \cdot 0,5 = 1; \quad \sqrt{2^6} = \sqrt{8^2} = 8;$$

$$\sqrt{3^8} = \sqrt{81^2} = 81.$$

$$15. \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1.$$

$$16. \text{ а) } \sqrt{50} = 5\sqrt{2};$$

$$\text{б) } \sqrt{2y^2} = y\sqrt{2}, \text{ при } y \geq 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{3b^2} = -b\sqrt{3}, \text{ при } b < 0.$$

$$17. \text{ а) } 7\sqrt{2} = \sqrt{98};$$

$$\text{б) } a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2}, \text{ при } a \geq 0;$$

$$\text{в) } b\sqrt{3} = -\sqrt{3b^2}, \text{ при } b \leq 0.$$

$$18. \text{ а) } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}; \quad \text{б) } \frac{6}{5\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5};$$

$$\text{в) } \frac{5}{\sqrt{3}-1} = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{2}; \quad \text{г) } \frac{14}{5+\sqrt{2}} = \frac{14(5-\sqrt{2})}{23}.$$

StudyPort.ru

Квадратные уравнения

1. Квадратное уравнение – уравнение вида где x – переменная, a , b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Неполное квадратное уравнение – квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов b и c равен нулю.

Приведенное квадратное уравнение – квадратное уравнение с первым коэффициентом равным 1.

$x^2 + 3x - 10 = 0$ – приведенное, $x^2 - 4 = 0$ – неполное.

2. а) $02x^2 - 0,08 = 0$, $x^2 = 0,04$, $x = \pm 0,2$;

б) $5x^2 - 20 = 0$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$;

в) $0,3x^2 = 0$, $x = 0$;

г) $9x^2 - 2x = 0$, $x(9x - 2) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{2}{9}$;

д) $x^2 + 6x = 0$, $x(x + 6) = 0$, $x = 0$ и $x = -6$;

е) $0,2x^2 = 72$, $x^2 = 144$, $x = \pm 42$.

3. а) два; б) два; в) один.

4. Дискриминант уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ – выражение

$$D = b^2 - 4ac.$$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ при $D < 0$ уравнение не имеет корней.

5. а) $2x^2 - 7x + 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 1}{4}$, $x = 2$ и $x = \frac{3}{2}$;

б) $9x^2 - 6x + 1 = 0$, $(3x - 1)^2 = 0$, $x = \frac{1}{3}$;

в) $3x^2 - x + 2 = 0$, $D < 0$ – корней нет;

г) $x^2 - 10x + 16 = 0$, $x = \frac{10 \pm 6}{2}$, $x = 8$ и $x = 2$.

6. Теорема Виета: Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Обратная теорема: Если числа m и n таковы, что их сумма равна $-P$, а произведение равно q , то эти числа являются корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$.

а) $x_1 + x_2 = 59$; $x_1x_2 = 23$; б) $x_1 + x_2 = -17$; $x_1x_2 = -108$;

в) $x_1 + x_2 = 39$; $x_1x_2 = 0$; г) $x_1 + x_2 = 0$; $x_1x_2 = -419$;

д) $x_1 + x_2 = 4$; $x_1x_2 = -\frac{5}{2}$; е) $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$; $x_1x_2 = -2$.

7. а) $x = 2$ и $x = 3$; б) $x = -2$ и $x = 3$.

8. $3x + 1 = 2$ – целое уравнение; $\frac{2}{x} = 1$ – дробно-рациональное.

$$9. \text{ а) } \frac{2}{x^2 - 2x} - \frac{5}{x^2 + 2x} = \frac{1}{x}, \begin{cases} 2(x+2) - 5(x-2) = (x^2 - 4) \\ x(x^2 - 4) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 18 = 0 \\ x \neq 0, x \neq \pm 2 \end{cases}, x = -6 \text{ и } x = 3;$$

$$\text{б) } \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{6}{x^2 - 3x}, \begin{cases} 2x - (x-3) = 6 \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, \text{ решений нет.}$$

10. Пусть V_1 – скорость первого пешехода, а V_2 – скорость второго.

$$V_1 = V_2 + 1, V_1 > 0, V_2 > 0.$$

$$\frac{12}{V_2 + 1} + \frac{2}{5} = \frac{12}{V_2}, 60V_2 + 2V_2(V_2 + 1) = 60(V_2 + 1), V_2^2 + V_2 - 30 = 0,$$

$$V_2 = 5, \text{ т.к. } V_2 > 0. V_1 = 6.$$

Ответ: 5 км/ч. и 6 км/ч.

Неравенства

1. Число a больше числа b , если разность $a-b$ – отрицательно число.

а) $a > b$; ; б) $a = b$; в) $a < b$.

2. а) $(a+7)(a-5) - (a+12)(a-10) = 85 > 0$, так что $(a+7)(a-5) > (a+12)(a-10)$;

$$\text{б) } \frac{a(4-a)}{4} - 1 = \frac{4a - a^2 - 4}{4} = \frac{-(a-2)^2}{4} \leq 0, \text{ так что } \frac{a(4-a)}{4} \leq 1.$$

3. Если $a > b$, то $b < a$; если $a < b$, то $b > 0$.

Если $a < b$ и $b < c$, то $a < c$.

Если $a < b$ и c – исключительное число, то $ac < bc$; если $a < b$ и c – отрицательное число, то $ac > bc$.

а) $a > c$;

$$\text{б) } a < b, \text{ значит } a + 4 < b + 4; 8a < 8b; -14a > -14b; \frac{a}{5} < \frac{b}{5}.$$

4. Если $a < b$ и $c < d$, то $a + c < b + d$.

$$8 < a < 9 \text{ и } 4 < b < 5, \text{ так что } 12 < a + b < 14 \text{ и } 3 < a - b < 5.$$

5. Если $a < b$ и $c < d$, где a, b, c и d – положительные числа, то $ac < bd$.

$$11 < x < 12 \text{ и } 2 < y < 3, \text{ так что } 22 < xy < 36, \frac{11}{3} < \frac{x}{y} < 6.$$

6.а) см. рис. 70.а;

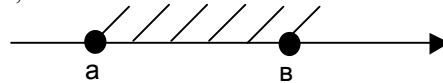


Рис. 70а

б) см. рис. 70.б.;

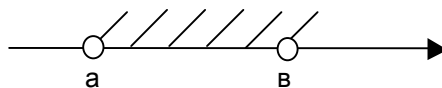


Рис. 70б

в) см рис. 70.в.;

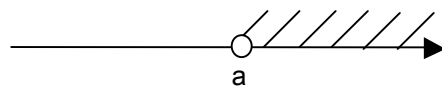


Рис. 70в

г) см. рис. 70.г.

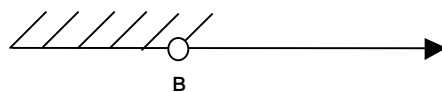


Рис. 70г

7. 3 – является решением $2x - 1 > 3$.

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство. Решить неравенство – найти все его решения.

8.1) Если из одной части неравенства, перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное ему неравенство.

2) Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное (отрицательное) число, (изменение при этом знак на противоположный), то получится равносильное ему неравенство.

а) $x + 11 > 16$, $x > 5$; б) $12x < 3,6$, $x < 0,3$;

в) $-15x > -45$, $x < 3$; г) $\frac{x}{4} > -2$, $x > -8$.

9. а) $5(x - 0,2) - 0,4(3 - x) < 1$; $5,4x < 1,2$, $x < \frac{2}{9}$;

б) $\frac{x}{4} - x < -2$, $-\frac{3x}{4} < -2$, $x > \frac{8}{3}$.

10. -3 является решением $\begin{cases} 2x + 1 < 0 \\ 3 - 6x > 20 \end{cases}$.

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы. Решить систему неравенств значит найти все ее решения.

$$11. \text{ а) } \begin{cases} 5(x-1) - 6(3-x) > 0 \\ 0,6x - 1 < 3,2 \end{cases}, \begin{cases} 11x > 18 \\ 0,6x < 4,2 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{18}{11} \\ x < 7 \end{cases}, \frac{18}{11} < x < 7;$$

$$\text{ б) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{x}{3} < 1 \\ 3 - 2x > 0 \end{cases}, \begin{cases} \frac{7x}{12} \\ 2x < 3 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{12}{7} \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, x < \frac{3}{2}.$$

$$12. -1 < \frac{1-2x}{4} < 3, -4 < 1-2x < 12, -5 < -2x < 11, -\frac{11}{2} < x < \frac{5}{2}.$$

Степень с целым показателем

1. Если $a \neq 0$ и n – целое отрицательное число, то $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$.

$$\text{ а) } (0,1)^{-3} = 10^3 = 1000; \text{ б) } (-4)^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}.$$

2. Для любого $a \neq 0$ и любых целых m и n $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,
 $a^{-1} \cdot a^5 \cdot a^{-2} = a^2$.

3. Для любого $a \neq 0$ и любых целых m и n $a^m : a^n = a^{m-n}$.

$$\text{ а) } a^5 : a^{-4} = a^9; \text{ б) } a^n : a^{-3} = a^{n+3}; \text{ в) } \frac{b^6}{b^n} = b^{6-n}.$$

4. Чтобы возвести степень с целым показателем в степень нужно показатели перемножить, а основание оставить тем же $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

$$\text{ а) } (a^{-1})^{-2}; \text{ б) } (a^{-3})^n = a^{-3n}.$$

5. Для любых $a \neq 0$ и $b \neq 0$ и любого целого n $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

$$\text{ а) } \left(\frac{1}{5} a^{-1} b^{-3}\right)^{-2} = 25 a^2 b^6;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{a^3}{b^{-2}}\right)^{-2} = a^{-6} b^{-4};$$

$$\text{ в) } (0,3 a^{-1} b^2)^2 \cdot 4 a^{-5} b = 0,36 a^{-7} b^5.$$

6. Стандартным видом числа α называют его запись в виде $\alpha = a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$ и n — целое число.

$$12000 = 1,2 \cdot 10000 = 1,2 \cdot 10^4; \quad 0,0076 = 7,6 \cdot \frac{1}{1000} = 7,6 \cdot 10^{-3};$$

а) $1,84 \cdot 10^{-5} \cdot 4,2 \cdot 10^6 = 7,728 \cdot 10$;

б) $(30,4 \cdot 10^3) : (2,5 \cdot 10^{-2}) = 12,16 \cdot 10^5 = 1,216 \cdot 10^6$.

7. $1,23 \leq a \leq 1,25$.

8. При нахождении приближенного значения суммы мы складываем приближенные значения и полученный результат округляем по менее точному слагаемому

$a \approx 12,138$, $b \approx 4,8$, $(a + b) \approx 16,9$ и $(a - b) \approx 7,3$.

9. Округляя частное или произведение чисел, мы записываем их частное или произведение числа в стандартном виде $a \cdot 10^n$ и округляем по менее точному данному.

$x \approx 4,16$ и $y \approx 2,5$, $xy \approx 10$; $\frac{x}{y} \approx 1,7$.

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ (учебник А.Н. Тихонова)

Неравенства

1. Число a больше числа b , если разность $a - b$ положительна.

Число a меньше числа b , если разность $a - b$ отрицательна.

а) $a < b$; б) $a = b$; в) $a > b$

2. а) $(a - 4)(a + 7) - (a + 5)(a - 2) = -18 < 0$, так что
 $(a - 4)(a + 7) < (a + 5)(a - 2)$;

б) $\frac{a(6-a)}{9} - 1 = \frac{-a^2 + 6a - 9}{9} = \frac{-(a-3)^2}{9} \leq 0$, так что $\frac{a(6-a)}{9} \leq 1$.

3. Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и то же число, то знак неравенства не изменится. Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства не изменится. Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства изменится на противоположный.

а) $a < b$; б) $a > b$, так что $a - 5 > b - 5$; $13a > 13b$; $-9a < -9b$; $\frac{a}{6} > \frac{b}{6}$.

4. При умножении неравенств одного знака, у которых левые и правые части положительны, получается неравенство того же знака. Если $a > b$, $c > d$, a, b, c, d — положительные числа, то $ac > bd$.

а) $2 < 7$; б) $a > 2$, $b > 40$, $ab > 80$, $ab - 4 > 76$.

5. При сложении неравенств одинакового знака получается неравенство того же знака. Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$.

а) $6 > -21$; б) $a > 4, b > 3, 5a > 20, 3b > 9, 5a + 3b > 29$.

6. Неравенства со знаками $>$ (больше) или $<$ (меньше) называются строгими. Неравенства, содержащие знак \geq (больше или равно) или \leq (меньше или равно) называются нестрогими.

а) $6; -1$; б) $8; -2$.

7. 4 — является решением $5x - 2 > 11$.

Решением неравенства с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое равенство.

Решить неравенство — найти все его решения или установить, что их нет.

8. Свойство 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую, изменив знак этого члена на противоположный, знак неравенства не меняется.

Свойство 2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же не равное нулю число, если число положительно, то знак неравенства не меняется, если число отрицательное, то знак неравенства меняется на противоположный.

а) $x - 6 > 4, x > 10$ (свойство 1); б) $8x > 32, x > 4$ (свойство 2);

в) $-3x < -9, x > 3$ (свойство 2); г) $\frac{x}{5} < 1, x < 5$ (свойство 2).

9. а) $4(2x - 1) - 3(x + 2) > 5, 5x - 10 > 5, 5x > 15, x > 3$;

б) $\frac{x-1}{4} - x < 0, x - 1 - 4x < 0, 3x > -1, x > -\frac{1}{3}$.

10. 5 является решением $\begin{cases} 3x + 4 > 11 \\ 12 - 2x < 5 \end{cases}$.

Решение системы неравенств с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором все неравенства системы обращаются в верные равенства. Решить систему неравенств — найти все решения или установить, что их нет.

11. а) $\begin{cases} 2(3x-1) - (x+8) < 0 \\ 3 - 5x < 11 \end{cases}, \begin{cases} 5x - 10 < 0 \\ 5x > -8 \end{cases}, \begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{8}{5}, -\frac{8}{5} < x < 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{x}{3} < 7 \\ 3x - 1 < 5 \end{cases}, \begin{cases} 3x - 3 + 4x < 7 \\ 3x < 6 \end{cases}, \begin{cases} 7x < 10 \\ 3x < 6 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{10}{7}, \\ x < \frac{10}{7}. \end{cases}$

12. а) $|5x - 1| < 4, -4 < 5x - 1 < 4, -3 < 5x < 5, -\frac{3}{5} < x < 1$;

б) $|3 - 2x| > 7, 3 - 2x < -7$ и $3 - 2x > 7, x > 5$ и $x < -2$.

Приближенные вычисления

1. Модуль разности между точным значением величины и ее приближенным значением — абсолютная погрешность приближения.

а) 0,003; б) 0,0(3).

2. $a - h \leq x \leq a + h$; $1,22 \leq x \leq 1,26$.

3. $x = 6,3 \pm 0,1$; x — может быть равным 6,35; 6,22, но $x \neq 6,43$.

4. $0,14 - \frac{1}{7} = -0,0028\dots$, так что $\frac{1}{7} \pm 0,01$ содержит 0,14.

5. Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то нужно округлять с недостатком, а если эта цифра больше или равна 5, то нужно округлять с избытком.

$186,516 \approx 186,52 \approx 186,5 \approx 187 \approx 190 \approx 200$.

6. а) $8,26 \approx 8,3 = \frac{83}{10}$; б) $1,33 \approx 1,3 = \frac{13}{10}$;

в) $\frac{1}{7} \approx 0,1 = \frac{1}{10}$; г) $\frac{5}{6} \approx 0,8 = \frac{8}{10}$; д) $\frac{8}{3} \approx 2,7 = \frac{27}{10}$.

7. Относительная погрешность — частное от деления абсолютной погрешности на модуль приближенного значения.

а) $5,16 \approx 5$, $\Delta_{абс.} = |5,16 - 5| = 0,16$, $\Delta_{отн.} = \frac{0,16}{|5|} = 0,032$;

б) $9,731 \approx 10$, $\Delta_{абс.} = |9,731 - 10| = 0,269$, $\Delta_{отн.} = \frac{0,269}{|10|} = 0,0269$;

в) $0,916 \approx 1$, $\Delta_{абс.} = |0,916 - 1| = 0,084$, $\Delta_{отн.} = \frac{0,084}{|1|} = 0,084$.

8. а) $\Delta_{отн.} = \frac{\left| \frac{1}{6} - 0,16 \right|}{\left| 0,16 \right|} = \frac{1}{24}$; б) $\Delta_{отн.} = \frac{\left| \frac{5}{3} - 1,7 \right|}{\left| 1,7 \right|} = \frac{1}{51}$.

9. а) $\Delta_{отн.} \leq \frac{1}{46}$; б) $\Delta_{отн.} \leq \frac{0,1}{46,1}$.

10. Стандартный вид числа — его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$, n — целое число.

$4,1 \cdot 10^5$, $1,88 \cdot 10^{-11}$ — записаны в стандартном виде.

11. а) $12,64 = 1,264 \cdot 10$; б) $124,8 = 1,248 \cdot 10^2$;

в) $0,276 = 2,76 \cdot 10^{-1}$; г) $0,0144 = 1,44 \cdot 10^{-2}$.

Квадратные корни

1. а) 26; 24; 1; б) -8; 26; -16; 24; 1; 0; в) $\frac{1}{3}$; 3,6; -0,25.

2. а) $\frac{1}{8} = 0,125$; $\frac{4}{25} = 0,16$; $\frac{5}{6} = 0,8(3)$; $2\frac{4}{11} = 2,(36)$;

б) $0,(8) = \frac{8}{9}$; $0,(25) = \frac{25}{99}$; $4,1(6) = 4\frac{1}{6}$.

3. Иррациональные числа — бесконечные десятичные непериодические дроби.

Действительные числа состоят из иррациональных и рациональных $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$ — рациональные; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$ — иррациональные.

4. Арифметический квадратный корень из числа a — неотрицательное число, квадрат которого равен a .

$$7 = \sqrt{49}, \quad 0,6 \neq \sqrt{3,6}, \quad -9 \neq \sqrt{81}.$$

5. а) верно; б) неверно; в) неверно.

6. а) $2\sqrt{36} - 3\sqrt{121} = 12 - 33 = -21$;

б) $5\sqrt{1,44} + 6\sqrt{0,01} = 6 + 0,6 = 6,6$;

в) $\sqrt{18 \cdot 2} - 3\sqrt{20 \cdot 5} = 6 - 30 = -24$.

\sqrt{a} имеет смысл при $a = 36$, $a = 18$, и не имеет смысла

при $a = -4$. \sqrt{a} имеет смысл при $a \geq 0$.

8. $\sqrt{a^2} = |a|$ — тождество.

а) $\sqrt{(3,4)^2} = 3,4$; б) $\sqrt{(-1,6)^2} = 1,6$;

в) $2\sqrt{(0,9)^2} = 2 \cdot 0,9 = 1,8$; г) $\sqrt{2^6} = \sqrt{8^2} = 8$;

д) $\sqrt{3^8} = \sqrt{81^2} = 81$.

9. $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$.

10. Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, то есть корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

а) $\sqrt{16 \cdot 121} = 4 \cdot 11 = 44$; б) $\sqrt{72 \cdot 8} = \sqrt{64 \cdot 9} = 24$;

в) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$; г) $\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{0,36} = 0,6$.

11. Корень из любой дроби равен корню из числителей, деленному на корень из знаменателей. Если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

а) $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{5}{9}$;

б) $\sqrt{\frac{4,9}{10}} = \sqrt{0,49} = 0,7$;

в) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$;

г) $\frac{\sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{0,09} = 0,3$.

12. а) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{16x} = 4\sqrt{x}$;

в) $\sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}, a \geq 0$;

г) $\sqrt{12a^6} = 2a^3\sqrt{3}, a \geq 0$.

13. а) $6\sqrt{5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}$;

б) $0,1\sqrt{a} = \sqrt{0,01a}$;

в) $a\sqrt{12} = \sqrt{12a^2}, a \geq 0$.

14. а) $5\sqrt{128} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{72} = 40\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 36\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$;

б) $(\sqrt{12} + \sqrt{3})^2 = 12 + 2\sqrt{36} + 3 = 27$;

в) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) = (2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2 = -33$.

15. а) $\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$;

б) $\frac{12}{2\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3}$;

в) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5}+1$;

г) $\frac{2}{3+\sqrt{2}} = \frac{2(3-\sqrt{2})}{5}$.

16. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Квадратные уравнения

1. Квадратное уравнение – уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c – заданные числа, $a \neq 0$ и x – неизвестное.

Неполное квадратное уравнение – квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, в котором хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю: $x^2 - 4 = 0$. Приведенное квадратное уравнение – квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, в котором $a = 1$; $x^2 + 6x - 7 = 0$.

2. а) $3x^2 - 0,27 = 0, x^2 = 0,09, x = \pm 0,3$;

б) $2x^2 - 32 = 0, x^2 = 16, x = \pm 4$;

в) $x^2 - 7x = 0, x(x-7) = 0, x = 0$ и $x = 7$;

г) $7x^2 + 3x = 0, x(7x+3) = 0, x = 0$ и $x = -\frac{3}{7}$;

- д) $4,2x^2 = 0, x = 0$;
- е) $9x^2 + 1 = 0$ – нет решений.
3. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, 0, x^2 + bx + c = 0.$
 а) $D > 0$; б) $D = 0$; в) $D < 0$.
4. а) $3x^2 + 13x - 10 = 0, x = \frac{-13 \pm 17}{6}, x = -5$ и $x = \frac{2}{3}$;
 б) $5x^2 - 2x - 3 = 0, x = \frac{2 \pm 8}{10}, x = 1$ и $x = -\frac{3}{5}$;
 в) $x^2 - 5x + 6 = 0, x = \frac{5 \pm 1}{2}, x = 2$ и $x = 3$;
 г) $2x^2 + 8x + 15 = 0, D < 0$ – корней нет.
5. Теорема Виета: Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то справедливо $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1x_2 = q$.
- Обратная теорема: Если числа p, q, x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$, и $x_1x_2 = q$, то x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.
- а) $x_1 + x_2 = 41; x_1x_2 = 17$; б) $x_1 + x_2 = -19; x_1x_2 = -35$;
 в) $x_1 + x_2 = 17; x_1x_2 = 0$; г) $x_1 + x_2 = 0; x_1x_2 = -237$;
 д) $x_1 + x_2 = 3; x_1x_2 = -\frac{3}{2}$; е) $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}; x_1x_2 = -4$.
- 6) а) $x = 3$ и $x = 4$; б) $x = -4$ и $x = 3$.
7. а) $2x^2 - 7x + 6 = 0, x = \frac{7 \pm 1}{4}, x = 2$ и $x = \frac{3}{2}$;
 б) $4x^2 + 4x + 1 = 0; (2x + 1)^2 = 0, x = -\frac{1}{2}$;
 в) $-3x^2 + 5x - 2 = 0, x = \frac{-5 \pm 1}{-6}, x = 1$ и $x = \frac{2}{3}$.
8. а) $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$;
 б) $x^2 + x - 30 = (x + 6)(x - 5)$;
 в) $4x^2 + 7x - 2 = (x + 2)(4x - 1)$;
 г) $-2x^2 + x + 1 = (x - 1)(-1 - 2x) = (-1 - x)(1 + 2x)$.
9. Биквадратное уравнение – уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$.
 $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.

$$10. \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = t, t^2 - 17t + 16 = 0, t = 1 \text{ и } t = 16, x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 4;$$

$$\text{ б) } x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = t, t^2 + 5t - 36 = 0, t = -9 \text{ и } t = 4, x = \pm 2.$$

$$11. \text{ а) } \frac{2x-1}{3x+4} = \frac{x+7}{x-1}, \begin{cases} (2x-1)(x-1) = (x+7)(3x+4) \\ (3x+4)(x-1) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 28x + 27 = 0 \\ x \neq 1, x \neq -\frac{4}{3} \end{cases},$$

$$x = -27 \text{ и } x = -1;$$

$$\text{ б) } \frac{8}{2x-1} = x+3, \begin{cases} 8 = (x+3)(2x-1) \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 + 5x - 11 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{4} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{4};$$

$$\text{ в) } \frac{7}{x+2} - \frac{10}{x} = \frac{3}{x-2}, \begin{cases} 7x(x-2) - 10(x^2 - 4) = 3x(x+2) \\ x(x-2)(x+2) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 6x^2 + 20x - 40 = 0 \\ x \neq 0, x \neq \pm 2 \end{cases}, x = \frac{-10 \pm \sqrt{340}}{6};$$

$$\text{ г) } \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5, \begin{cases} (2x-2)(x-3) + (x+3)^2 = 5(x^2 - 9) \\ (x+3)(x-3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x - 60 = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, x = -6 \text{ и } x = 5.$$

$$12. \text{ а) } \begin{cases} x(y+1) = -4 \\ x-y = 6 \end{cases}, \begin{cases} (6+y)(y+1) = -4 \\ x = 6+y \end{cases}, \begin{cases} y^2 = 7y+10 = 0 \\ x = 6+y \end{cases}, \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases};$$

$$\text{ б) } \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = 5-y \\ (5-y)y = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = 5-y \\ y^2 - 5y + 6 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases};$$

$$\text{ в) } \begin{cases} y^2 - 3x^2 = 52 \\ x-y = 14 \end{cases}, \begin{cases} (x-14)^2 - 3x^2 = 52 \\ y = x-14 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 + 28x - 144 = 0 \\ y = x-14 \end{cases}, \begin{cases} x = -18 \\ y = -32 \end{cases}$$

$$\text{ или } \begin{cases} x = 4 \\ y = -10 \end{cases}.$$

13. V_1 – скорость 1-го пешехода, V_2 – 2-го, тогда

$$V_2 = V_1 + 1, V_2 > 0, V_1 > 0;$$

$$\frac{10}{V_1} - \frac{1}{3} = \frac{10}{V_1 + 1}, 30(V_1 + 1) - V_1(V_1 + 1) = 30V_1, V_1^2 + V_1 - 30 = 0, V_1 = 5,$$

т.к. $V_1 > 0, V_2 = 6$.

Ответ: 5 км/ч. и 6 км/ч.

Квадратичная функция

1. Функция $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – заданные числа, $a \neq 0$, x – действительная переменная, называется квадратичной функцией.

$$y = x^2 + 2; y = 5x^2 - 4x - 1.$$

2. а) $x = 0$ и $x = 8$; б) $x = \pm 3$; в) $x = -2$ и $x = \frac{2}{5}$.

3. $y = ax^2$;

а) $a > 0$, $y \geq 0$ при всех x , $y = 0$ при $x = 0$, y – возрастает при $x > 0$ y – убывает при $x < 0$;

б) $a < 0$, $y \leq 0$ при всех x , $y = 0$ при $x = 0$, y – возрастает при $x < 0$, y – убывает при $x > 0$.

4. см. рис. 71

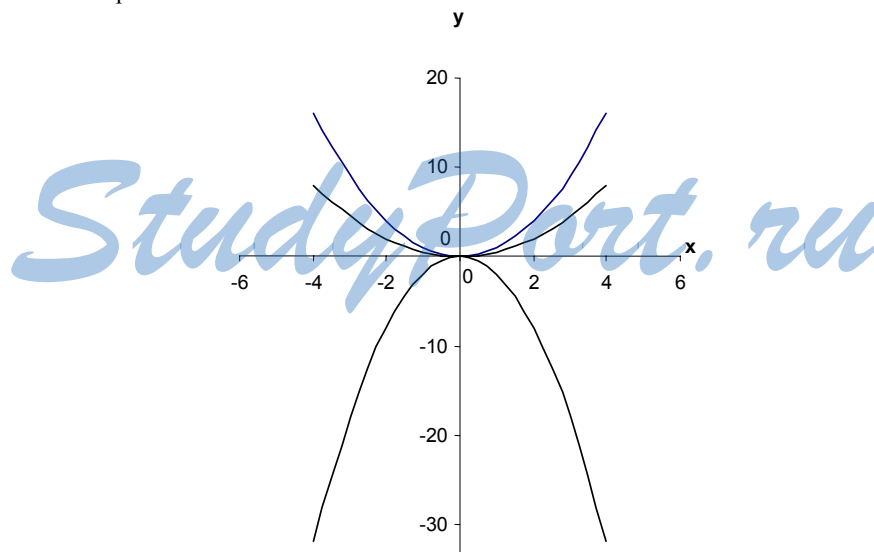


Рис. 71

5. при $200 = a(-5)^2$, $a = 8$.

6. а) $y = x^2 - 4x + 7$, $y = (x-2)^2 + 3$, – вершина (2; 3);

б) $y = -2x^2 + 4x - 1$, $y = -2(x-1)^2 + 1$ – вершина (1; 1).

7. $y = 4x^2 - 6x - 18$.

(0; -18) – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x = \frac{6 \pm 18}{8}$,

т.е. (3;0) и $(-\frac{3}{2}; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

8. см. рис. 72.;

$y = 0$ при $x = 4$ и $x = -2$;

y – возрастает при $x < +1$ и y – убывает при $x > 1$;

$y > 0$ при $-2 < x < 4$;

$y < 0$ при $x < -2$ и $x > 4$ $y_{\text{наиб.}} = y(1) = 9$.

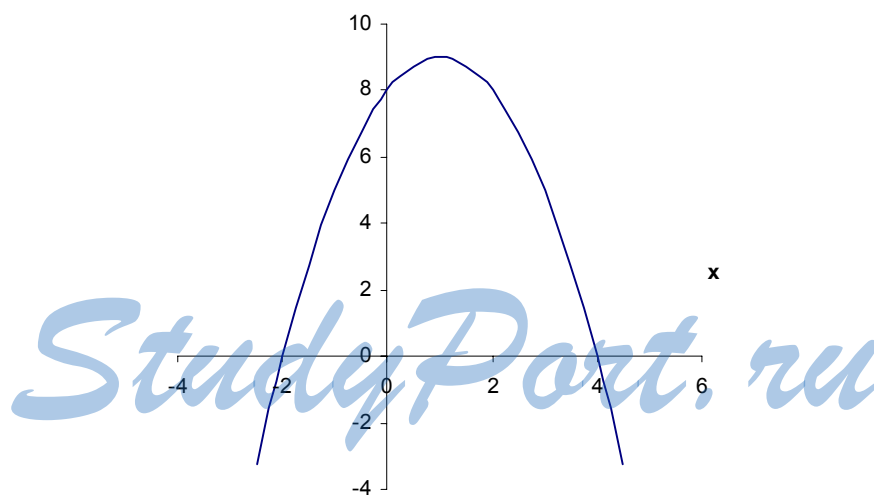


Рис. 72

9. А(1; 1), В(2;6) – принадлежат графику функции $y = 5x^2 - 10x + 6$,

С(-6; -126) – не принадлежит.

10. $y = 3x^3 - 30x - 7$, $y = 3(x-5)^2 - 82$, $y_{\text{наим.}} = y(5) = -82$.

Квадратные неравенства

1. а) да; б) нет; в) нет; г) да.

2. $2x^2 - 7x + 6 < 0$, $(x-2)(2x-3) < 0$,

$$\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x-2 > 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ то есть } \frac{3}{2} < x < 2.$$

3. а) $x^2 - 10x + 21 < 0$, $(x-3)(x-7) < 0$, $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x-7 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-7 < 0 \end{cases}$;

$$\begin{cases} x < 3 \\ x > 7 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 3 \\ x < 7 \end{cases}, 3 < x < 7;$$

б) $x^2 + 6x - 7 > 0$, $(x+7)(x-1) > 0$, $\begin{cases} x+7 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x+7 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$,

$x > 1$ или $x < -7$;

в) $2x^2 - 6x \leq 0$, $2x(x-3) \leq 0$, $\begin{cases} x \leq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$, $0 \leq x \leq 3$;

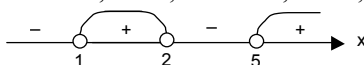
г) $5x^2 + 8 \geq 0$ x – любое;

д) $0,5x^2 - 3x + 4,5 \leq 0$, $x^2 - 6x + 9 \leq 0$, $(x-3)^2 \leq 0$, $x = 3$;

е) $8x^2 - 32 < 0$, $x^2 < 4$, $-2 < x < 2$.

4. $(x-1)(x-2)(x-5) > 0$;

$1 < x < 2$ и $x > 5$. $x-1=0$, $x=1$; $x-2=0$, $x=2$; $x-5=0$, $x=5$.



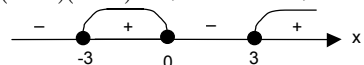
5. а) $(x-3)(x+2) < 0$ $-2 < x < 3$;



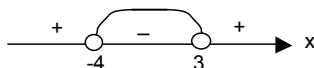
б) $(x+6)(x-4)(x-7) \leq 0$, $x \leq -6$ и $4 \leq x \leq 7$.



6. а) $x^3 - 9x \geq 0$, $x(x-3)(x+3) \geq 0$, $-3 \leq x \leq 0$, $x \geq 3$;



б) $\frac{x-3}{x+4} < 0$, $-4 < x < 3$.



ОСЕННЯЯ ОЛИМПИАДА

1. $10a + b = n$, двузначное число, $a \geq 9$, $a > 0$ и $b \leq 9$, $b \geq 0$, то $10a + b = 8a + 8b$, $2a = 7b$, так как a и b – целые числа, то $b = 2$, а $a = 7$, так что искомое число $n = 72$.
2. Пусть A – первый дом, B – второй дом, C – столовая, тогда $AB=1$. Пусть $AC = x$, тогда $BC = 1 - x$.
30 человек из первой бригады пройдут путь $30 \cdot x$, а 10 человек из второй бригады $10(1 - x)$.
Общий путь $S = 30x + 10 - 10x = 20x + 10$, S – наименьшее при $x = 0$, так что путь будет наименьшим, если столовую расположить прямо у дома, где работает бригада из 30 человек. Ответ: 0 км и 1 км.
3. $(x-1)^2 y = 0$, $x-1=0$ или $y=0$, $x=1$ или $y=0$. см. рис. 73.

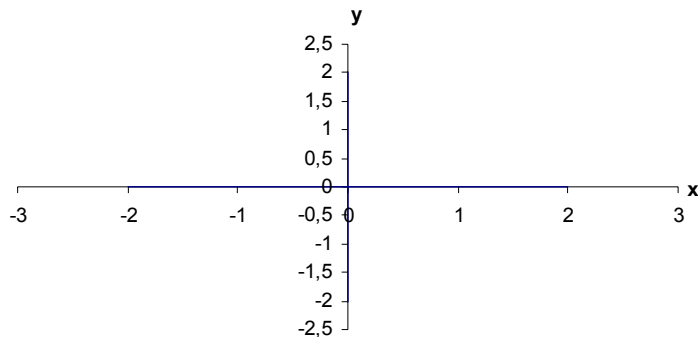


Рис. 73

4. Запишем число в виде $\frac{abcde2}{2abcde} = 3$,

$$\begin{array}{r} 2abcde \\ \times \quad 3 \\ \hline abcde2 \end{array}, \text{ так что } e = 4, \text{ то есть } \frac{2abcd4}{abcd42}, \text{ тогда } 3d + 1 = 4 + 10k,$$

$$\text{так что } d = 1, \text{ то есть } \frac{2abc14}{abc142}, \text{ тогда } 3c = 1 + 10l, \text{ так что } c = 7,$$

$$\text{то есть } \frac{2ab714}{ab7142}, \text{ тогда } 3b + 2 = 7 + 10 \cdot m, \text{ так что } b = 5,$$

то есть $\frac{2a5714}{a57142}$, тогда $3a + 1 = 5 + 10 \cdot n$, так что $a = 8$.

Искомое число 85714.

5. 2 – нельзя представить в виде суммы четырех дробей вида $\frac{1}{n}$, так

как каждая из них $\frac{1}{n} \leq \frac{1}{2}$, так как они разные, то

$$\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} \right) < 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

6. Пусть S – расстояние от А до В, тогда время потраченное на весь

путь автобуса это: $\frac{S}{80} + \frac{S}{40} + \frac{S}{40} = \frac{S}{16}$, а весь путь равен

$S + S = 2S$. Так что средняя скорость $V = \frac{2S}{\frac{S}{16}} = 32$. Ответ: 32 км/ч.

StudyPort.ru

ВЕСЕННЯЯ ОЛИМПИАДА

1. а) $|y| = \frac{|x|}{x}$, если $x > 0$, то $|y| = 1$, то есть $y = \pm 1$, а если $x < 0$, то $|y| = -1$, – решений нет. см рис. 74.

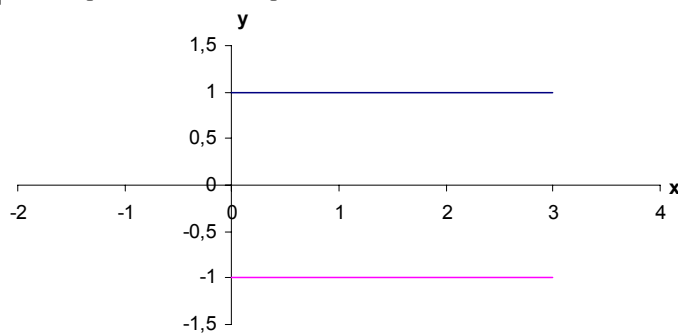


Рис. 74

- б) $|y| = x^2 - 1$,
при $x^2 - 1 \geq 0$, $x \leq -1$ и $x \geq 1$, $y = \pm(x^2 - 1)$,
при $x^2 - 1 < 0$, $-1 < x < 1$, – решений нет.

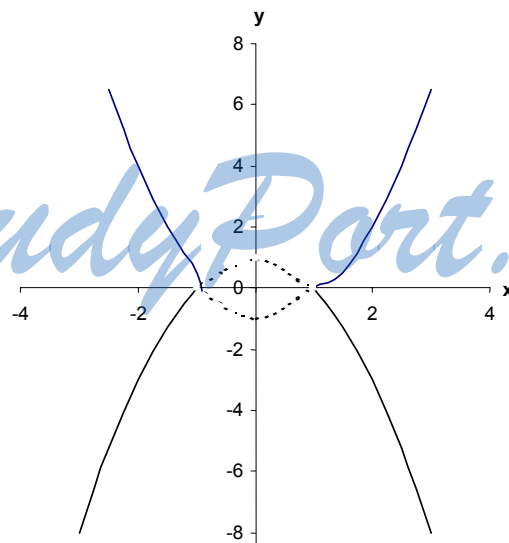


Рис. 75

2. Пусть K -точек с координатами: x_1, x_2, \dots, x_k , тогда
 $(x_1 - 3) + (x_2 - 3) + \dots + (x_k - 3) = (x_1 + \dots + x_k) - 3k = -27$, и
 $(x_1 + 4) + (x_2 + 4) + \dots + (x_k + 4) = (x_1 + \dots + x_k) + 4k = (x_1 + \dots + x_k) + 32$,
откуда $k=8$ и $x_1 + \dots + x_k = -3$.
3. $y = |kx + p|$, A – принадлежит графику, $A(4; 2)$, так что $2 = |4k + p|$ и
часть $y = |kx + p|$ паралл. $3y - 6x = 4$, то есть $y = 2x + \frac{4}{3}$, откуда $k =$
2 или $k = -2$, и $p = -10, p = -6, p = 6$ и $p = 10$.
Ответ: $k = 2, p = -6; k = 2, p = -10; k = -2, p = 6; k = -2, p = 10$.
4. $f(x) = (x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 20$
 $f(x) = (x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + 20$, обозначим $x^2 + 8x = t$,
 $f(t) = (t+7)(t+15) + 20 = (t+11)^2 + 4 > 0$ при любом t , а значит и
 $f(x) > 0$ при любом x .
5. x – целое и y – целое, тогда $x^4 + y^4$; x^4 и y^4 могут заканчиваться на
1, 6, 5, или 0, а значит $x^4 + y^4$ могут заканчиваться на 0, 1, 2, 5, 6, 7.
6. Сумма цифр такого числа = 330. Значит данное число $n = a^2$ – делит-
ся на 3. Тогда и a – делится на 3, а значит n – должно делиться и на 9,
но 330 не делится на 9, а значит и n – не делится на 9.
Значит такое число не может быть квадратом целого числа.

StudyPort.ru